МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 10 ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

1. [2 балла] Числа a, b, c являются первым, вторым и третьим членами геометрической прогрессии соответственно (числа a, b, c не заданы), а четвёртый член прогрессии является корнем уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$. Найдите третий член прогрессии.

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 900 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6}, \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] а) В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $AD : AC = 1 : 3$ и $DE \perp AB$. Найдите тангенс угла BAC, если известно, что $\angle CED = 30^\circ$.

   б) Пусть дополнительно известно, что $AC = \sqrt{7}$. Найдите площадь треугольника CED.

5. [5 баллов] Окружности Ω и ω касаются в точке A внутренним образом. Отрезок AB – диаметр большей окружности Ω, а хорда BC окружности Ω касается ω в точке D. Луч AD повторно пересекает Ω в точке E. Найдите радиусы окружностей и площадь четырёхугольника $BACE$, если известно, что $CD = 2$, $BD = 3$.

6. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$8x - 6|2x - 1| \leqslant ax + b \leqslant -8x^2 + 6x + 7$$

   выполнено для всех x на промежутке $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = [p/2]$ для любого простого числа p ($[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x). Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $2 \leqslant x \leqslant 22$, $2 \leqslant y \leqslant 22$ и $f(x/y) < 0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Пусть d – 4-й чл. геом. прогр. $\Rightarrow$ a, b, c, d – чл. одной и той же геом. прогр. $\Rightarrow$ $b^2 = ac$, $b^2 - ac$;

$c^2 = bd$ – 3-й член геом. прогр.

Найдём $D/4$ ур-е $ax^2 - 2bx + c = 0$: $D/4 = b^2 - ac = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = d = \frac{b}{a} \Rightarrow c^2 = b \cdot \frac{b}{a} = \frac{b^2}{a} = \frac{ac}{\cancel{a}} \Rightarrow c^2 = c$;

$c(c-1) = 0$

1) $c = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow$ не будет геом. прогр.

2) $c = 1 \Rightarrow bd = 1$

$b^2 = a$, что явл. возможным

Ответ: $c = 1$

№3.

$$\begin{cases} x - 6y = \sqrt{xy - 6y - x + 6} \ (2) \\ x^2 + 2y^2 - 12x - 4y + 20 = 0 \ (1) \end{cases}$$

(1) $\cancel{(x-6)^2 + 2(y-1)^2 + 18 = 0}$ ~~$\Rightarrow$ отри~~ $(x-6)^2 - 36 + 2(y-1)^2 - 2 + 20 = 0$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 = 18$

(2) $x - 6y = \sqrt{y(x-6) - (x-6)}$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 6 \\ y \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$ (I)

$(x-6y)^2 = xy - 6y - x + 6$

$x^2 - 12xy + 36y^2 - xy + 6y + x - 6 = 0$

$x^2-13xy+36y^2+6y+x-6=0$

$x^2-x(13y-1)+36y^2+6y-6=0$

$D=(13y-1)^2-4(36y^2+6y-6)=169y^2-26y+1-144y^2-24y+24=$
$=25y^2-50y+25=(5y-5)^2$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{13y-1-5y+5}{2}=4y+2 \\ x=\frac{13y-1+5y-5}{2}=9y-3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \quad (x-(4y+2))(x-(9y-3))=0$

$$\left[\begin{array}{l} x=4y+2 \\ x=9y-3 \end{array}\right.$$

1. $x=4y+2 \Rightarrow$ (1): $(4y+2-6)^2+2(y-1)^2=18$; $(4y-4)^2+2(y-1)^2=18$

$16(y-1)^2+2(y-1)^2=18 \Rightarrow (y-1)^2=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y-1=1 \\ y-1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=0 \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \end{array}\right.$ оба решения удов. I усл.

2. $x=9y-3 \Rightarrow$ (1): $(9y-3-6)^2+2(y-1)^2=18$; $(9y-9)^2+2(y-1)^2=18$

$81(y-1)^2+2(y-1)^2=18$; $83(y-1)^2=18$; $(y-1)^2=\frac{18}{83}$;

$\left[\begin{array}{l} y-1=\frac{3}{83}\sqrt{166} \\ y-1=-\frac{3}{83}\sqrt{166} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} y=1+\frac{3}{83}\sqrt{166} \\ y=1-\frac{3}{83}\sqrt{166} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=6+\frac{27}{83}\sqrt{166} \\ y=1+\frac{3}{83}\sqrt{166} \end{cases} \\ \begin{cases} x=6-\frac{27}{83}\sqrt{166} \\ y=1-\frac{3}{83}\sqrt{166} \end{cases} \end{array}\right.$ оба решения удов. условию

Ответ: $(6+\frac{27}{83}\sqrt{166}; 1+\frac{3}{23}\sqrt{166})(6-\frac{27}{23}\sqrt{166}; 1-\frac{3}{83}\sqrt{166})(10;2)(2;0)$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

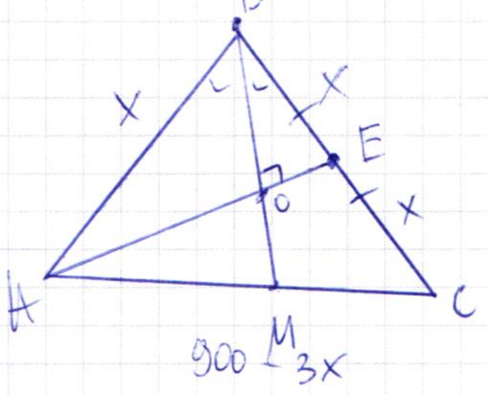
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

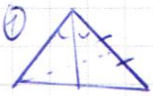
№2.



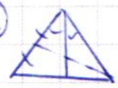
Пусть $BE = CE = x$, где AE - медиана $\triangle ABC$, в $\triangle ABE$ BO - бис. и выс. (O - т. $\cap$ AE и BM) $\Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle ABE$ - р/б по признаку бис. и выс. $\Rightarrow$ по опр. р/б $\triangle$ $AB = x \Rightarrow$ $\Rightarrow$ из усл. $AC = P - x - x - x = 900 - 3x$, Согласно нер-ву $\triangle$ имеем:

$$\begin{cases} x < 2x + 900 - 3x \\ 2x < 900 - 2x \\ 900 - 3x < 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 450 \\ x < 225 \\ x > 150 \end{cases},$$

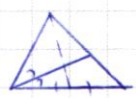
т.к. по усл. AB, BC и AC - целые числа $\Rightarrow 151 \leq x \leq 224$ - 74 удов. условию $x \Rightarrow 74$ $\triangle$-ика, у которых AE-медиана и BM-биссектриса, а всевозможных расположений - 6; ①



②

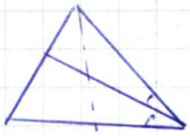


③

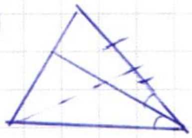


④

⑤



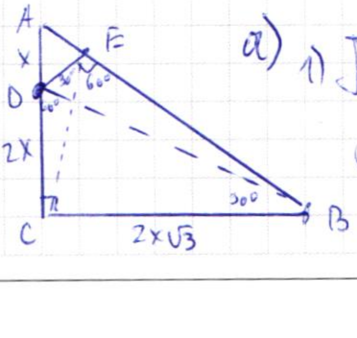
⑥



$\Rightarrow$ Всего $\triangle$, обладающих заданным с-вом $74 \cdot 6 = 444$

Ответ: 444.

№4.



а) 1) Пусть $AD = x \Rightarrow AC = 3x \Rightarrow CD = 2x$

Рассм. четырех. $DEBC$: $\angle DEB + \angle DCB = 180° \Rightarrow$ $\Rightarrow DEBC$ можно вписать в ок-ть, проведём

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

диагональ $BD \Rightarrow \angle DEC = \angle CBD$ (как впис. $\angle$, опир. на одну и ту же дугу).

2) Рассм. $\triangle DBC$ – прямоуг. ($\angle C = 90^\circ$) в нём $\operatorname{tg}\angle DBC = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (см. п. 1) $=$

$= \frac{2x}{CB} \Rightarrow CB = 2x\sqrt{3} \Rightarrow \operatorname{tg}\angle BAC$ (из пр. $\triangle ACB$) $= \frac{2x\sqrt{3}}{3x} =$

$= \underline{\frac{2}{3}\sqrt{3}}$

б) 1) из п. а и доп. усл. $\Rightarrow x = \frac{1}{3}\sqrt{7}$ и т.к. $DEBC$ – впис. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сум. пр. впис. ч-ех∠ника $\angle B + \angle CDE = 180^\circ \Rightarrow \sin\angle B = \sin\angle CDE$;

из пр. $\triangle ABC$ по т. Пифагора $AB = \sqrt{(3x)^2 + (2x\sqrt{3})^2} = x\sqrt{21} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin B = \frac{3x}{x\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sin\angle CDE$

2) Рассм. $\triangle ABC$ и $\triangle ADE$: $\angle A$ – общий и $\angle AED = \angle C = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ACB \sim \triangle AED$ (по 2-м ∠) $\Rightarrow \frac{3x}{AE} = \frac{\cancel{x}\sqrt{21}}{\cancel{x}} \Rightarrow AE = \frac{3x}{\sqrt{21}} =$

$= x \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{1}{3}\cancel{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$ из пр. $\triangle ADE$ по т. Пифагора

$DE = \sqrt{x^2 - \frac{3x^2}{7}} = \sqrt{\frac{4x^2}{7}} = 2x \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{2}{3}\cancel{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{7}}} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в $\triangle CED$ имеем: $CD = 2x = \frac{2}{3}\sqrt{7}$; $DE = \frac{2}{3}$; $\sin\angle CDE = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \Rightarrow$

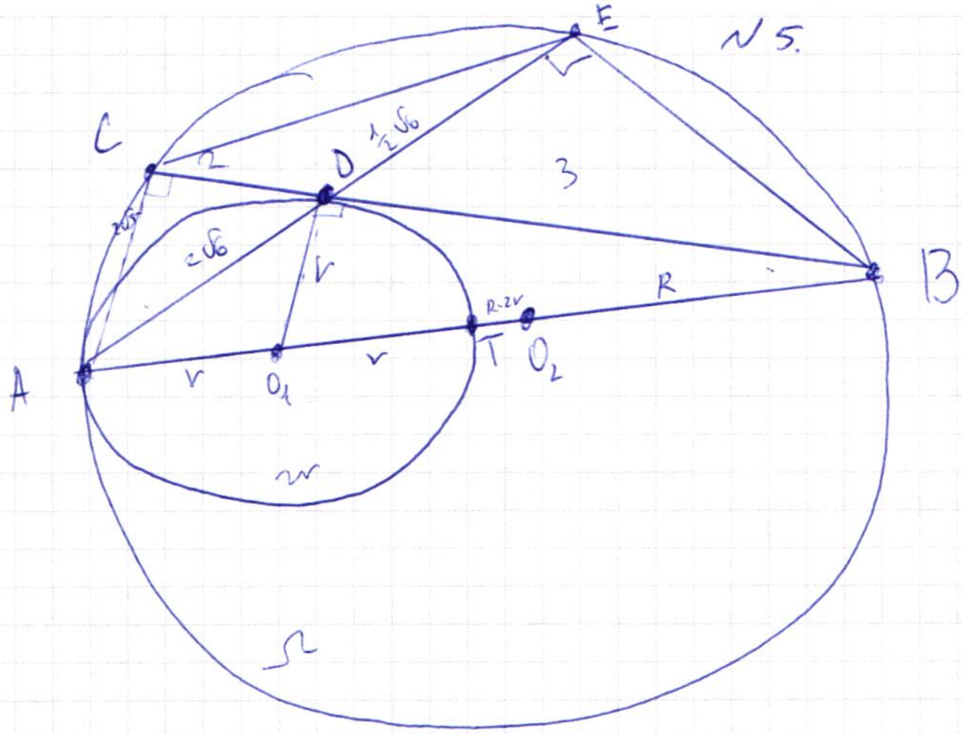
$\Rightarrow S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot DE \cdot \sin\angle CDE = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3}\cancel{\sqrt{7}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{\sqrt{7}}} =$

$= \sqrt{3} \cdot \frac{2}{9} = \underline{\frac{2}{9}\sqrt{3}}$

Ответ: а) $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ б) $S_{\triangle CED} = \frac{2}{9}\sqrt{3}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



1) по с-ву впис. ∠ оп. на диам. $\angle ACB = 90^\circ$, пусть рад. Ω равен R, а ω — r ⇒ из с-ва кас. окр-тей $AO_1 = r = O_1T$, $TO_2 = R - 2r$, $O_2B = R$, провед. рад. O_1D в т. кас. D ⇒ по с-ву рад. и кас. $O_1D \perp BC$ ⇒ из пр. $\triangle BO_1D$ $\sin\angle B = \frac{r}{2R-r}$, ~~а из △ACB~~, $\cos\angle B = \frac{3}{2R-r}$, а из $\triangle ACB$

$\sin\angle B = \frac{AC}{2R}$; $\cos\angle B = \frac{5}{2R}$ ~~$= \frac{3}{2R-r} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{2R-r}$; $2R-r=R \Rightarrow$~~

$= \frac{5}{2R} = \frac{3}{2R-r} \Rightarrow 6R = 10R - 5r$; $5r = 4R \Rightarrow$

$\Rightarrow r = \frac{4}{5}R$; из с-ва кас. и сек. пр. из одной т.

$3^2 = (2R - 2r)\cdot 2R = 4R(R-r) = 4\cdot R\cdot\frac{1}{5}R \Rightarrow 9 = \frac{4}{5}R^2$;

$\frac{45}{4} = R^2 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{45}}{2} = \frac{3\sqrt5}{2} \Rightarrow r = \frac{4}{5}\cdot\frac{3\sqrt5}{2} = \frac{6}{5}\sqrt5$

2) Из п. 1 $\Rightarrow \sin\angle B = \frac{r}{2R-r} = \frac{\frac{6}{5}\sqrt5}{3\sqrt5-\frac{6}{5}\sqrt5} = \frac{\frac{6}{5}\sqrt5}{\frac{9}{5}\sqrt5} = \frac{6}{5}\cdot\frac{5}{9} = \frac{2}{3} =$

$= \frac{AC}{3\sqrt5} \Rightarrow AC = \frac{2}{3}\cdot 3\sqrt5 = 2\sqrt5 \Rightarrow$ из пр. $\triangle ACD$ по т. Пифагора

$AD^2 = (2\sqrt5)^2 + 2^2 = 20+4 = 24 \Rightarrow AD = 2\sqrt6$; из св-ва пер. п-ся хорд $\Rightarrow CD\cdot BD = AD\cdot DE \Rightarrow 2\cdot 3 = 2\sqrt6\cdot DE \Rightarrow DE = \frac{3}{\sqrt6} =$

$= \frac{\sqrt3\cdot\sqrt3}{\sqrt3\cdot\sqrt2} = \frac{\sqrt6}{2}$; $\triangle AEB$ - прямоуг. аналогично

$\triangle ACB$ (см. п. 1) $\Rightarrow$ по т. Пифагора $BE^2 = 4R^2 - \left(\frac{5}{2}\sqrt6\right)^2 =$

$= \frac{9}{4}\cdot 5\cdot 4 - \frac{25}{4}\cdot 6 = 45 - \frac{75}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow BE = \sqrt{\frac{15}{2}} = \frac{\sqrt{30}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}\sqrt6\cdot\frac{\sqrt{30}}{2} = \frac{5}{8}\cdot\sqrt{6^2\cdot 5} = \frac{30}{8}\sqrt5 = \frac{15}{4}\sqrt5$

из пр. $\triangle ACD$ $\sin\angle CAD = \frac{1}{\sqrt6} \Rightarrow S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot AE\cdot\sin\angle CAD =$

$= \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt5\cdot\frac{5}{2}\sqrt6\cdot\frac{1}{\sqrt6} = \frac{5\sqrt5}{2} \Rightarrow S_{BACE} = S_{\triangle ACE} + S_{\triangle AEB} =$

$= \frac{15}{4}\sqrt5 + \frac{5}{2}\sqrt5 = \sqrt5\left(\frac{15}{4}+\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4}\sqrt5$

Ответ: $R_\Omega = \frac{3}{2}\sqrt5$; $r_\omega = \frac{6}{5}\sqrt5$; $S_{BACE} = \frac{25}{4}\sqrt5$

№6.

Рассм. $f(x) = 8x - 6|2x-1|$; $g(x) = ax+b$; $h(x) =$
$= -8x^2+6x+7$

Имеем:

$$f(x) = \begin{cases} -4x+6, & x \geq \frac{1}{2} \\ 20x-6, & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

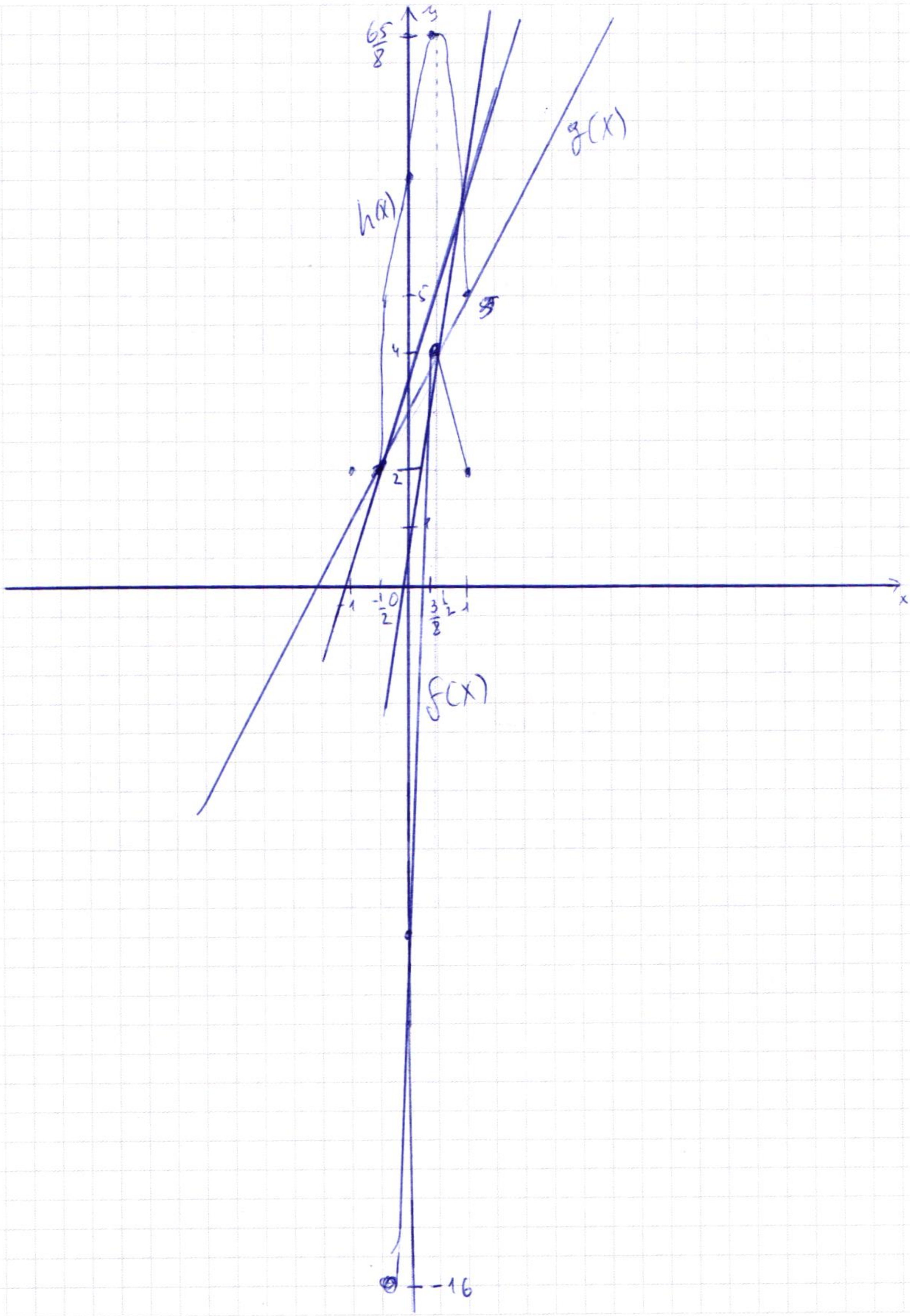
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Поскольку необходимо вып. обоих усл. на указ. пр-ке, что ф-я $g(x)=ax+b$ $\cap(\frac{1}{2};u)$, т.к. в прот. сл. не выполнится усл-е $g(x)\le h(x)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$4=\frac{1}{2}x+b$, $b=4-\frac{1}{2}x$ $\Rightarrow$ $g(x)=4-\frac{1}{2}x+ax=$~~

~~$=x(a-\frac{1}{2})+4$~~ чтобы выпол. усл. $g(x)\le h(x)$ данная прямая должна пройти через $(-\frac{1}{2};2)$ и $(1;5)$ и $(\frac{1}{2};u)$, т.к. в прот. сл. на данном пр-ке данная прямая будет либо "$>$" $h(x)$, либо "$<$" $f(x)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow g(x)=2x+3$, а значит $a=2$, $b=3$

Ответ: $(2;3)$

№7.

~~По усл.~~ На заданном пр-ке ф-я f неотрицательна, т.к. если предположить обратное, то $f(ab)=f(a)+f(b)$ д.б. отрицательно, то $f(p)=[p/2]$ ~~$\ge$~~ ≥ 0, а значит, рассмотрев $f(x/y)$, мы никогда не получим отрицательных чисел $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ таких x, y нет.

Ответ: 0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

a, b, c, 1, c - ?

$f(5/6) =$ $b^2 = ac$ $c^2 = b \cdot d = \frac{b^2}{a} = \frac{ac}{a} \Rightarrow c^2 = c$

$c(c-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} C=0 \\ C=1 \end{array}\right.$

$f(x/y) < 0$

$ax^2 - 2bx + c = 0$

$D_1 = b^2 - ac = 0$

$x - 6y =$

$x_{1,2} =$ $x = \frac{2b}{2a} = \frac{b}{a} = d$

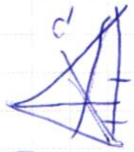
$= \sqrt{y(x-6)-(x-6)}$

$f(a) + f(b) < 0$

$x - 6y = \sqrt{(x-6)(y-1)}$

$c = 1 \Rightarrow b^2 = 1$

$(x-6)^2 + 2(y-1)^2 + 18 = 0$



$f(a) < f(b)$

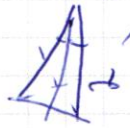
$2y^2 - \ldots + 20 = 0$

$\left(x - \frac{b}{a}\right)^2 = 0$

$2(y^2 - 2y + 10) = 0$

$ax^2 - 2bx + c = x^2 - \frac{2bx}{a} + \frac{b^2}{a^2}$

$x = 6$



$y = 1$

~~x + y = 7~~

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$a = x - 6$

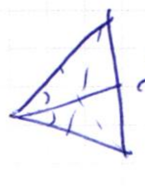
$b = y - 1$

$D = 169y^2 - 144y^2 = 25y^2$

$\sqrt{ab} =$

$\frac{13y \pm 5y}{2} = \left[\begin{array}{l} 9y \\ 4y \end{array}\right.$

next



$(x-9y)(x-4y) + 6y + x - 6 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$x^2 - x(13y-1) + 6y + 36y^2 - 6 = 0$

$D = (13y-1)^2 - 4(36y^2 + 6y - 6) =$

$= 169y^2 - 26y + 1 - 144y^2 - 24y + 24 = 25y^2 - 30y + 25 =$

$= (5y-5)^2$

$\frac{18y-6}{2} = 9y - 3$

$\frac{8y+4}{2} = 4y + 2$

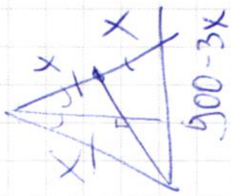
$P = 900$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$x \in \mathbb{N}$

$2x \in \mathbb{N}$

$900 - 3x \in \mathbb{N}$



$900 - 2x > 2x$

$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{83}} = \frac{\sqrt{9 \cdot 2}}{\sqrt{83}} = 3\sqrt{\frac{2}{83}} = \frac{3}{83}\sqrt{166}$

$3x > 900 - 3x$

$6x > 900$

$6x > 900$

$x > 150$

$x < 225$

$150 < x < 225$

$151 \le x \le 224$ (74)

$224 - 151 = 73$

151 ... 153

151 152 153

$9 + \frac{27}{83}\sqrt{166} - 3$

$6 + \frac{27}{83}\sqrt{166}$

$9 - \frac{27}{83}\sqrt{166} - 3 = 6 - \frac{27}{83}\sqrt{166}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

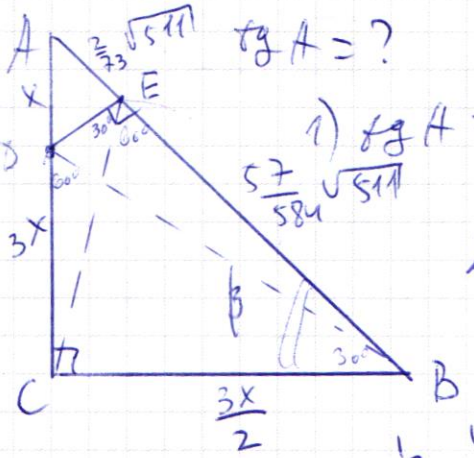
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$tg A = ?$

1) $tg A = \frac{3x}{2} \cdot \frac{1}{4x} = \frac{3}{8}$

2)

$CB = 9$

$\triangle AED \sim \triangle ACB$

$\frac{AE}{\sqrt{7}} = \frac{ED}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4} : \frac{\sqrt{511}}{8} =$

$a = \frac{9}{2}$

$16x^2 + \frac{9x^2}{4}$

$\frac{73x^2}{4}$

$\frac{x\sqrt{73}}{2}$

$\frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{\sqrt{73}}{2} = \frac{\sqrt{511}}{8}$

$AE = 2 \cdot \sqrt{\frac{7}{73}} =$

$= \frac{2\sqrt{511}}{73}$

$\frac{7}{16} - 4 \cdot \frac{7}{73} =$

$= 7\left(\frac{1}{16} - \frac{4}{73}\right) = \frac{7 \cdot 9}{16 \cdot 73}$

$\frac{1}{8} - \frac{2}{73}$

$73 - 16 = 57$

$\frac{57}{8 \cdot 73}$

$\frac{57}{584}\sqrt{511}$

$ctg \beta = \frac{1}{8} = \frac{\cos\beta}{\sin\beta}$

$8\cos\beta = \sin\beta$

$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{7}{73}}$

$65\cos^2\beta = 1$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{\sqrt{65}}$

$\frac{3}{4}\sqrt{7} \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{7}{73}}$

$\cos^2\beta = \frac{1}{65} \Rightarrow \sin^2\beta = \frac{64}{65}$

$\sin\beta = \frac{8}{\sqrt{65}}$

$9x^2 + 12x^2$

$-8x^2 + 6x + 7 =$

$= 20x - 6$

$14x - 13 + 8x^2$

$8x^2 + 14x - 13 = 0$

$D = 49 + 104 = 153 = 51 \cdot 3 = 9 \cdot 17 = (3\sqrt{17})^2$

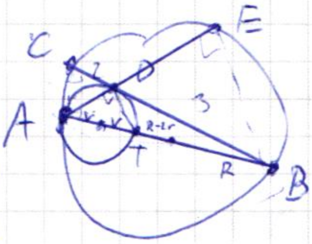
$\frac{-7 \pm 3\sqrt{17}}{8}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$r, R, S_{BACE} - ?$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{2r}{2R-2r}$$

$3^2 =$

$\cancel{(R-r)\cdot 2R = 9}$

$AD \cdot DE = 6$ $\quad \frac{AD}{BD} = \frac{2}{ED}$

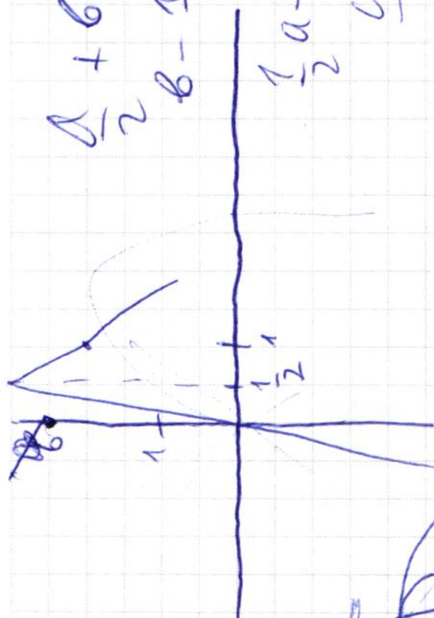
$\triangle CAD \sim \triangle EBD$ $\quad \cancel{\frac{AD}{3} = \frac{2}{ED}}$

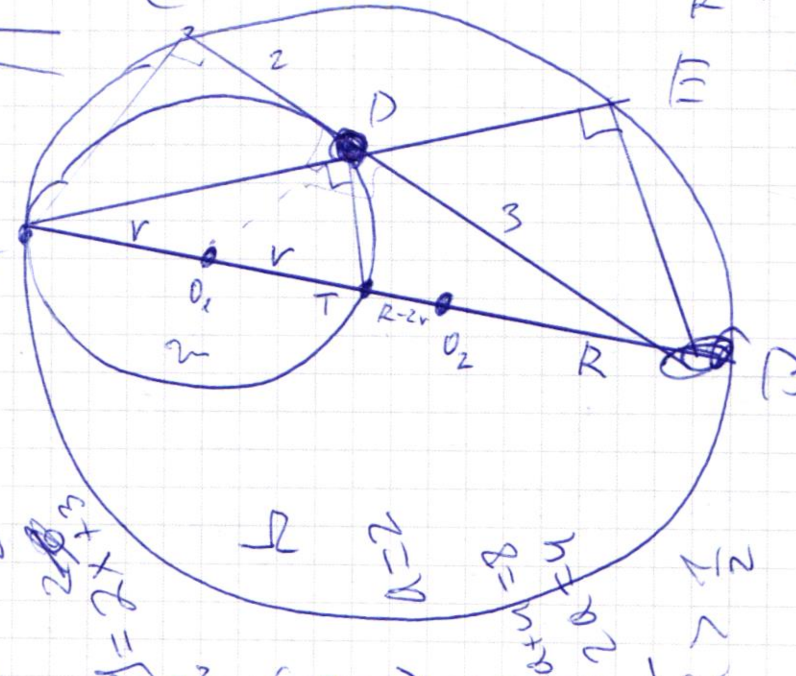
$9 = (2R-2r)\cdot 2R$

$9 = 4\cdot R(R-r)$

$$\frac{\overset{2r}{r}}{R-r} = \frac{AD}{DE} =$$

$= \frac{DT}{BE}$





$3^2 = (2R-2r)\cdot 2R$

$$\boxed{\begin{aligned} 9 &= 4R(R-r) \\ \frac{3}{2} &= \frac{2R-r}{r} \end{aligned}}$$