

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

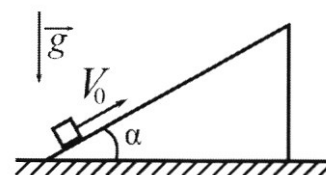
Шифр

(заполняется секретарем)

1. Фейерверк массой  $m = 1 \text{ кг}$  стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через  $T = 3 \text{ с}$  разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва  $K = 1800 \text{ Дж}$ . На землю осколки падают в течение  $\tau = 10 \text{ с}$ .

- 1) На какой высоте  $H$  взорвался фейерверк?
- 2) В течение какого промежутка времени  $\tau$  осколки будут падать на землю? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha$  такой, что  $\cos \alpha = 0,6$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость  $V_0$  (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$ . Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

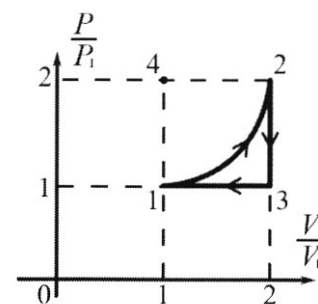
- 1) Найдите начальную скорость  $V_0$  шайбы.
- 2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите ускорение  $a$  модели.
- 2) Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{\text{MIN}}$  равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = 45^\circ$ . Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,8$ , радиус сферы  $R = 1 \text{ м}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление  $P_1$  и объём  $V_1$ .

- 1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?
- 2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.
- 3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $3R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

- 1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

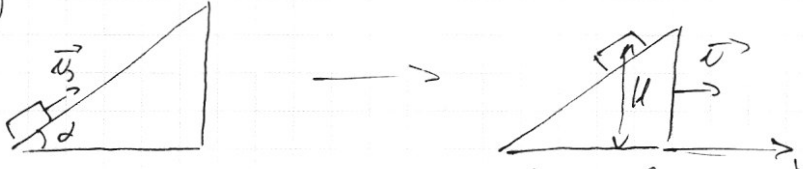
Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $3R$  от центра.

- 2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) 1)



На систему «клин-шарик» не действуют внешние горизонтальные силы  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow p_x = \text{const}$$

В верхней точке шарик касается относительно клина  $\Rightarrow$  они имеют одинаковую скорость

$$\begin{aligned} \text{ЗЕЗ: } \begin{cases} \frac{mU_3^2}{2} = mgh + \frac{mU^2}{2} + \frac{2mU^2}{2} \\ \text{ЗЕИ (ох): } \begin{cases} mU_3 \cos \alpha = mU + mU \end{cases} \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} U_3^2 = 2gh + 3U^2 \\ U = \frac{U_3 \cos \alpha}{3} \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{mU_3^2}{2} = 2gh + \frac{U_3^2 \cos^2 \alpha}{3} \\ U = \frac{U_3 \cos \alpha}{3} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_3^2 \cdot \frac{3 - \cos^2 \alpha}{3} = 2gh & ; U_3 = \sqrt{\frac{6gh}{3 - \cos^2 \alpha}} ; U_3 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10 \cdot 0,2}{3 - 0,6^2}} \frac{м}{с} ; U_3 \approx 2,1 \frac{м}{с} \end{aligned}$$



Аналогично предыдущему получим систему

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{mU_3^2}{2} = mgh + \frac{mU^2}{2} + \frac{mU^2}{2} \\ mU_3 \cos \alpha = mU + mU \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} U_3^2 = 2gh + 2U^2 \\ U = \frac{U_3 \cos \alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_3^2 = 2gh + \frac{U_3^2 \cos^2 \alpha}{2} ; U_3^2 \cdot \frac{2 - \cos^2 \alpha}{2} = 2gh & ; U_3 = \sqrt{\frac{4gh}{2 - \cos^2 \alpha}} \end{aligned}$$

Запишем ЗЕЗ и ЗЕИ на горизонт. ос. для катящегося и скользящего шаров:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{mU_3^2}{2} = \frac{mU_1^2}{2} + \frac{mV^2}{2} \\ mU_3 \cos \alpha = -mU_1 \cos \alpha + mV \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} U_3^2 - U_1^2 = V^2 \\ (U_3 + U_1) \cos \alpha = V \end{cases} & \Leftrightarrow \begin{cases} (U_3 - U_1)(U_3 + U_1) \cos \alpha = V \cos \alpha \\ (U_3 + U_1) \cos \alpha = V \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (U_3 - U_1)V = V^2 \cos \alpha \Leftrightarrow U_3 - U_1 = V \cos \alpha ; U_1 = U_3 - V \cos \alpha$$

$$V = (U_3 + U_1) \cos \alpha ; V = (2U_3 - V \cos \alpha) \cos \alpha ; V(1 + \cos^2 \alpha) = U_3 \cdot 2 \cos \alpha ; V = U_3 \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$V = \sqrt{\frac{4gh}{2 - \cos^2 \alpha}} \cdot \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} ; V \approx 1,9 \frac{м}{с}$$

$$\text{Ответ: } U_3 \approx 2,1 \frac{м}{с} ; V \approx 1,9 \frac{м}{с}$$

4) а)  $\int$  работа электрических сил:  $Q = \int U + A_r$

$A_r \equiv S_{\text{возф.}}$ , где  $S_{\text{возф.}}$  - площадь под графиком в  $pV$  координатах  $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_r \equiv S_0 \cdot p_1 V_1$ , где  $S_0$  - площадь под данным графиком\*

$$U = \frac{1}{2} (\nu R T_2 - \nu R T_1) = \frac{1}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{1}{2} (2 p_1 \cdot 2 V_1 - p_1 V_1) \stackrel{i=3}{=} \frac{3}{2} p_1 V_1$$

$$A_r = \left(2 - \frac{\pi}{4} \cdot 1^2\right) p_1 V_1 = \left(2 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1$$

$$Q = \left(\frac{13}{2} - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 \approx 5,71 p_1 V_1$$

$$* \frac{p}{p_1} = f\left(\frac{V}{V_1}\right); p = p_1 f\left(\frac{V}{V_1}\right)$$

$$A_r = \int_{V_1}^{V_2} p_1 f\left(\frac{V}{V_1}\right) dV = p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} f\left(\frac{V}{V_1}\right) d\left(\frac{V}{V_1}\right) =$$

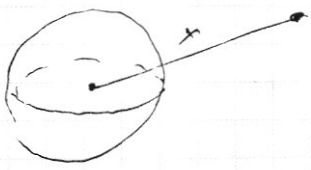
2)  $A \equiv S_{\text{цикл}} p_1 V_1$ ;  $S_{\text{цикл}}$  - площадь, ограниченная циклом  $\Rightarrow p_1 V_1 \cdot S_0$

$$A = \left(1 - \frac{\pi}{4} \cdot 1^2\right) p_1 V_1 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) p_1 V_1 \approx 0,21 p_1 V_1$$

3)  $\eta = \frac{A}{Q} \approx 0,037 = 3,7\%$

Ответ:  $Q \approx 5,71 p_1 V_1$ ;  $A \approx 0,21 p_1 V_1$ ;  $\eta \approx 3,7\%$

5) Докажем, что вне равномерно заряженной сферы создается такое же поле, как  $\text{if}$  если бы весь ее заряд поместили в ее центр.

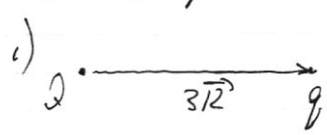


В силу симметрии напряженность в любой точке направлена вдоль радиального направления.

В качестве замкнутой поверхности выберем сферу

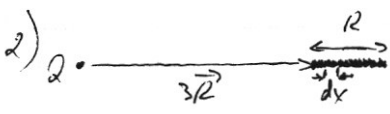
радиуса  $x > R$ . Тогда  $\Phi = \varepsilon(x) \cdot 4\pi x^2$ . С другой стороны по теореме Гаусса  $\Phi = 4\pi k \frac{Q}{R}$ , где  $Q$  - заряд сферы. Тогда  $\varepsilon(x) \cdot 4\pi x^2 = 4\pi k Q \Rightarrow \Rightarrow \varepsilon(x) = k \frac{Q}{x^2}$

Тогда в нашей задаче мы можем рассматривать не равномерно заряженную сферу (плотностью заряда  $\rho$ ), а точечный заряд  $Q$ , расположенный в ее центре.



$$\vec{F}_1 = k \frac{Qq}{(3R)^2} \cdot 3\vec{R}; \vec{F}_1 = k \frac{Qq}{9R^2} \vec{R}$$

$$|\vec{F}_1| = k \frac{Qq}{9R^2}$$



$$dF_2 = k \frac{Qq \cdot dx}{R^2}; F_2 = \int_{3R}^{4R} k \frac{Qq}{R^2} dx$$

$$F_2 = k \frac{Qq}{R} \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_{3R}^{4R}; F_2 = k \frac{Qq}{12R^2}$$

$F_2$  - сила, с которой сфера действует на заряд

по 2-му закону Н.:  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \Rightarrow F_2 = F_1$  Ответ:  $F_1 = k \frac{Qq}{9R^2}$ ;  $F_2 = k \frac{Qq}{12R^2}$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

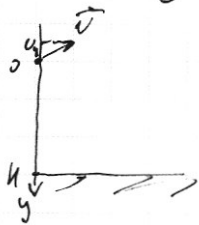
①  ~~$K = \sum m_i v_i^2$~~   $K = \sum K_i = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v^2}{2} \sum m_i = \frac{mv^2}{2}$ ;  $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \frac{m}{c}$

$v$  - скорость осколков сразу после взрыва

$v_0$  - начальная скорость фреоборвержа

из условия  $v_0 - g\tau = 0$ ;  $v_0 = g\tau$

ЗЗЗ:  $mgH = \frac{mv_0^2}{2}$ ;  $H = \frac{v_0^2}{2g}$ ;  $H = \frac{g\tau^2}{2}$ ;  $H = 45 \text{ м}$



$y = v_y t + \frac{g t^2}{2}$ ; в момент падения  $y = H$ ,  $t = \tau_y$

$H = v_y \tau_y + \frac{g \tau_y^2}{2}$ ;  $\tau_y = \frac{-v_y + \sqrt{v_y^2 + 2gH}}{g}$

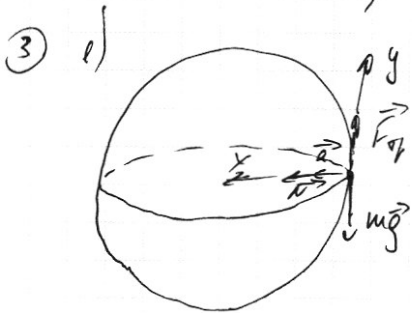
$\tau_y = f(v_y) = \frac{\sqrt{v_y^2 + 2gH} - v_y}{g}$

тогда  $\tau = \max_{v_y \in [-v; v]} f(v_y)$

$\frac{d f(v_y)}{d v_y} = \frac{1}{g} \left( \frac{v_y}{\sqrt{v_y^2 + 2gH}} - 1 \right) = \frac{1}{g} \cdot \frac{v_y - \sqrt{v_y^2 + 2gH}}{\sqrt{v_y^2 + 2gH}} \Leftrightarrow \Rightarrow f(v_y) \downarrow \Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = \max_{v_y \in [-v; v]} f(v_y) = f(-v) = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g}$ ;  $\tau = 12,7 \text{ с}$

Ответ:  $H = 45 \text{ м}$ ;  $\tau = 12,7 \text{ с}$



в зч и к: (Ох)  $N = mg$

(Оу):  $-mg + F_{\text{нх}} = 0 \Leftrightarrow F_{\text{нх}} = mg$

$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{нх}}$ ;  $\vec{R}$  - полная сила реакции

по ш зч и к:  $\vec{R} = -\vec{F}$ ,  $\vec{F}$  - сила, с которой модель действ. на сферу

$F = R = \sqrt{N^2 + F_{\text{нх}}^2} = m\sqrt{a^2 + g^2}$ ;  $F = 2mg$

$\sqrt{a^2 + g^2} = 2g$ ;  $a = g\sqrt{3}$ ;  $a \approx 17,3 \frac{m}{c^2}$

2) При равномерном движении по большому кругу не должно быть отрыва  $\Rightarrow$  в верхней точке его нет (там проекция силы тяжести на радиальную ось максимальна)  $\Rightarrow m_n \geq mg \sin \alpha$  (т.к.  $N \geq 0$ )

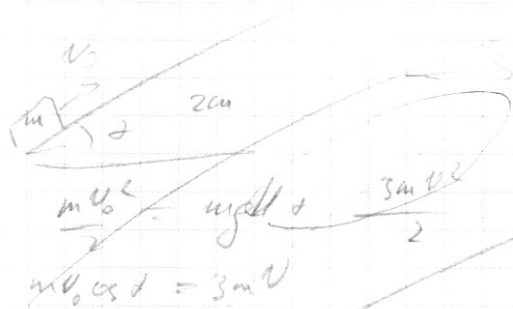
$$\frac{v^2}{R} \geq g \sin \alpha$$

$$v \geq \sqrt{gR \sin \alpha}; v_{\min} = \sqrt{gR \sin \alpha}; v_{\min} \approx 3,1 \frac{m}{c}$$

Ответ:  $a \approx 14,3 \frac{m}{c^2}; v_{\min} \approx 3,1 \frac{m}{c}$



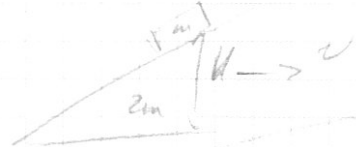
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$m v_0^2 = m g d + \frac{3 m v^2}{2}$$

$$m v_0 \cos \alpha = 3 m v$$

$$v = \frac{v_0 \cos \alpha}{3}$$



$$v_1^2 = 2 g h + \frac{v_2^2 \cos^2 \alpha}{3} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

$$v_2^2 \frac{3 - \cos^2 \alpha}{3} = 2 g h$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{6 g h}{3 - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{10}{3 - 0.25}}$$

$$\frac{12.25}{66}$$

$$v t + \frac{g t^2}{2} = h$$

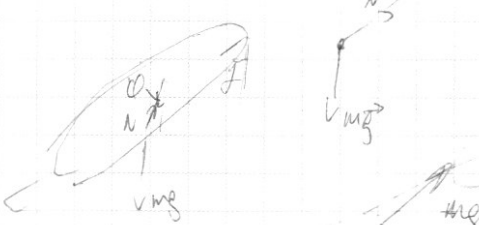
$$\frac{g}{2} t^2 + v t - h = 0$$

$$t_1 = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2 g h}}{g}$$

$$v t = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{3}$$

$$t = \frac{20}{10} = \frac{2.60}{10} = 0.26$$

$$\frac{10}{3 - 0.25}$$



$$m g \cos \alpha \quad 14,14 \approx 3,58$$

$$514$$

$$51400$$

масса груза 6 т  
↑ скорость ↑

3)  $Q = \dots$   
 $A_T = 2 p_1 v_1 - \frac{p_1 v_1}{4}$

$$Q = \left( \frac{13}{2} - \frac{p_1}{4} \right) p_1 v_1$$

$$A = \left( 11 - \frac{p_1}{4} \right) p_1 v_1$$

$$\eta = \frac{A}{Q}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{m g \cos \alpha}{2} (v_1^2 - v_2^2)} = \frac{3}{2} (4 p_1 v_1 - p_1 v_1)$$

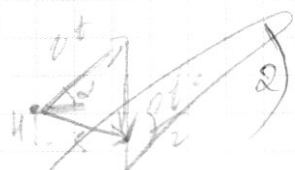
$$m g \cos \alpha = \frac{p_1}{2} v_1$$

5)  $Q = \dots$

$$dF = k \cdot \frac{Q q}{x^2}$$

$$F = \int_{3R}^{4R} k \frac{Q q}{x^2} dx = k \frac{Q q}{R} \left( \frac{1}{3R} - \frac{1}{4R} \right) = k \frac{Q q}{24 R^2}$$

$$\frac{\sum m_i v_i^2}{2} = \frac{U^2 \sum m_i}{2} = \frac{m U^2}{2} = K \quad U = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 60 \frac{m}{c}$$



2) Через сколько времени после взрыва первый осколок упадет на землю?

$U_1 = 20$

$$\frac{U_1 U_2 + 31140582}{31} = \dots$$

$$\frac{31}{28} = \dots$$

$$\frac{36}{32} = \dots$$

$$\frac{21}{15} = \dots$$

$$\frac{0,185398}{9} = \dots$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad | \quad 34 \\ 300 \quad | \\ \hline 272 \quad | \\ 280 \quad | \\ \hline 272 \quad | \\ \hline 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \quad | \quad 41 \\ 164 \quad | \\ \hline 360 \quad | \\ 328 \quad | \\ \hline 320 \quad | \\ 287 \quad | \\ \hline 328 \quad | \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,500000 \\ 2,85398 \\ \hline 3,64602 \\ \hline 38 \\ 32 \\ \hline 2,214602 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2100 \quad | \quad 3714 \\ 210 \quad | \\ \hline 2100 \quad | \\ 2103 \quad | \\ \hline 3870 \quad | \\ 3626 \quad | \\ \hline 4440 \quad | \\ 3857 \quad | \\ \hline 443 \end{array}$$

$$\sqrt{4,8780} = 2,20$$

$$U_0 = 33,27$$

$$U_1 = 32,8$$

$$\frac{U_1}{2} = 16,4$$

$$\begin{array}{r} 882 \\ 22 \\ \hline 1764 \\ 1764 \\ \hline 15404 \end{array}$$

$$\frac{U_1^2 + U_2^2 - U^2}{2} = \dots$$

$$x = \sqrt{x^2 + 2gh}$$

$$\sqrt{50000} = 223$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 1600 \end{array}$$

$$2m \left( \frac{p}{p_1} - 1 \right)^2 + \left( \frac{U}{U_1 - U_2} \right)^2 = 1$$

$$3mU = mU_0 \cos \alpha \frac{p - 2p_1}{p_1^2} + \frac{U - U_1^2}{U_1^2} = \dots$$

$$\frac{p}{p_1} - \frac{p}{p_1} = -1 - \frac{U^2}{41}$$

$$\frac{U}{U_1} = 2 \sqrt{1 - \left( \frac{U}{U_1} - 1 \right)^2}$$

$$\frac{U}{25} = \frac{5}{34}$$

$$p_1 \int_{U_1}^U \sqrt{2 - \sqrt{1 - \left( \frac{U}{U_1} - 1 \right)^2}} dU = \frac{3p_1 U_1}{25} \int_1^2 \sqrt{2 - \sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$\frac{U}{25} = \frac{U_1^2}{25} = 2gh$$

$$\begin{cases} mU_0 \cos \alpha = -mU_1 \cos \alpha + 2mU_2 \\ \frac{mU_0^2}{2} = \frac{mU_1^2}{2} + \frac{mU_2^2}{2} \end{cases}$$

$$\frac{U_0^2}{2} = \frac{U_1^2}{2} + \frac{U_2^2}{2}$$

$$U_0 = U_1 \cos \alpha + U_2$$

$$U_1 = U_2 \cdot \frac{2 - \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$

$$(U_0 - U_1) \cdot 2U_2 = 2U_2^2 \cos \alpha \quad U_1 (U_0 \cos \alpha + U_1 - U_0) = 0$$

$$U_0 = U_1 \frac{2 + \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$

$$U_2 = U_1 \frac{2 - \cos^2 \alpha}{2 \cos \alpha}$$



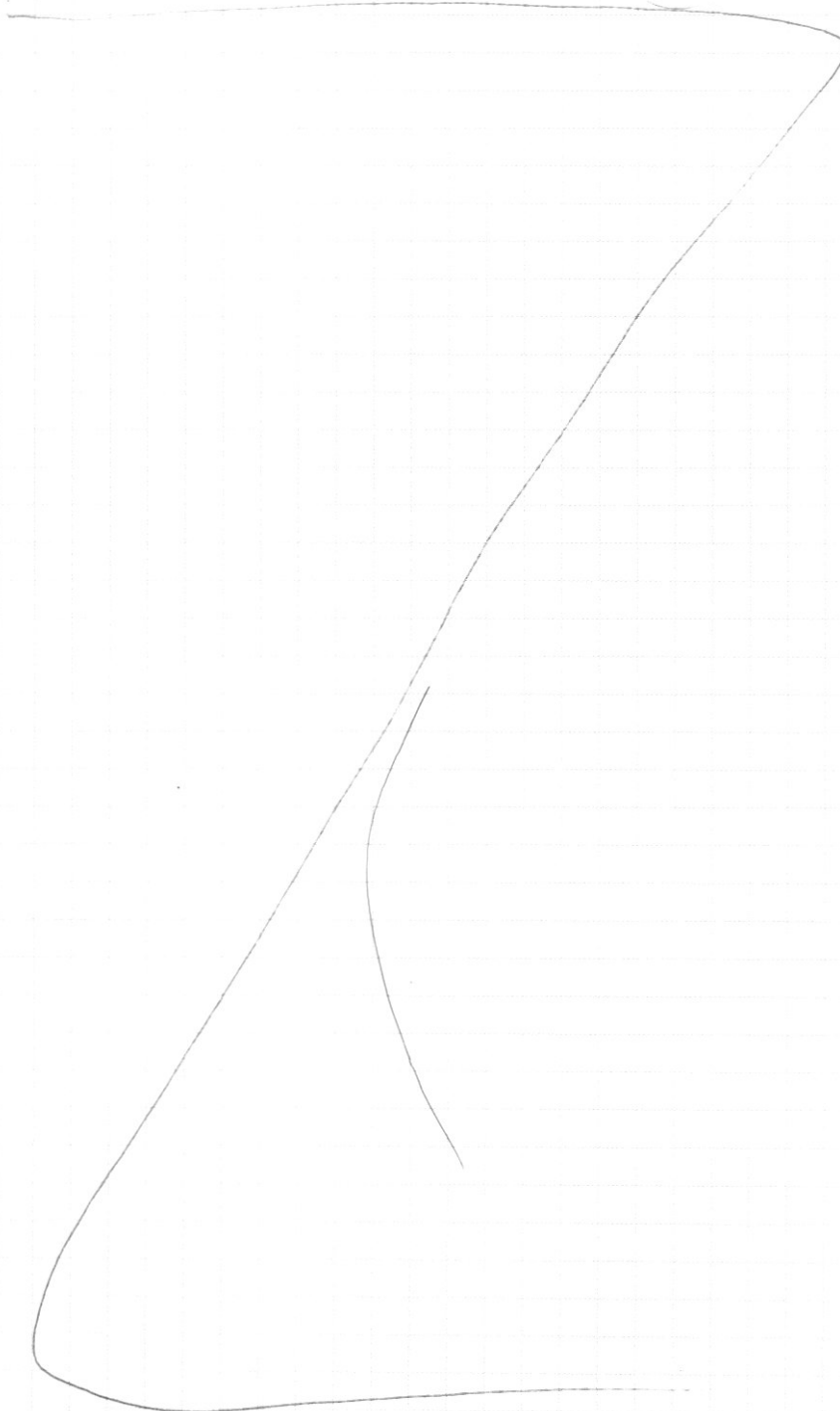
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



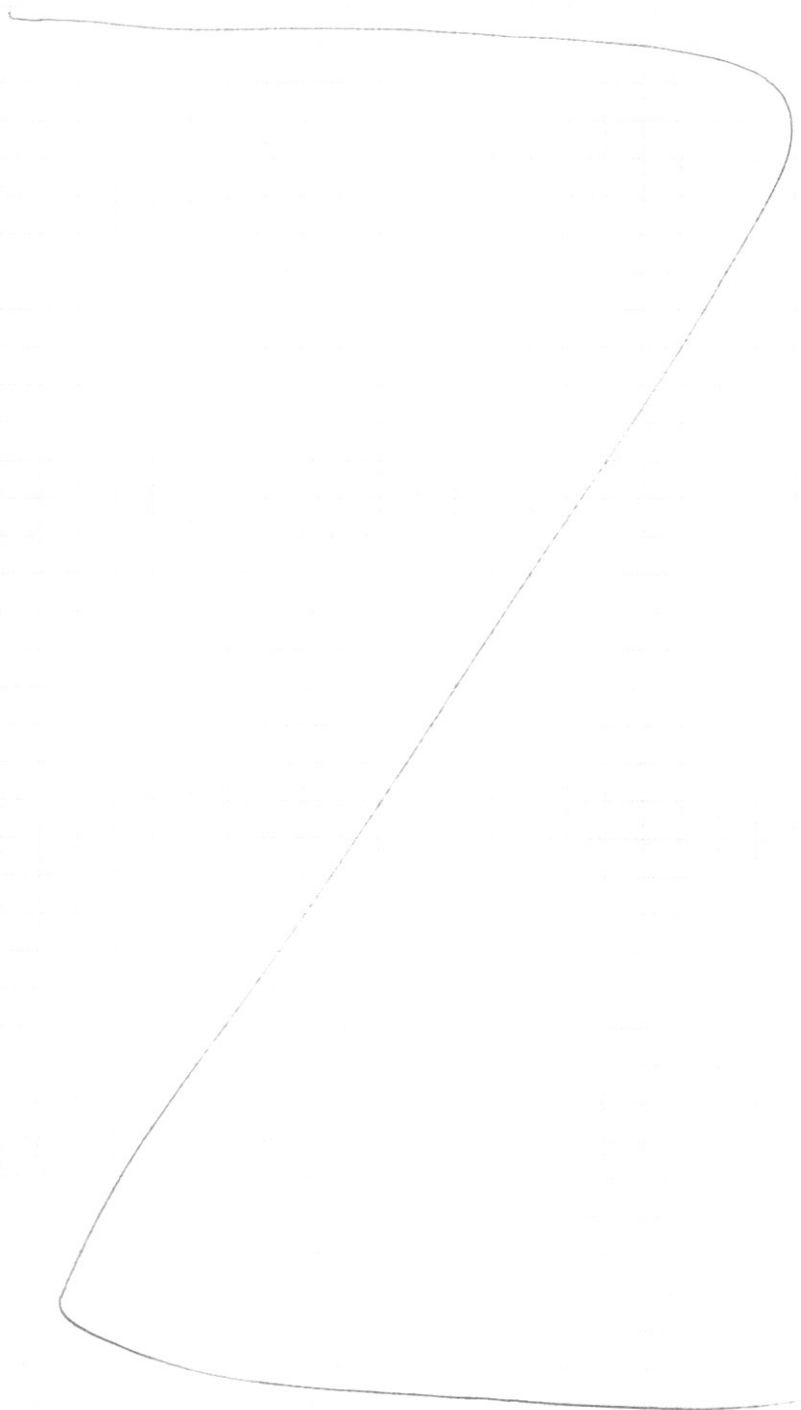


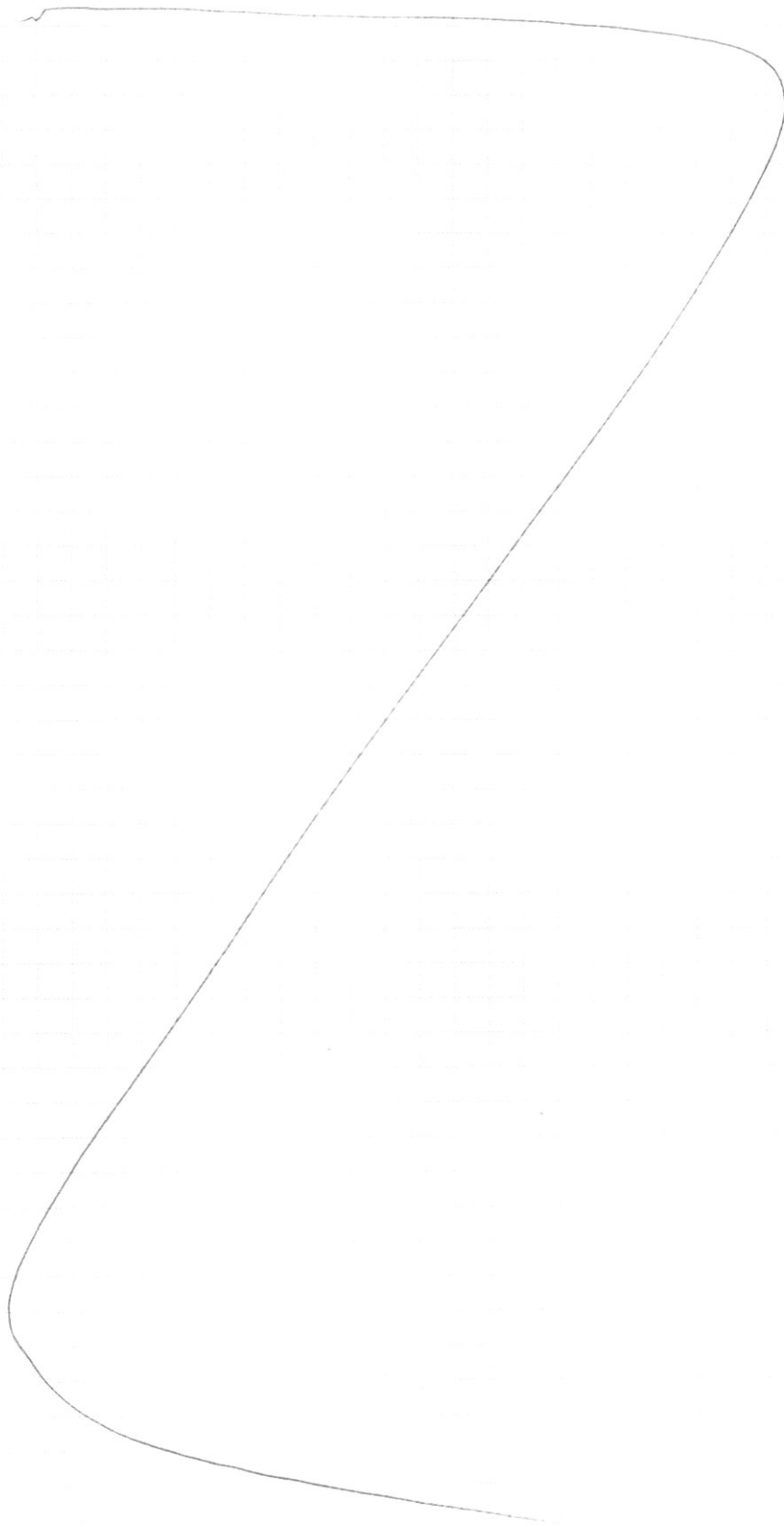
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)