

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

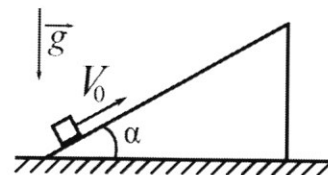
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

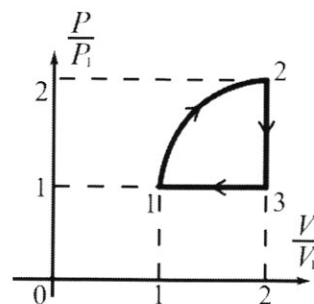
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

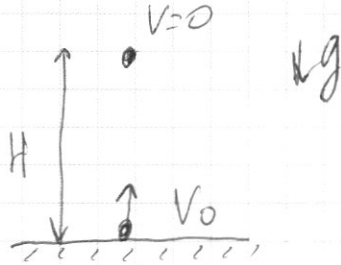
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$$mgH = \frac{mV_0^2}{2} \Rightarrow$$

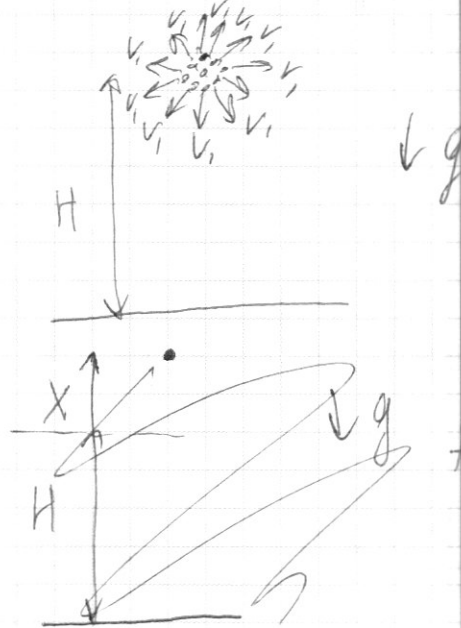
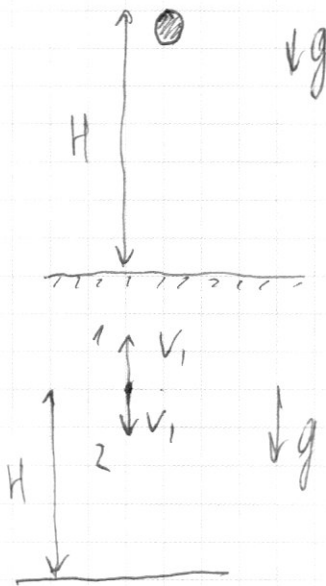
$$\Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH} =$$

$$t = 10 \text{ c}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 5} =$$

$$= 10\sqrt{13} \approx 36 \text{ м/с}$$

Отвечая 1: $V_0 = 36 \text{ м/с}$



$$t_1 - t_2 = \frac{2V_1}{g} = t$$

$$X_d = \frac{V_1^2}{2g}, \quad t_1 = \frac{V_1}{g}$$

$$X+H = \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2(X+H)}{g}}$$

$$t_1 + t_2 = t \Rightarrow \frac{V_1}{g} + \sqrt{\frac{2(\frac{V_1^2}{2g} + H)}{g}}$$

$$\sqrt{\frac{V_1^2}{g^2} + \frac{2H}{g}} = t - \frac{V_1}{g}$$

$$\frac{V_1^2}{g^2} + \frac{2H}{g} = t^2 + \frac{V_1^2}{g^2} - \frac{2tV_1}{g}$$

$$t^2 - \frac{2H}{g} = \frac{2tV_1}{g} \Rightarrow V_1 = \frac{g}{2t} \left(t^2 - \frac{2H}{g} \right) =$$

$$= \frac{10}{2 \cdot 10} \left(100 - \frac{2 \cdot 65}{10} \right) = \frac{87}{2} = 43,5 \text{ м/с}$$

$$\frac{\Delta m_1 V_1^2}{2} + \frac{\Delta m_2 V_1^2}{2} + \dots + \frac{\Delta m_k V_1^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} (\Delta m_1 + \dots + \Delta m_k) =$$

$$= \frac{m V_1^2}{2} = \frac{2 \cdot 43,5^2}{2} = \frac{9 \cdot 841}{4} = \frac{9 \cdot 840}{4} + \frac{9}{4}$$

$$= 9 \cdot 210 + 2,25 = 1892,25 \text{ Дж}$$

Ответ 2: 1892,25 Дж

$$t = \frac{2V_1}{g} \Rightarrow V_1 = \frac{gt}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ м/с}$$

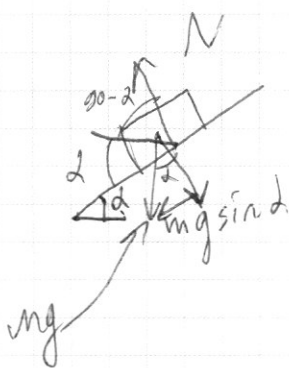
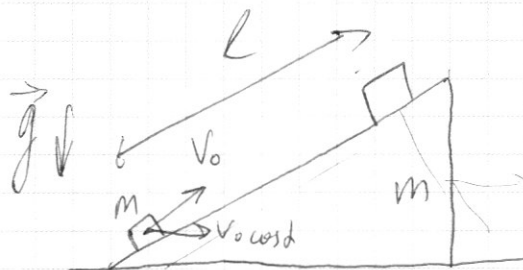
$$\frac{\Delta m_1 V_1^2}{2} + \frac{\Delta m_2 V_1^2}{2} + \dots + \frac{\Delta m_k V_1^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} (\Delta m_1 + \dots + \Delta m_k) =$$

$$= \frac{m V_1^2}{2} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ 2500 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



$$v_0 \cos \alpha - \frac{N \cos(90^\circ - \alpha)}{m} = \frac{N \cos(90^\circ - \alpha)}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cos \alpha = \frac{2N}{m}$$

$$v_0 - \frac{mg \cos \alpha}{m} t = \frac{N \sin^2 \alpha}{m} t$$

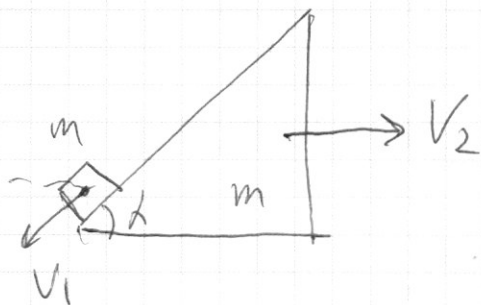
$$g \sin \alpha t = v_0 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{g}$$

$$l = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

$$H = l \sin \alpha = \frac{v_0^2}{2g}$$

Ответ 1: $\frac{v_0^2}{2g}$

горизонтальной составляющей и параллельная составляющая не делаются



$$mV_0 \cos \alpha = mV_2 - mV_1 \cos \alpha \Rightarrow V_2 = (V_0 + V_1) \cos \alpha$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} \Rightarrow V_0^2 = V_1^2 + V_2^2$$

$$V_2^2 = (V_0 + V_1)^2 \cos^2 \alpha = V_0^2 - V_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0^2 \cos^2 \alpha + V_1^2 \cos^2 \alpha + 2V_0V_1 \cos^2 \alpha = V_0^2 - V_1^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}V_0^2 + \frac{3}{4}V_1^2 + \frac{3}{2}V_0V_1 = V_0^2 - V_1^2$$

$$\frac{7}{4}V_1^2 + \frac{3}{2}V_0V_1 - \frac{1}{4}V_0^2 = 0$$

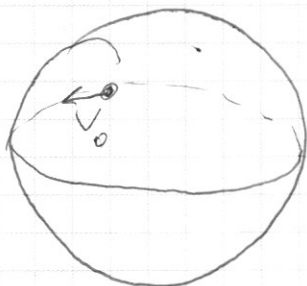
$$7V_1^2 + 6V_0V_1 - V_0^2 = 0$$

$$V_1 = \frac{-6V_0 + \sqrt{36V_0^2 + 28V_0^2}}{14} = \frac{V_0}{7}$$

Ответ 2: $\frac{V_0}{7}$:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



$$\frac{mV_0^2}{R} = F_{\perp}$$

$$F_{\parallel} = mg$$

$$F = \sqrt{F_{\perp}^2 + F_{\parallel}^2} = \sqrt{m^2 g^2 + \frac{mV_0^4}{R^2}}$$

$$= m \sqrt{g^2 + \frac{V_0^4}{R^2}} \approx 0,4 \sqrt{100 + 123,3} \approx 6 \text{ Н}$$

Ответ 1: 6 Н.

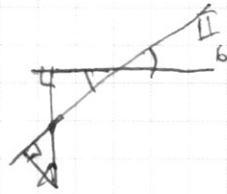
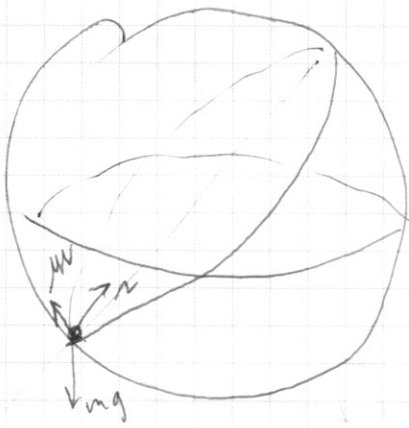


$$\frac{mV^2}{R} = mg \sin \frac{\pi}{6} + N$$

$$\mu N \geq mg \cos \frac{\pi}{6}$$

$$N \geq \frac{mg \cos \frac{\pi}{6}}{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{mV^2}{R} \geq mg \sin \frac{\pi}{6} + \frac{mg \cos \frac{\pi}{6}}{\mu}$$



$$\frac{mv^2}{R} = N - \cancel{\sin} mg \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\mu N \geq mg \cos \frac{\pi}{6}$$

$$N \geq \frac{mg \cos \frac{\pi}{6}}{\mu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{R} \geq \frac{mg \cos \frac{\pi}{6}}{\mu} - mg \sin \frac{\pi}{6}$$

следовательно

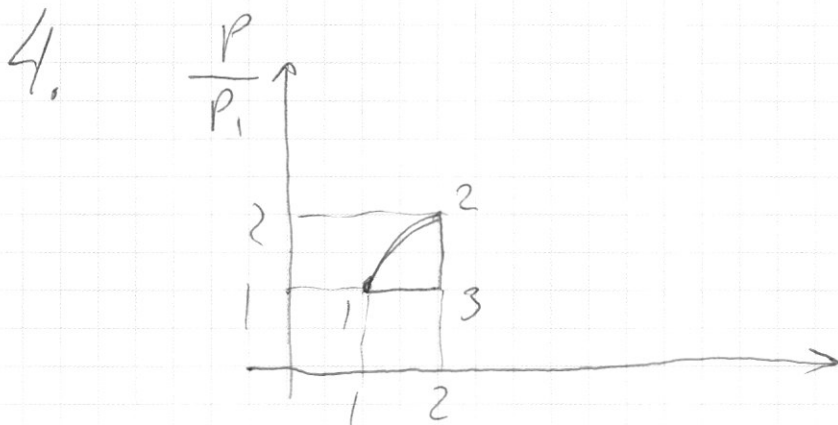
$$V_{\min} = \sqrt{Rg \left(\sin \frac{\pi}{6} + \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\mu} \right)} =$$

$$= \sqrt{1,2 \cdot 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0,9} \right)} = \sqrt{6 + \frac{20\sqrt{3}}{3}} \approx$$

$$\approx 4,2 \text{ м/с}$$

Ответ 2: 4,2 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$p_2 = 2p_1$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$Q_{21} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{9}{2} p_1 V_1 = \frac{9}{2} \nu R T_1 = \frac{9}{2} R T_1$$

$$\frac{\pi \cdot p_1 V_1}{4} - \frac{p_1 V_1}{2} = R T_1 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) = R T_1 \left(\frac{\pi - 2}{4} \right)$$

$$Q = \frac{9}{2} R T_1 + R T_1 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) = 4 R T_1 + \frac{\pi R T_1}{4} = R T_1 \left(4 + \frac{\pi}{4} \right)$$

Ответ 1: $R T_1 \left(4 + \frac{\pi}{4} \right)$

$$A = \frac{\pi p_1 V_1}{4} = \frac{\pi R T_1}{4}$$

Ответ 2: $\frac{\pi R T_1}{4}$

$$\eta = \frac{\cancel{P_i \cdot 2V_i} + P_i V_i}{P_i \cdot 2V_i + P_i V_i} A = \frac{A}{3P_i V_i} =$$

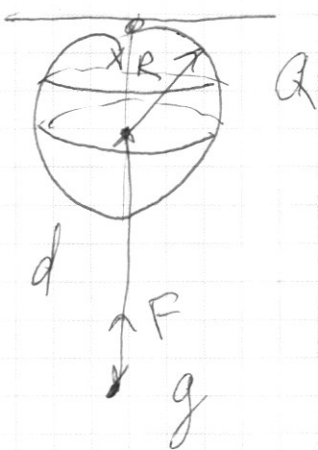
$$= \frac{\frac{5}{4} R T_1}{3 \cdot R T_1} = \frac{5}{12} \approx 0,26$$

Ответ: 0,26:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

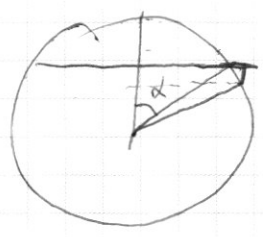
5.

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{Q}{4\pi R^2}$$



$$2\pi \sqrt{R^2 - (R-x)^2}$$

$$d = 2R$$



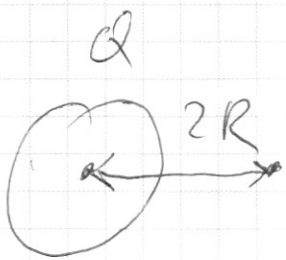
$$\int_0^{\pi} \frac{2\pi R \sin \alpha \cdot R d\alpha \cdot \epsilon \cdot K \cdot g}{(d + R - (R - R \cos \alpha))^2} =$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\frac{1}{2} K g Q \sin \alpha d\alpha}{(d + R \cos \alpha)^2} =$$

$$\frac{K g Q}{2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{(d + R \cos \alpha)^2} =$$

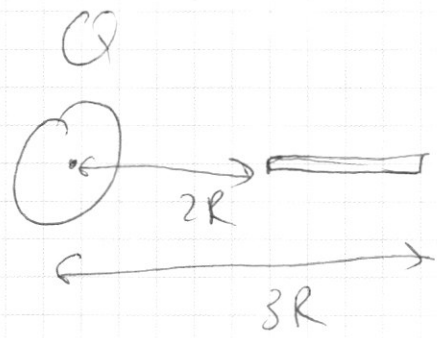
$$= \frac{K g Q}{2R^2} \int_0^{\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{(2 + \cos \alpha)^2}$$

5.



$$F = \frac{kqQ}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

Ответ 1: $\frac{kqQ}{4R^2}$



$$G = \frac{q}{R}$$

$$\frac{kQqG \int_{2R}^{3R} \frac{dr}{r^2}}{2R} =$$

$$= kQqG \int_{2R}^{3R} \frac{dr}{r^2} = kQqG \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{2R}^{3R}$$

$$= \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{3R} + \frac{1}{2R} \right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ 2: $\frac{kQq}{6R^2}$