Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

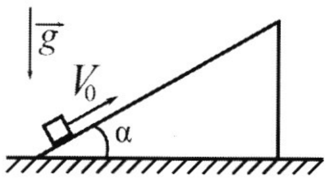
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

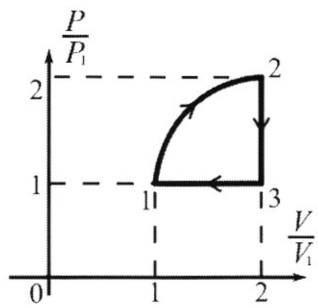
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q >0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q >0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

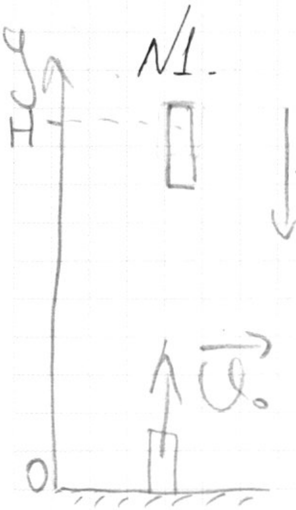
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

υ_0 – начальная скорость ракеты.

№1.



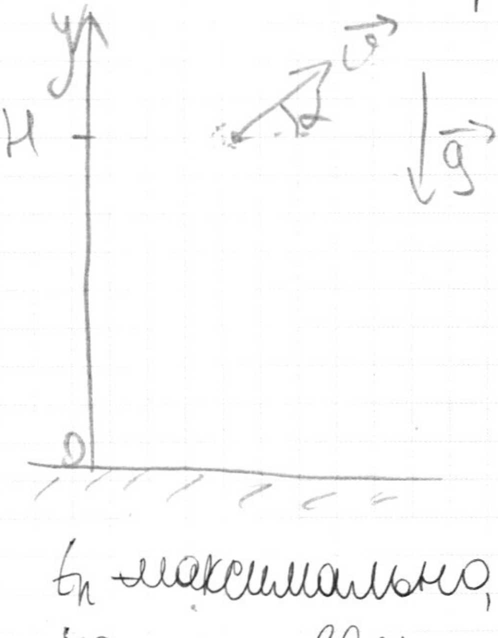
1) ЗСЭ: $m\frac{\upsilon_0^2}{2} = mgH$.

$\upsilon_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2\cdot 10\frac{м}{с^2}\cdot 65м} = \sqrt{1300\frac{м^2}{с^2}} \approx$

$\approx 11,2\frac{м}{с}$.

2) Т.к. осколки летят во всевозможных направлениях, то можем сказать, что полетело одинаковое кол-во осколков в каждом направлении (должен выполняться закон сохранения импульса)

Время падения осколков τ является временем самого продолжительного падения из всех осколков. Рассмотрим осколок, который полетит под углом α к горизонту.



$y = H + \upsilon\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$

$t_п$ – время полета осколка

В момент падения $y=0$;

$0 = H + \upsilon\sin\alpha t_п - \frac{gt_п^2}{2}$

$D = \upsilon^2\sin^2\alpha + 2gH$.

$D=0$, когда $t_п$ – единственное

$t_п$ максимально, когда осколок полетит вертикально вверх, т.е. $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

В момент падения $y=0$; $0 = H + \upsilon\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$; $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\alpha = 1$,

В этом случае $t_п = \tau$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$0 = H + \upsilon_0 \tau - g\frac{\tau^2}{2}$

$\upsilon\tau = \frac{g\tau^2}{2} - H$

$\upsilon = \frac{g\tau}{2} - \frac{H}{\tau} = \frac{10\frac{м}{с^2}\cdot 10с}{2} - \frac{65м}{10с} = 50\frac{м}{с} - 6{,}5\frac{м}{с} = 43{,}5\frac{м}{с}$

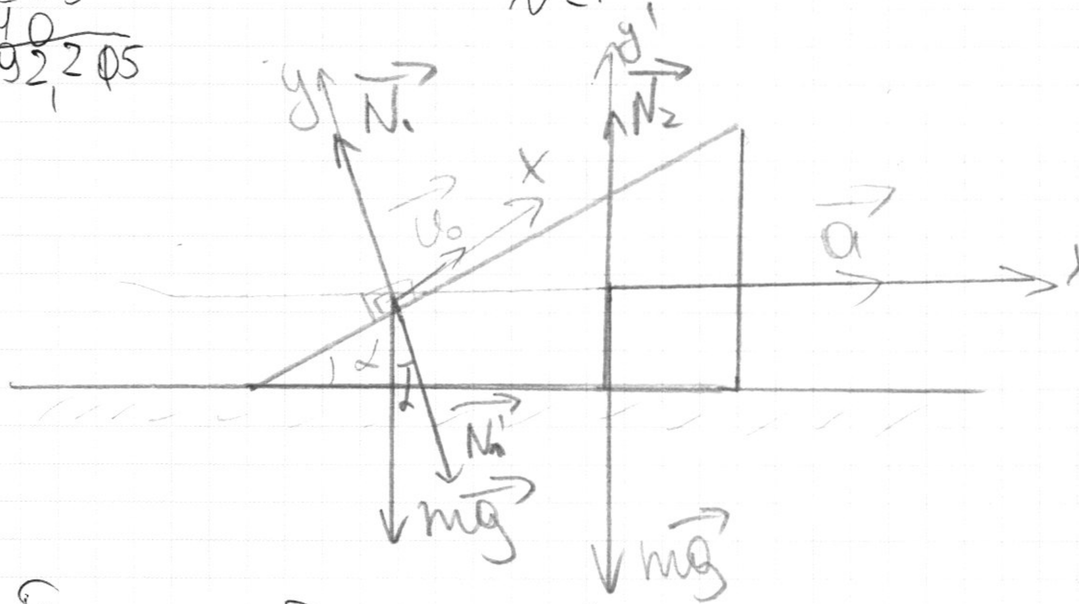
$dE_{kn} = dm_n \frac{\upsilon^2}{2}$ (Суммирование кин. энергии кажд. кусочка сводится к суммированию масс всех кусочков).

$E_k = \sum_{n=1} E_{kn} = \frac{\upsilon^2}{2}\cdot\sum_{n=1} m_k = m\frac{\upsilon^2}{2} = 2кг\cdot\frac{(43{,}5\frac{м}{с})^2}{2} = (43{,}5)^2 Дж = 1892{,}25 Дж.$

Ответ: 1) $\upsilon_0 = 11{,}2\frac{м}{с}$; 2) $E_k = 1892{,}25 Дж$.

$$\begin{array}{r} \times\ 43{,}5 \\ 43{,}5 \\ \hline 2175 \\ +\ 1305 \\ 1740 \\ \hline 1892{,}25 \end{array}$$

N2.



Т.к. шайба не отрывается от клина, то выполняется 1 ЗН на оси Oy для шайбы:

1 ЗН Oy: $N_1 = mg\cos\alpha$.

3 ЗН: $N_1 = N_1'$

Т.к. клин не отрывается от горизонтальной поверхности, то выполняется 1 ЗН на ось Oy' для клина:

1 ЗН Oy': $N_2 = mg + N_1\cos\alpha$.

~~3)~~ ~~2~~ 2 ЗН для шайбы на ось Oy'X:

~~$ma_{y'} = mg - N_1\cos\alpha$~~ =

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$ma_{шx} = mg\sin\alpha.$

$x = \upsilon_0 t - a_{шx}\frac{t^2}{2} \overset{x_0=0}{=} \upsilon_0 t - \frac{g\sin\alpha t^2}{2}$

$H = x_{ост}\sin\alpha.$; $x_{ост}$ - координата x, на которой $\upsilon_{шx}=0.$

$x_{ост} = \frac{H}{\sin\alpha}$

Когда шайба поднимется на макс. высоту $\upsilon_{шx}=0$

$\upsilon_{шx} = \upsilon_0 - g\sin\alpha t.$; $t_{ост}$ - время, ~~которое~~ до остановки

$0 = \upsilon_0 - g\sin\alpha t_{ост}$

$t_{ост} = \frac{\upsilon_0}{g\sin\alpha}$

$\frac{H}{\sin\alpha} = \upsilon_0 t_{ост} - g\sin\alpha\frac{t_{ост}^2}{2} = \frac{\upsilon_0^2}{g\sin\alpha} - \frac{\upsilon_0^2}{2g\sin\alpha}$

$H = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = \frac{(2\frac{м}{с})^2}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = \frac{4\frac{м^2}{с^2}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = 0,2 м.$

$t_к$ - время между началом движения шайбы и ее возвращением в нач. положение.

Из симметрии движения шайбы и опыта решения задач свободное падение тела $t_к = 2t_{ост} = \frac{2\upsilon_0}{g\sin\alpha}$.

2 ЗН на Ox' для клина:

$ma_{кx'} = N_1'\sin\alpha = mg\cos\alpha\sin\alpha.$

$a_{кx'} = g\sin\alpha\cos\alpha.$

$\upsilon_к = \alpha a_{кx'} t = g\sin\alpha\cos\alpha t$

$\upsilon_{кt_к} = g\sin\alpha\cos\alpha t_к = g\sin\alpha\cos\alpha\cdot\frac{2\upsilon_0}{g\sin\alpha} = 2\upsilon_0\cos\alpha =$

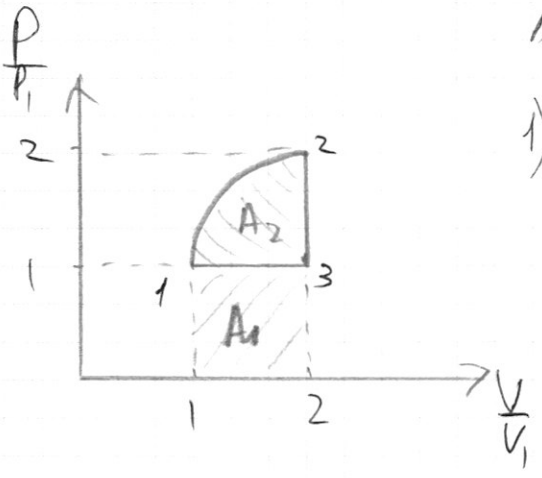
$= 2\cdot 2\frac{м}{с}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \cancel{\frac{4}{2}} 2\sqrt{3}\frac{м}{с} \approx 3,5\frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Ответ: 1) $H = 0{,}2$ м; 2) $\upsilon_{k t_k} \cong 3{,}5 \frac{м}{с} = 2\sqrt{3} \frac{м}{с}$.

№4.



1) 1–2 – расширение

$Q = A + \Delta U$.

$\Delta U = \nu R (T_2 - T_1)$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{2 \cdot 2}{1} T_1 = 4T_1.$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_1) = \nu R\, 3T_1 = \frac{3}{2} \cdot 3RT_1 = \frac{9}{2} RT_1$$

$$A = \int P(V) dV = A_1 + A_2$$

$$\left(\frac{P}{P_1} - 1\right)^2 + \left(\frac{V}{V_1} - 2\right)^2 = \frac{P}{P_1} \cdot \frac{V}{V_1}. \quad R = \frac{V}{V_1} = \frac{P}{P_1} = 1.$$

$$A_1 = P_1 V_1 \frac{P}{P_1}\left(\left(\frac{V_3}{V_1}\right)_3 - \left(\frac{V}{V_1}\right)_1\right) = P_1 V_1 \cdot 1 \cdot (2-1) = P_1 V_1$$

$$A_2 = P_1 V_1 \cdot \pi \cdot \cancel{\frac{V}{V_1} \frac{P}{P_1}} R^2 = \pi P_1 V_1$$

$$A = (1+\pi) P_1 V_1 . \quad P_1 V_1 = RT_1$$

$$Q_{12} = A + \Delta U = RT_1 \left[(1+\pi) + \frac{9}{2}\right] = \left(\frac{11}{2} + \pi\right) RT_1.$$

2) $A_{цикла} = A_2 = \pi P_1 V_1 = \pi RT_1$.

3) $\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+}$, где Q_- – отведённая теплота; Q_+ – подведённая теплота.

$Q_+ = Q_{12}$

$Q_- = |Q_{23}| + |Q_{31}|$

$$|Q_{23}| = \frac{3}{2}\nu R (T_2 - T_3) = \frac{3}{2}(P_2 V_2 - P_3 V_3) = \frac{3}{2} P_1 V_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} - \frac{P_3}{P_1} \cdot \frac{V_3}{V_1}\right) =$$

$$= \frac{3}{2} P_1 V_1 (2 \cdot 2 - 1 \cdot 2) = 3 P_1 V_1 = 3RT_1.$$

$$|Q_{31}| \cancel{= \frac{3}{2}\nu R (T_3 - T_1)} \; A_{31} + \Delta U_3 = \frac{5}{2} |P_1 V_1 - P_3 V_3| = \frac{5}{2} P_1 V_1 \left|\frac{P_1}{P_1} \cdot \frac{V_1}{V_1} - \frac{P_3}{P_1} \cdot \frac{V_3}{V_1}\right|$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$= \frac{5}{2}RT_1 \cdot \left|1 - 2\cdot 1\right| = \frac{5}{2}RT_1$

$\eta = 1 - \frac{Q_{23}+Q_{31}}{Q_{12}} = 1 - \frac{3RT_1 + \frac{5}{2}RT_1}{\left(\frac{11}{2}+\pi\right)RT_1} = 1 - \frac{11}{11+2\pi} = \frac{2\pi}{11+2\pi} \approx \frac{2\cdot 3{,}1}{11+2\cdot 3{,}1} =$

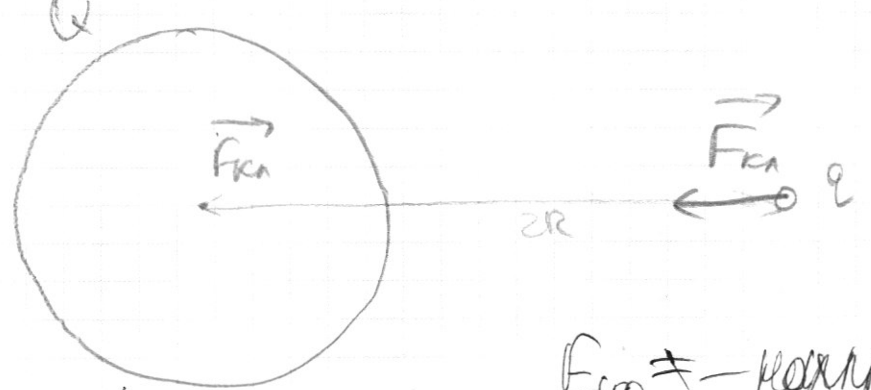
$= \frac{6{,}2}{17{,}2} \approx \cancel{0{,}42}\ 0{,}31$

Ответ: 1) $Q_{12} = \left(\frac{11}{2}+\pi\right)RT_1$; 2) $A_{цикла} = \pi RT_1$; 3) $\eta = \cancel{0{,}42} =$

$= \frac{2\pi}{11+2\pi} \approx 0{,}31$

№5.

1)

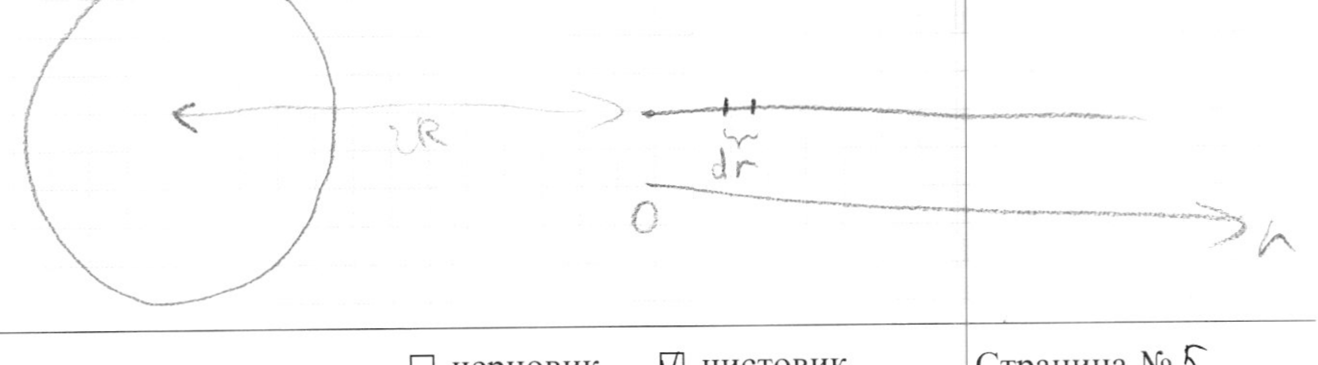


$E_{сф}$ — напряжённость сферы.

$E_{сф} = \frac{kQ}{r^2}$, где r − расстояние до точки

$F = E_{сф\,2R}\cdot q = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kqQ}{4R^2}$

2)



Выделим на стержне участок длиной dr.
Т.к. dr очень мало, то его взаимодействие со сферой можно рассматривать, как взаимодействие двух точечных зарядов

$$dF = \frac{kQ\cdot dq}{(2R+r)^2};\quad dq = \frac{q}{R}\cdot dr$$

$$dF = \frac{kQ\cdot q\,dr}{R(2R+r)^2}.$$ Введем замену:
$2R+r=a$, тогда $da = dr$

$$dF = \frac{kQq\,da}{a^2\cdot R}$$

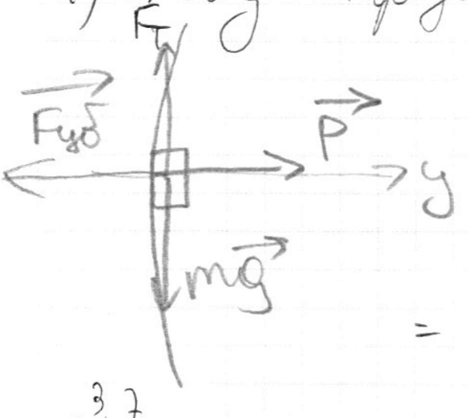
$$\int_0^{F_2} dF = F_2 = \frac{kQq}{R}\int_{2R}^{3R}\frac{da}{a^2} = -\frac{kQq}{R}\frac{1}{a}\Big|_{2R}^{3R} = \frac{kQq}{R}\left(\frac{1}{2R}-\frac{1}{3R}\right) = \frac{kQq}{6R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$; 2) $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

№3

Перейдём в СО с машинкой; F_T – сила тяги двигателя.

1) Вид спереди:



2-й З.Н на ось Oy: $F_{цб} = P = m\frac{v^2}{R} =$

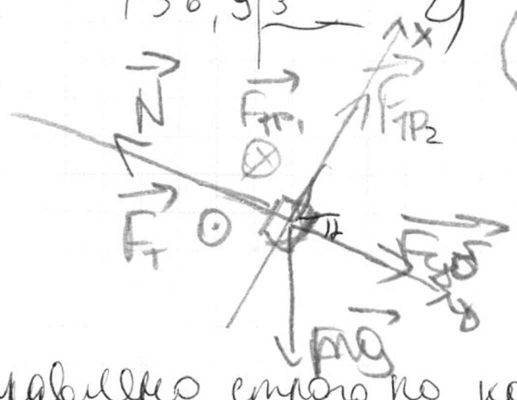
$= 0{,}4\,кг\cdot\frac{(3{,}7\,\frac{м}{с})^2}{1{,}2\,м} = \left(\frac{3{,}7^2}{0{,}3}\right)H = \left(\frac{13{,}69}{0{,}3}\right)H =$

$\approx 45{,}7\,H.$

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ \times\; 3,7 \\ \hline 2\,5\,9 \\ 1\,1\,1\;\; \\ \hline 1\,3,6\,9 \end{array}$$

$136,9\,|\,3$

2)



Рассмотрим вид спереди

И будет min когда F_T будет направлено строго по кас. к окружности.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$F_т = F_{тр}$ $P_{дв}$ - ~~мощн~~ мощность двигателя

$P_{дв} = F_т \upsilon = F_{тр_1} \upsilon = mg\frac{dh}{dt}$ (в СО с землей)

$\frac{dh}{dt}$ - $\upsilon_{верт}$. В крайних точках $\upsilon_{верт} = 0$, следовательно $F_т = 0$; $F_{тр_1} = 0$.

1 ЗН на Oy: $N = F_{цб} + mg\,\cancel{\cos}\sin\alpha$.

1 ЗН на Ox: $F_{тр_2} = mg\cos\alpha$.

Т.к. $F_{тр_1} = 0$, то $F_{тр_2}$ — сила тр. скольжения,

$F_{тр_2} = \mu N$

$\mu N = mg\cos\alpha = \mu\cdot(F_{цб} + mg\sin\alpha)$

$\frac{mg\cos\alpha}{\mu} - mg\sin\alpha = m\frac{\upsilon^2}{R}$

$\upsilon = \sqrt{gR\left(\frac{\cos\alpha}{\mu} - \sin\alpha\right)} = \sqrt{10\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}2м\left(\frac{\sqrt{3}\cdot 10}{2\cdot 1{,}09} - \frac{1}{2}\right)} \approx 2{,}3\frac{м}{с}$ (высчисл. на черн.)

Если рассматривать верхнюю точку окружности, то рассуждения и вычисления будут аналогичны за исключением того, что N и $F_{цб}$ поменяют свои направления.

υ' – min скорость в верхней точке окружности

$\upsilon \to \upsilon'$, $x = ?$, для этого $N \to -N$; $F_{цб} \to -F_{цб}$

$N' = F_{цб}' - mg\sin\alpha$

$\upsilon' = \sqrt{gR\left(\frac{\cos\alpha}{\mu} + \sin\alpha\right)} = \sqrt{10\frac{м}{с^2}\cdot 1{,}2м\cdot\left(\frac{\sqrt{3}\cdot 10}{2\cdot 9} + \frac{1}{2}\right)} \approx 4{,}2\frac{м}{с}$.

υ недостаточно чтобы машинка проехала по верхней точке окружности. $\upsilon_{min} = \upsilon' \cong 4{,}2 \frac{м}{с}$.

Ответ: 1) $P \cong 45{,}7$ Н, 2) $\upsilon_{min} \cong 4{,}2 \frac{м}{с}$.

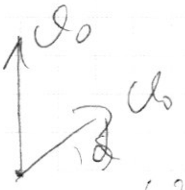
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\upsilon^2\sin^2\alpha = -2gH$

$$t = \frac{\sqrt{\upsilon^2\sin^2\alpha + 2gH} - \upsilon\sin\alpha}{g}$$

$$0 = \frac{2\upsilon^2\sin\alpha\cos\alpha}{2\sqrt{\upsilon^2\sin^2\alpha + 2gH}} - \upsilon\cos\alpha$$

$$1 = \frac{2\upsilon\sin\alpha}{2\sqrt{\upsilon^2\sin^2\alpha + 2gH}}$$

$$\upsilon^2\sin^2\alpha + 2gH = \upsilon^2\sin^2\alpha$$

$$2gH = 0$$

$$ma_{y1} = mg - N_1\cos\alpha = mg\sin^2\alpha$$

$$H = \upsilon_0\sin\alpha t - \frac{g\sin^2\alpha t^2}{2}$$

$$0 = \upsilon_0\sin\alpha - g\sin^2\alpha t$$

$$t = \frac{\upsilon_0}{g\sin\alpha}$$

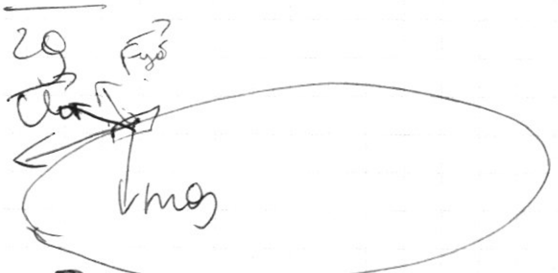
$$H = \frac{\upsilon_0^2}{g} - \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

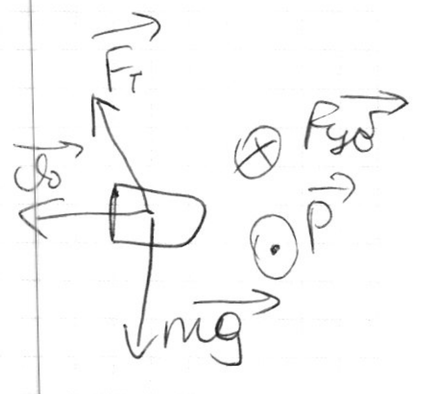
$F_{тр1}\upsilon = mg\upsilon\sin\alpha$

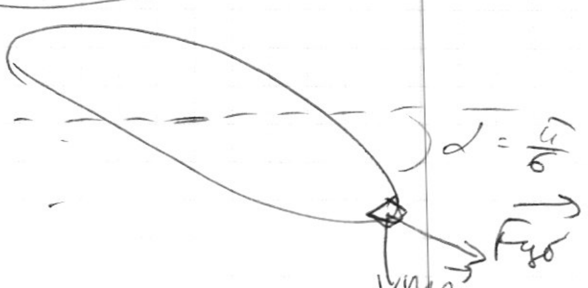
$F_{тр2} = mg\sin\alpha$

$mg\sin\alpha = F_{уб}$

$mg\cos\alpha$





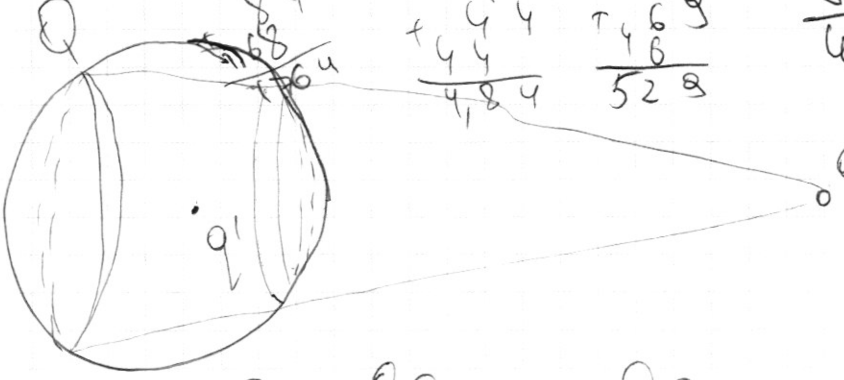


☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\sqrt{6\cdot\left(\frac{10\sqrt3}{9}-1\right)}=\sqrt{6\,\frac{10\sqrt3-9}{9}}=\sqrt{2\cdot\frac{10\sqrt3-9}{3}}=$$

$$\tau=\frac{q}{R}$$

$$=\sqrt{2\cdot\frac{17{,}3-9}{3}}=\sqrt{2\cdot\frac{8{,}3}{3}}=\sqrt{5{,}5}=2{,}3$$

$$F_1=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0\cdot4R^2}=\frac{Qq}{16\pi\varepsilon_0R^2}$$

$$dF=\frac{\tau\,dr}{4\pi\varepsilon_0\cdot(2R+r)^2}=\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dr}{(2R+r)^2}=$$

$$a=2R+r \qquad da=dr$$

$$=\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{da}{a^2}$$

$$\sqrt{2\cdot\frac{17{,}3+9}{3}}=$$

$$F_2=\frac{Q\tau}{4\pi\varepsilon_0}\cdot-\left(\frac{1}{3R}-\frac{1}{2R}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R}\cdot\left(\frac{1}{6R}\right)=$$

$$=\frac{q}{24\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{kqQ}{6R^2}$$

$$=\sqrt{2\cdot\frac{26{,}3}{3}}=\sqrt{8{,}9\cdot2}=\sqrt{17{,}8}=4{,}2$$

$$\mu F_{цб}\cos\alpha=\pm F_{цб}\sin\alpha+mg$$

$$(\mu\cos\alpha\pm\sin\alpha)\,m\frac{v^2}{R}=mg$$

$$v=\frac{gR}{\mu\cos\alpha\pm\sin\alpha}\qquad v_{min}=\frac{gR}{\mu\cos\alpha+\sin\alpha}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)