Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

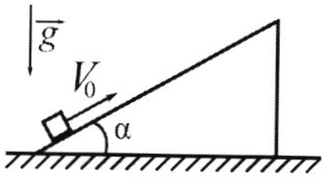
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

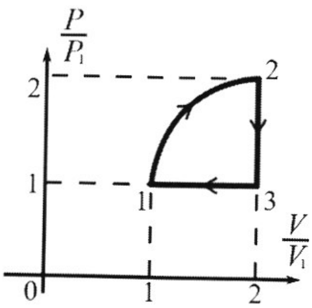
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Раз фейерверк разорвался в высшей точке траектории, значит он в ней остановился т.е $v_k = 0$ (конечная скорость 0).
Тогда через формулу $S = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a}$ выразим v_0
$v_0 = \sqrt{v_k^2 - 2aS} = \sqrt{2gH}$ - в нашем случае, т.е $v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \approx 36$ м/с

Чтобы найти энергию K нужно найти начальную скорость осколков $v_н$. Очевидно, что первым упадет осколок, ~~вс~~ скорость которого направлена вертикально вниз; последним - тот у которого скорость направленна вверх. Очевидно, что осколок, который полетит вверх на какой-то высоте остановится, а затем полетит вниз. Теперь представим, что из этой верхней точки свободно падает какое-то тело. Поскольку силы сопротивления малы, на высоте H=65 м оно будет иметь скорость, равную начальной скорости осколков. Т.е. в этой точке оно полностью идентично осколку, полетевшему вниз и остаток пути они пройдут за одинаковое время. Тогда разница во времени их падения это время полета тела от начала движения до высоты H=65м и оно равно $\Delta t_1 = \frac{v_0}{g}$.
Так же заметим, что полетевший вверх осколок будет вести себя аналогично введенному телу с момента

остановки. Тогда разница во времени между полетом осколка и тела это время подъема осколка до остановки, т.е $\Delta t_2 = \frac{v_н}{g}$.

Тогда разница между временами полета первого и второго осколков $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{2v_н}{g}$. Но оно соответствует промежутку времени между падением первого и последнего осколка на землю, т.е $T \Rightarrow \frac{2v_н}{g} = T$

$$v_н = \frac{gT}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ м/с}.$$

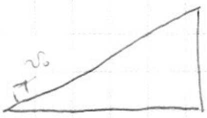
Поскольку снаряд разорвался на осколки, находясь в неподвижном состоянии, то скорости каждой точки снаряда можно считать равной скорости осколков $v_н$. (в начальный момент времени, сразу после взрыва).

$$K = \frac{m v_н^2}{2} = \frac{2 \cdot 50^2}{2} = 2{,}5 \text{ кДж}.$$

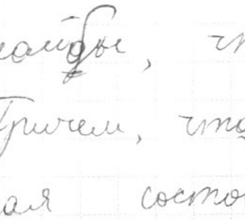
Ответ: $v_0 = 10\sqrt{13}$ м/с

$K = 2{,}5$ кДж.

№2



Заметим, что при движении клина вправо, его поверхность будет как бы „уходить" из-под шайбы, что аналогично ее скатыванию по клину. Причем, чтобы поверхность „уходила" с ускорением, вертикальная составляющая которого равна a, то двигаться по горизонтальной поверхности клин должен с ускорением $a_1 = ctg\,\alpha \cdot a = a\sqrt{3}$.



Заметим, что клин действует на шайбу с силой $\vec{N} \Rightarrow$ шайба действует на него с силой $-\vec{N}$, горизонтальная составляющая которой $N \cdot \sin\alpha$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Сама же сила N численно равна $mg\cos\alpha$, ~~т.к. движ~~

Таким образом клин будет двигаться с ускорением $\Rightarrow$ его необходимо учесть. Пусть ускорение клина $a\sqrt{3}$, тогда его поверхность „уходит" из-под шайбы с ускорением a $\Rightarrow$ сила действия шайбы на клин превращается в $m(g-a)\cos\alpha$; тогда сила, двигущая клин $m(g-a)\cos\alpha\cdot\sin\alpha$ с одной стороны и $ma\sqrt{3}$ с другой (m-массы клина и шайбы). Получаем уравнение: $ma\sqrt{3}=m(g-a)\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

$$a\sqrt{3}=(g-a)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$

$$a=\frac{g-a}{4}$$

$$4a=g-a$$

$$5a=g$$

$$a=2\text{ м/с}^2$$

Зная a можем найти равнодействующую ~~сил~~ сил, приложенных к шайбе как $m(g-a)\cdot\sin\alpha=8m\cdot\frac{1}{2}=4m$.

Тогда ускорение шайбы относительно клина $a_ш=\frac{4m}{m}=4$ м/с

Тогда она сдвинется по клину на $S=\frac{v_k^2-v_н^2}{2a}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$ м

на 0,5 м вверх ~~по~~, тогда ее вертикальный подъем составит $S\cdot\sin\alpha=\frac{1}{4}$ м.

Теперь рассмотрим закон движения шайбы по клину: $S=\frac{4t^2}{2}-2t=2t^2-2t$ Найдем, в какой момент времени она вернется в исходное положение $2t^2-2t=0\Rightarrow 2t(t-1)=0\Rightarrow t_1=0$с; $t_2=1$с $\Rightarrow$

шайба вернется назад через 1 с, тогда рассчитаем скорость клина как $v = v_0 + a_1 t = a\sqrt{3} \cdot t = 2\sqrt{3} \cdot 1 = 2\sqrt{3} \approx 3,5$ м/с при условии начальной неподвижности клина.

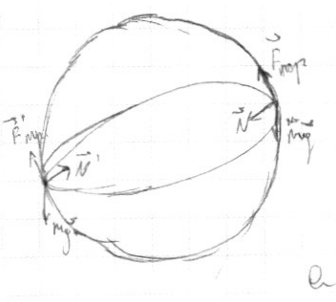
Ответ: $h = 0,25$ м

$v = 3,5$ м/с.

№ 3

Очевидно, что модель действует на сферу с той же силой, с какой сфера действует на нее. Поскольку ~~со~~ модель взаимодействует лишь со сферой и Землей, причем направление силы тяжести перпендикулярно плоскости вращения, то сила, сообщающая модели центростремительное ускорение, — сила действия сферы. Соответственно, модель действует на нее с точно такой же силой $P = \frac{mv^2}{R} = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{\cancel{1,44}\ 1,2} = \frac{3,7^2}{3} \approx 4,56$ Н

Чтобы движение по кругу под углом $\frac{\pi}{6}$ к горизонту было возможно, необходимо, чтобы модель нигде не „срывалась", т.е. сила тяжести должна быть уравновешена силами реакции опоры (сферы) и трения в любой точке.



Очевидно, что в верхней точке, когда ~~N~~ вертикальная составляющая $\vec{N}$ направлена вниз и является наибольшей (из-за угла между $\vec{N}$ и горизонталью), а $F_{тр}$ отклонена от вертикали на наибольший угол $\frac{\pi}{6}$, значения N и $F_{тр}$ должны быть максимальны, чтобы скомпенсировать mg.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Проведем рассчеты для этой точки.

Сила реакции опоры N направлена к центру сферы т.е. под 30° к горизонту, сила тяжести вертикально вниз, а сила трения препятствует „сползанию" модели. => направлена по касательной вертикальной окружности, проходящей ч-з эту точку, т.е под 30° к вертикали. Обозначим $\alpha = 30°$. Тогда в проекции на вертикальную ось:

$mg + N\sin\alpha = F_{тр}\cos\alpha$

$mg = \mu N\cos\alpha - N\sin\alpha$

$N(\mu\cos\alpha - \sin\alpha = mg$

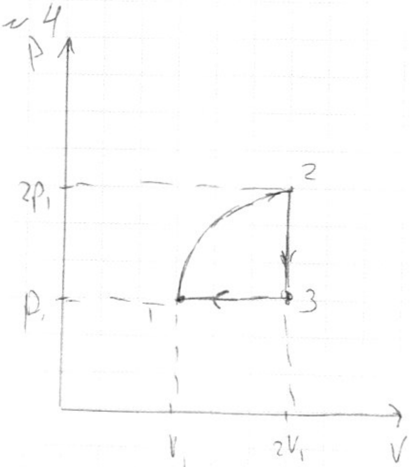
$N = \frac{mg}{\mu\cos\alpha - \sin\alpha} = \frac{0,4\cdot 10}{0,9\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{8}{0,9\sqrt{3}-1} = \frac{8}{1,566-1} \approx \frac{8}{1,57-1} = \frac{8}{0,57} \approx 14$ Н. − это минимальное ~~#~~ N, при котором возможно такое движение

$N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{NR}{m}}$ => $v_{min} = \sqrt{\frac{14\cdot 1,2}{0,4}} = \sqrt{14\cdot 3} = \sqrt{42} \approx 6,5$ м/с

Ответ: ~~P=4,56~~ $P = 4,56$ Н

$v_{min} \approx 6,5$ м/с

№4



1) $Q = \Delta U + A_{1-2}$

работа совершенная газом − это площадь под графиком в осях p,V => $A_{1-2} = \frac{\pi r^2}{4} + p_1V_1$

$r = p_1 = V_1 \Rightarrow A_{1-2} = \frac{\pi}{4}p_1V_1 + p_1V_1 = \frac{\pi+4}{4}\,p_1V_1$

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа рассчитывается как $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

Теперь определим T_2 через T_1:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \\ &p_2 = 2p_1 \\ &V_2 = 2V_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow T_2 = T_1\frac{2p_1 \cdot 2V_1}{p_1V_1} = 4T_1 \Rightarrow \Delta T = 3T_1$$

Тогда снова запишем первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A_{12} = \frac{3}{2}\nu R\, 3T_1 + \frac{\pi+4}{4}p_1V_1$$

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \text{ — закон Менделеева-Клапейрона} \Big\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow Q = \frac{9}{2}\nu RT_1 + \frac{\pi+4}{4}\nu RT_1 = \frac{\pi+22}{4}\nu RT_1$ π и R - константы, равные 3,14 и 8,31 соответственно, $\nu = 1$ моль, T_1 известно $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ можно найти Q.

2) Газ совершает работу на участках 1-2 и 3-1, причем $A_{1-2} > 0$; $A_{3-1} < 0$. Тогда работа за цикл может быть определена как разность площади фигур под соответствующими участками графика, т.е.:

$A = \frac{\pi+4}{4}p_1V_1 - p_1V_1 = \frac{\pi}{4}p_1V_1 = \frac{\pi}{4}\nu RT_1$ — этот можем вычислить по данным.

3) КПД есть отношение полезной работы к затраченной. В данном случае роль полезной работы играет работа за цикл, а затраченной — работа на участке 1-2.

Таким образом получаем КПД цикла

$$\eta = \frac{\frac{\pi}{4}\nu RT_1}{\frac{\pi+4}{4}\nu RT_1} = \frac{\pi}{\pi+4} = \frac{3,14}{7,14} \approx 0,44 \text{ или } 44\%$$

Ответ: $Q = \frac{\pi+22}{4}RT_1$

$A = \frac{\pi}{4}RT_1$ $\eta = 0,44\ (44\%)$.

№5

$F_1 = k\frac{Qq}{(2R)^2}$ – шарики отталкиваются

Для стержня рассмотрим взаимодействие его частей с шаром, разобьем его на n частей с одинаковым $\frac{q}{n}$ зарядом.

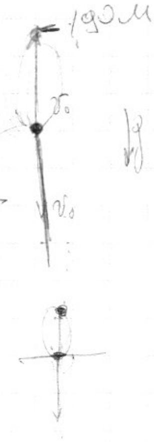
$$F_2 = k\frac{\frac{q}{n}Q}{4R^2} + k\frac{\frac{q}{n}Q}{\left(2R+\frac{R}{n}\right)^2} + k\frac{\frac{q}{n}Q}{\left(2R+\frac{2R}{n}\right)^2} \ldots = kqQ\left(\frac{1}{(2R)^2} + \frac{1}{\left(\frac{R}{n}\right)^2} + \ldots + \frac{1}{(3R)^2}\right)$$

при $n \to \infty$ получим $\cancel{kqQ\int_{2R}^{3R}\frac{1}{R^2}}$ $kqQ\int_2^3 \frac{1}{x^2R^2}dx =$

$$= kqQ\left(-\frac{1}{3R^2} - \left(-\frac{1}{2R^2}\right)\right) = \frac{kqQ}{6R^2} = k\frac{qQ}{6R^2}$$

Ответ: $F_1 = k\frac{Qq}{4R^2}$

$F_2 = k\frac{Qq}{6R^2}$



$$\begin{cases} S=\frac{gt^2}{2}+v_0t=65 \\ S=\frac{g(t+10)^2}{2}+v_0(t+10)=\frac{gt^2}{2}+10gt+50g+v_0t+10v_0 \end{cases}$$

$t=\sqrt{\frac{2S}{g}}=\sqrt{38}$

$\sqrt{38}-5$

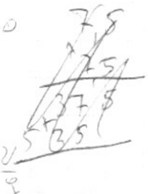
$\sqrt{38}+5$

$v_0t=10gt+50g-v_0t-10v_0$

$2v_0t+10v_0=10gt+50g$

$(2t+10)v_0=10gt+50g$

$$\boxed{v=\frac{10gt+50g}{2t+10}}$$



$t=\frac{v_0}{g}$

$\frac{v_0}{g}=t$

$6,5 \cdot 6,5$: 325, 390, 4225

$2\frac{v_0}{g}=T$

$v_0=50$ м/с

$65=5t^2+50t$

$5t^2+50t-65=0$

$t^2+10t-13=0$

$\sqrt{D}=\sqrt{100+52}=\sqrt{152}$

$t_1=\frac{-10+\sqrt{152}}{2}$

$65=5t^2-50t$

$5t^2-50t-65=0$

$t^2-10t-13=0$

$D=\sqrt{152}$

$t_2=10+\sqrt{152}$

Ответ. 2

$4,56 \cdot 0,9 = 4,104$

$80000 : 57 = 1403{,}4$; 57, 230, 228, 200, 171, 290

$\frac{625}{20}=\frac{125}{4}$ м

$t=2{,}5$ с

$\frac{1}{2R}-\frac{1}{3R}=\frac{3R-2R}{6R^2}=\frac{1}{6R}$

$3,7 \cdot 3,2 = 2,59$

$13,68 : 3 = 4,56(3)$; 12, 16, 15, 19, 18, 10, 9, 10

$$\boxed{\frac{mv^2}{2}}=\frac{2\cdot 50^2}{2}=2{,}5$ кДж$$

$S=2t+2t^2=2t^2+2t=0$

$t_1=0 \quad t_2=1$

$v=at=2\sqrt{3}\cdot 1=2\sqrt{3}\approx 3{,}5$ м/с.

$N\sin\alpha+mg=F_{тр}\cos\alpha$

$\frac{1}{2}N+mg=0{,}45\cdot\sqrt{3}N$

$$\boxed{mg=N\left(0{,}45\cdot\sqrt{3}-\frac{1}{2}\right)}$$

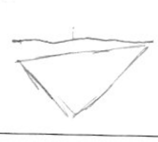
$mg=N\sin\alpha+\mu N\cos\alpha$

$1{,}4\cdot 40=h$

$4\cdot 20=h$

$\sqrt{1{,}74}$, $3{,}81$

$1{,}740-1{,}74$: $1{,}566$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $V_0 =$

$S = \frac{gt^2}{2}$

$t = \sqrt{\frac{2S}{g}} = \sqrt{13}$

$v_0 = 10\sqrt{13}$ м/с

$S = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}$

$S = -v_0 t_2 + \frac{at_2^2}{2}$

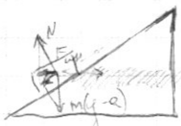
$v_0 t + \frac{gt^2}{2} = -v_0(t+10) + \frac{g(t+10)^2}{2}$

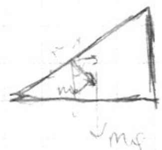
$S = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{4}{2} \cdot \frac{1}{2}$ м

$H = S\sin\alpha = \frac{1}{4}$ м

$2v_0 t + gt^2 = -2v_0 t - 20v_0 + gt^2 + 20gt + 100g$

$20gt - 4v_0 t - 20v_0 = -100g$





$\to a = \frac{\sqrt{3}}{4} g$

$(g-a)\sin\alpha = 4$ м/с²

$\frac{2}{\sqrt{3}} g \quad a\sqrt{3}$

$4a = mg - ma$

$a = \frac{mg}{m+4}$

$4ma = mg - ma$

$a = 2$ м/с²

$mg\cos\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} m(g-a)$

$P = \frac{mv^2}{R}$

$\sin\alpha \cdot \frac{mv^2}{R} + mg = \mu \frac{mv^2}{R}$

$0{,}4 \frac{mv^2}{R} = mg$

$v = \sqrt{2{,}5 g R} = \sqrt{10 \cdot 1{,}2 \cdot 2{,}5} = \sqrt{30}$ м/с

$\approx 5{,}5$ м/с

$A = \frac{\pi P_1 V_1}{4} = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$

$A_{12} = \frac{\pi}{4} P_1 V_1 + P_1 V_1 = \frac{\pi + 4}{4} \nu R T_1$

$\frac{PV}{T} = const$

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{9}{2} \nu R T_1$

$\frac{2P_1 \cdot 2V_1}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

$Q = A_{12} + \Delta U = \frac{\pi + 22}{4} \nu R T_1$

$T_2 = 4T_1$

$\eta = \frac{A}{A_{13}} = \frac{\frac{\pi}{4} \nu R T_1}{\frac{\pi + 4}{4} \nu R T_1} = \frac{\pi}{\pi + 4} = \frac{3{,}14}{7{,}14} \approx 44\%$

314000 | 714

2856 | 439

2840

2142

6980

6426

5540

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)