

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-02

Шифр

(заполняется секретарём)

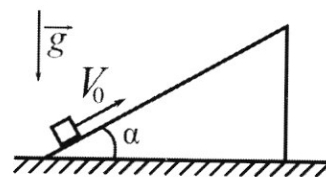
1. Фейерверк массой $m = 1 \text{ кг}$ стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и через $T = 3 \text{ с}$ разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Суммарная кинетическая энергия осколков сразу после взрыва $K = 1800 \text{ Дж}$. На землю осколки падают в течение $\tau = 10 \text{ с}$.

1) На какой высоте H взорвался фейерверк?

2) В течение какого промежутка времени τ осколки будут падать на землю?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают некоторую начальную скорость V_0 (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину и поднимается на максимальную высоту



$H = 0,2 \text{ м}$. Масса клина в два раза больше массы шайбы. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1) Найдите начальную скорость V_0 шайбы.

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы.

3. По внутренней поверхности проволочной сферы равномерно движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Сила, с которой модель действует на сферу, в два раза больше силы тяжести, действующей на модель. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите ускорение a модели.

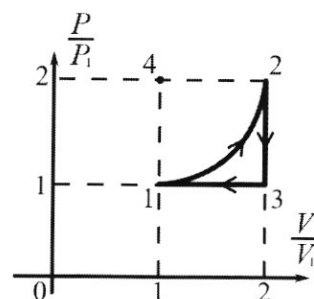
2) Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} равномерного движения модели по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,8$, радиус сферы $R = 1 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 4. Считать заданными давление P_1 и объём V_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $3R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $3R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряженный стержень действует на заряженную сферу.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

τ - искомое время
 v_0 - нач. ск. фрейверка
 v - нач. ск. сколков

$$1) 0 = v_0 - g\tau \Rightarrow v_0 = g\tau;$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{g^2\tau^2}{2g} = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = \boxed{45 \text{ м}}$$

$$2) k = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$H = v\tilde{t} + \frac{g\tilde{t}^2}{2}$$

$$\frac{g\tilde{t}^2}{2} + v\tilde{t} - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$\tilde{t} = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = 3\sqrt{5} - 6 \approx \boxed{0,6 \text{ с}}$$

ответ: $H = 45 \text{ м}; \tilde{t} = 0,6 \text{ с}$

N2

a_1 - уек. шайбы отн. клина

a_2 - уек. клина отн. Земли.

2з. л. для клина:

$$Ox: P_1 \sin \alpha = 2ma_2 \Rightarrow N_1 = P_1 = \frac{2ma_2}{\sin \alpha}$$

2з. л. для шайбы:

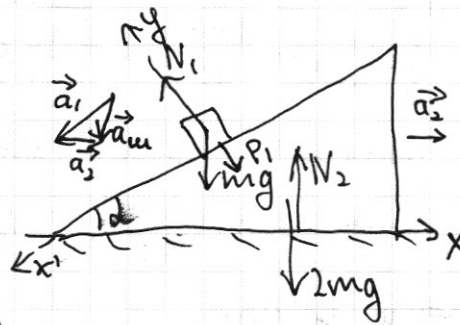
$$Ox': \mu g \sin \alpha = ma_1 - \mu a_2 \cos \alpha$$

$$Oy: mg \cos \alpha - N_1 = ma_2 \sin \alpha$$

$$\mu g \cos \alpha - \frac{2\mu a_2}{\sin \alpha} = \mu a_2 \sin \alpha$$

$$\frac{3g}{5} = \frac{4a_2}{5} + \frac{5a_2}{2} = \frac{33}{10} a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{11} g$$

$$a_1 = \frac{4g}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{11} g = \frac{50}{55} g = \frac{10}{11} g$$



V_K - ск. шайбы и клина в момент, когда шайба достигла наи-
высшей точки наклита.

ЗСН в проекции на ось Ox : $\mu V_0 \cos \alpha = 3 \mu V_K \Rightarrow V_K = \frac{V_0 \cos \alpha}{3} = \frac{V_0}{5}$

$$H = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{2a_1 \sin \alpha} = V_0^2 \frac{\frac{9}{25}}{2 \cdot \frac{40}{41} g \cdot \frac{4}{5}} = \frac{9g \sqrt{V_0^2}}{200 \sqrt{g}} = \frac{V_0^2}{g} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{11}{16} = \frac{99V_0^2}{400g}$$

$$V_0^2 = \frac{400gH}{99} = \frac{4000 \cdot 0,2}{99} = \frac{800}{99} \approx 8 \frac{m}{c}$$

$$V_0 \approx 2,82 \frac{m}{c}$$

2) II з. ф. для клина:

Ox : $P_1 \sin \alpha = ma_2 \Rightarrow N_1 \neq P_1 = \frac{ma_2}{\sin \alpha}$

II з. ф. для шайбы:

Ox' : $\mu g \sin \alpha = \mu a_1 - \mu a_2 \cos \alpha$

Oy : $mg \cos \alpha - N_1 = ma_2 \sin \alpha$

$$\mu g \cos \alpha - \frac{\mu a_2}{\sin \alpha} = \mu a_2 \sin \alpha$$

$$\frac{3g}{5} = \frac{4a_2}{5} + \frac{5a_2}{4} = \frac{41a_2}{20}$$

$$a_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{41} g = \frac{12}{41} g$$

$$a_1 = \frac{4g}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{41} g = \frac{164+36}{205} g = \frac{40}{41} g$$

V_{1y} и V_{2y} - проекции скорости шайбы на ось Oy в начале и в конце

$$H = \frac{V_{1y}^2}{2a_1 \sin \alpha} = \frac{V_{2y}^2}{2a_1 \sin \alpha} \Rightarrow V_{1y}^2 = V_{2y}^2 \Rightarrow V_{1y} = -V_{2y} \Rightarrow \text{модули относительной скорости}$$

в начале и конце равно:

V_x - проекция отн. ск. в начальном моменте.

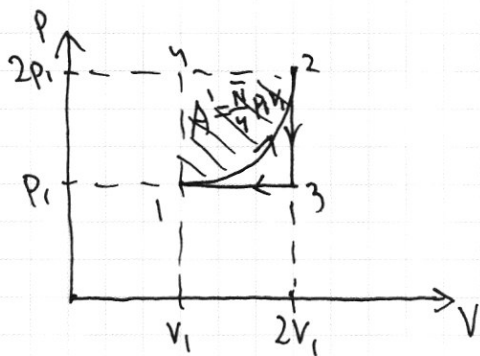
ЗСН на Ox : $\mu V_x = \mu V + \mu(-V_x + V) \Rightarrow V_x = V$; $V_y = V_x \tan \alpha = V \tan \alpha = \frac{3V}{4}$

$$H = \frac{V_y^2}{2a_1 \sin \alpha} = \frac{\frac{9}{16} V^2}{2 \cdot \frac{40}{41} g \cdot \frac{4}{5}} = \frac{V^2 \cdot 9 \cdot 41}{g \cdot 16 \cdot 64}$$

$$V^2 = \frac{16 \cdot 64 \cdot g H}{9 \cdot 41} = \frac{16 \cdot 64 \cdot 10 \cdot 0,2}{9 \cdot 41} = \frac{16 \cdot 64 \cdot 2}{9 \cdot 41} = \frac{64 \cdot 32}{369} = \frac{2048}{369} = 5 \frac{203}{369} \approx 5,6 \frac{m^2}{c^2}$$

$$V_x \approx 2,3 \frac{m}{c}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N4

$$1) Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 + 2 p_1 V_1 =$$

$$= \frac{3}{2} \nu R (2V_1 - V_1) + \frac{8 - \pi}{4} p_1 V_1 = \frac{26 - \pi}{4} p_1 V_1$$

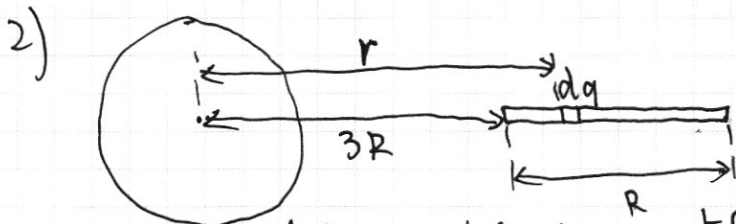
$$2) A_{123} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 2 p_1 V_1 - \frac{\pi}{4} p_1 V_1 - p_1 V_1 =$$

$$= \frac{4 - \pi}{4} p_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A_{123}}{Q_{12}} = \frac{4 - \pi}{26 - \pi}$$

N5

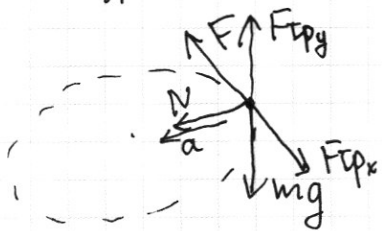
$$1) F_1 = E_1 q = \frac{kQ}{(3R)^2} q = \frac{kQq}{9R^2}$$



$$dF_2 = E_{rd} dq = \frac{kQ}{r^2} dq = \frac{kQ}{r^2} \cdot \frac{q}{R} \cdot dr = \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} \frac{kQq}{R} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{kQq}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dr}{r^2} = \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{3R}^{4R} = \frac{kQq}{R} \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) = \frac{kQq}{12R^2}$$

N3



1) по 2-му з.л:

$$N = ma$$

$$2mg = ma$$

$$a = 2g = 20 \frac{m}{c^2}$$

$$2) N = ma = \frac{mV_{min}^2}{R}$$

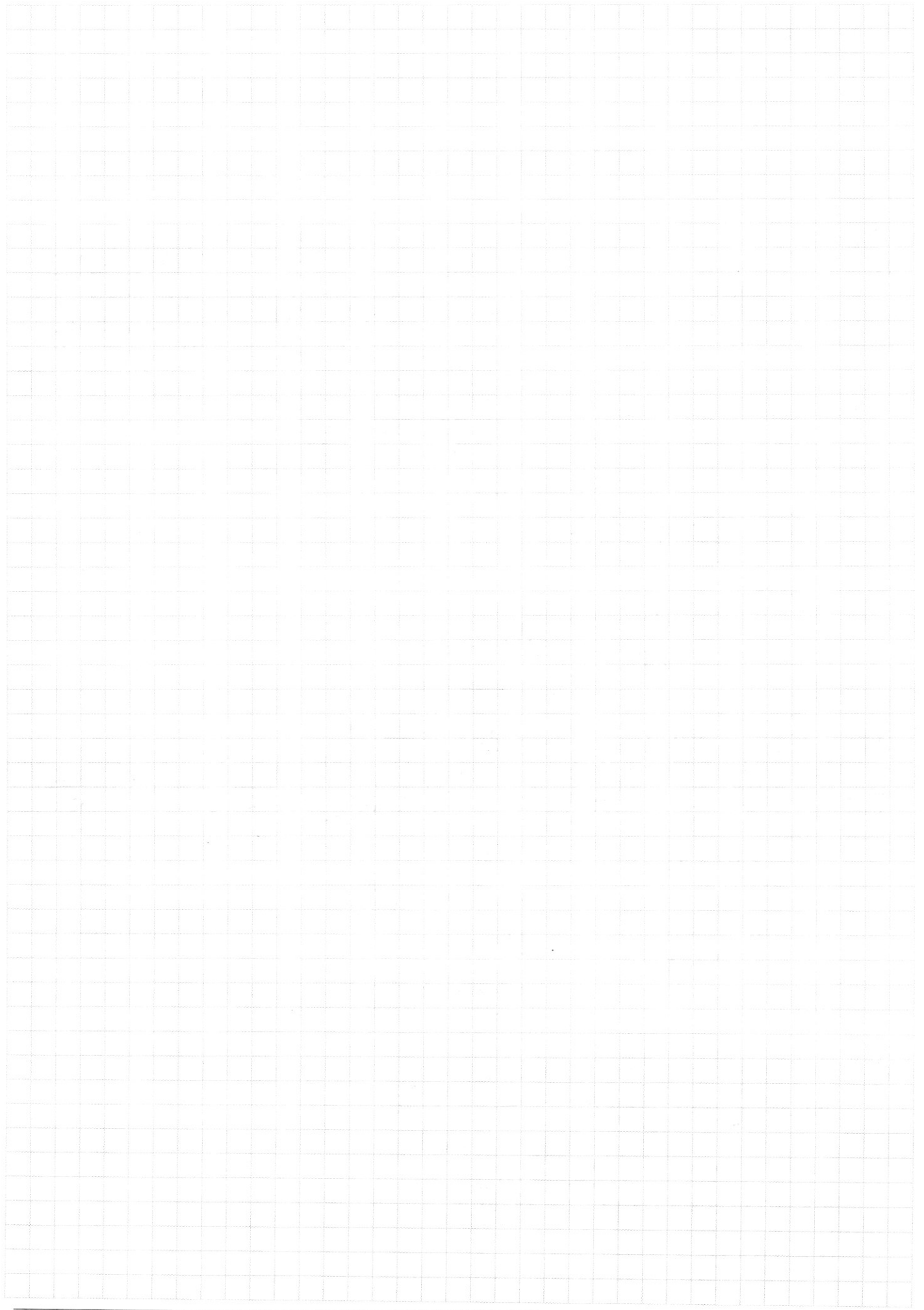
$$2mg = \frac{mV_{min}^2}{R} \Rightarrow V_{min} = \sqrt{2gR} \approx \sqrt{20} \approx 4,4 \frac{m}{c}$$

2 з.л:

$$ma = N + mg \sin \alpha = 2mg + \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} mg$$

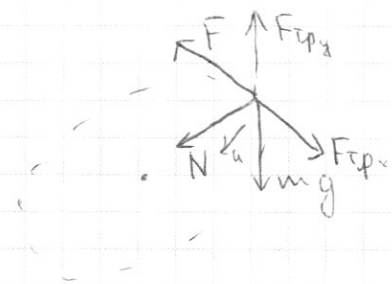
$$\frac{V_{min}^2}{R} = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} g \Rightarrow V_{min}^2 = gR \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \approx 5(4 + 1,41) \approx 27,05 \frac{m^2}{c^2}$$

$$V_{min} \approx 5,1 \frac{m}{c}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



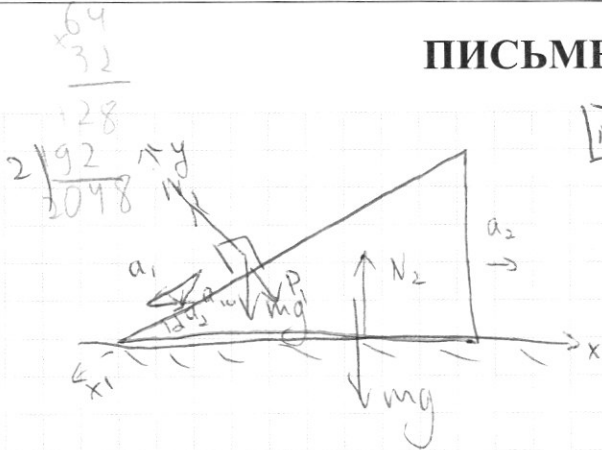
$$ma = N + mg \sin \alpha = 2mg + \frac{\sqrt{2}}{2} mg = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} mg$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{4 + \sqrt{2}}{2} g$$

$$v^2 = gR \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \approx 5(4 + 1,41) = 5 \cdot 5,41 = 27,05$$

$$v \approx 5,2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$\sqrt{2}$

II з.д. для муфта
 $Ox: P_1 \sin \alpha = ma_2 \Rightarrow N_1 = P_1 = \frac{ma_2}{\sin \alpha}$

II з.д. для шайбы:
 $Ox: \mu g \sin \alpha = ma_1 - \mu a_2 \cos \alpha$

$Oy: mg \cos \alpha - N_1 = ma_2 \sin \alpha$

$a_1 = \frac{4g}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{41} g = g \frac{164+36}{205} = \frac{200}{205} g = \frac{40}{41} g$

$\mu g \cos \alpha - \frac{ma_2}{\sin \alpha} = ma_2 \sin \alpha$
 $\frac{3g}{5} = \frac{4a_2}{5} + \frac{5a_2}{4} = \frac{41a_2}{20}$

$a_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{41} g = \frac{12}{41} g$

Из формулы без времени вытекает, что проекция скорости шайбы в начальном и конечном моменты на Oy одинакова и также по модулю. Пусть V_x - проекция скорости шайбы на Ox

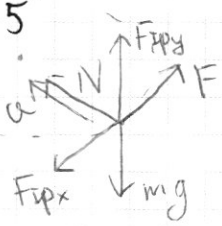
В кон. мом.: тогда по ЗКИ: $mV_x = mV - mV_x$ $\mu V_x = \mu V + \mu(V - V_x)$
 $V_x = V$

$H = \frac{V_x^2}{2a_1 \sin \alpha} = \frac{V^2}{2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{40}{41} g} = \frac{205}{320} \frac{V^2}{g}$

$V^2 = \frac{320gH}{205} = \frac{3200 \cdot 0,2}{205} = \frac{640 \cdot 0,2}{41} = \frac{128}{41} \approx \frac{128}{41} = 3 \frac{5}{41} \approx 3,125$

$V \approx 18 \frac{m}{c}$

$\frac{369}{4} = 92,25$
 $\frac{369}{6} = 61,5$
 $\frac{25}{4} = 6,25$



$N = ma$
 $2\mu mg = ma$
 $a = 2g = 20 \frac{m}{c^2}$

2) Разобьем силу F на составляющие $F \cos \alpha$ и $F \sin \alpha$

Тогда $F \cos \alpha = F$ и $F \sin \alpha = mg$
 $F \cos \alpha = \sqrt{F^2 + m^2 g^2} \leq 2\mu mg$
 $F^2 + m^2 g^2 \leq 4\mu^2 m^2 g^2 = 4 \cdot \frac{64}{100} m^2 g^2 = 2,56 m^2 g^2$

$F^2 \leq \frac{64-25}{25} m^2 g^2 = \frac{39}{25} m^2 g^2$
 $F \leq \frac{mg}{5} \sqrt{39} \approx \frac{6}{5} mg$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

t - искомого время
 v_0 - нач. ск. при выстреле
 v - ск. снаряда в момент

$$K = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800}{1}} = 60 \frac{m}{c}$$

$$1) 0 = v_0 - gT$$

$$v_0 = gT$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{g^2 T^2}{2g} = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \text{ м}$$

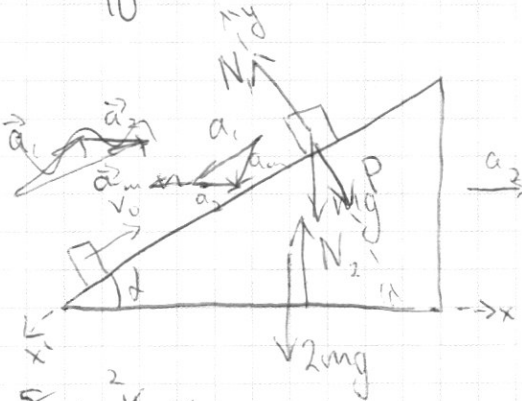
$$2) H = vt + \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{gt^2}{2} + vt - H = 0$$

$$D = v^2 + 2gH$$

$$t = \frac{-v + \sqrt{v^2 + 2gH}}{g} = \frac{-60 + \sqrt{3600 + 2 \cdot 10 \cdot 45}}{10} = \frac{-60 + \sqrt{4500}}{10} = \frac{-60 + \sqrt{5 \cdot 900}}{10} =$$

$$= \frac{-60 + 30\sqrt{5}}{10} = 3\sqrt{5} - 6 \approx 3 \cdot 2,2 - 6 \approx 0,6 \text{ с}$$



$$N_2$$

$$Ox: P \sin \alpha = 2ma_2$$

$$Ox: mg \sin \alpha = ma_1 - ma_2 \cos \alpha$$

$$Oy: mg \cos \alpha - N = ma_2 \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha - ma_2 \sin \alpha =$$

$$= mg \cos \alpha - \frac{P \sin^2 \alpha}{2}$$

$$N_1 \sin^2 \alpha + 2N = 2mg \cos \alpha$$

$$N_1 = \frac{2mg \cos \alpha}{2 + \sin^2 \alpha} = 2mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2 + \frac{16}{25}} = 2mg \cdot \frac{3 \cdot 25}{5 \cdot 11} = \frac{5}{11} mg$$

$$\frac{8}{11} mg \cdot \frac{4}{5} = 2ma_2$$

$$a_2 = \frac{2}{11} g$$

$$\frac{4}{5} mg + \frac{2}{11} mg \cdot \frac{3}{5} = ma_1$$

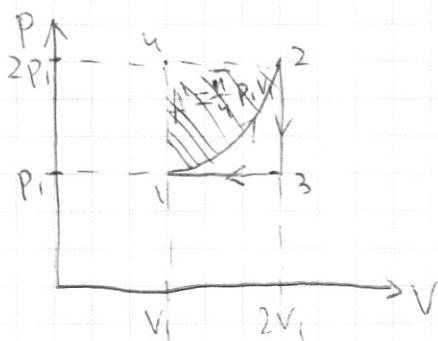
$$a_1 = \frac{50}{55} g = \frac{10}{11} g$$

$$v_F = \frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{3mv_F^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2gh + 3v_F^2$$

H =

$$\vec{V}_K = \vec{V}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$$



N4

$$\begin{aligned} 1) Q_{12} &= \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} V R \Delta \bar{t} + 2 p_1 V_1 - \frac{11}{4} p_1 V_1 = \\ &= \frac{3}{2} (4 p_1 V_1 - p_1 V_1) + p_1 V_1 (2 - \frac{11}{4}) = \\ &= \frac{9}{2} p_1 V_1 + \frac{8-11}{4} p_1 V_1 = \frac{26-11}{4} p_1 V_1 \end{aligned}$$

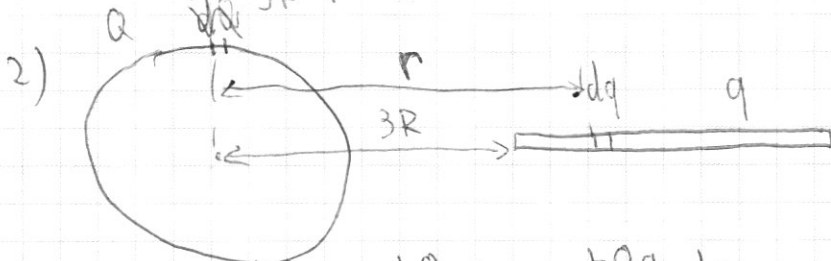
$$2) A_{123} = 2 p_1 V_1 - \frac{11}{4} p_1 V_1 - p_1 V_1 = \frac{4-11}{4} p_1 V_1$$

$$3) \eta = \frac{A_{123}}{Q_{12}} = \frac{4-11}{26-11}$$

N5

$$1) F_1 = E q = \frac{k Q q}{9 R^2} = \frac{k Q q}{9 R^2}$$

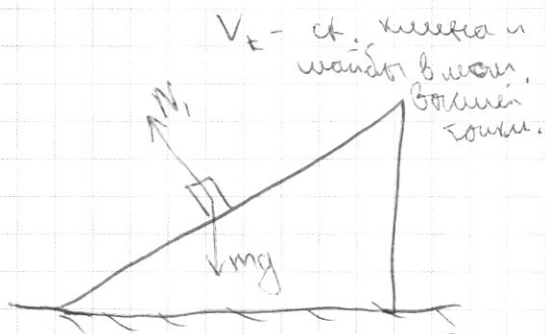
$$\int r^{-2} = \frac{r^{-1}}{-1} = -\frac{1}{r}$$



$$dF_2 = E r dq = \frac{k Q}{r^2} dq = \frac{k Q q}{r^2 R} dr = \frac{k Q q}{R} \cdot \frac{dr}{r^2}$$

$$F_2 = \int_{3R}^{4R} \frac{k Q q}{R} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{k Q q}{R} \int_{3R}^{4R} \frac{dr}{r^2} = \frac{k Q q}{R} \cdot \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{3R}^{4R} = \frac{k Q q}{R} \left(-\frac{1}{4R} + \frac{1}{3R} \right) = \frac{k Q q}{12 R^2}$$

N2



$$M = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2 a_{\text{рад}}} = v_0^2 \cdot \frac{g/25}{2 \cdot 10 \cdot \frac{11}{8} \cdot 99}$$

$$M = \frac{v_0^2 \cdot \frac{g}{25} \cdot \frac{11}{8}}{200 g} = \frac{99 v_0^2}{200 g}$$

$$v_0^2 = \frac{200 g M}{99 M} = \frac{2000 \cdot 0.2}{99} = \frac{400}{99} \approx 4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$$

$$v_0 \approx 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$1,41 \cdot 2 = 2,82$$

$$3(1): \mu v_0 \cos \alpha = 3 \mu v_K$$

$$v_0 v_K = \frac{v_0 \cos \alpha}{3} = \frac{v_0}{5}$$

$$3(2): \frac{\mu v_0^2}{2} = \mu g H + \frac{3 \mu v_K^2}{2}$$

$$v_0^2 = 2 g H + \frac{3 v_0^2}{25}$$

$$\frac{22}{25} v_0^2 = 2 g H$$

$$v_0^2 = \frac{25 g H}{11} \Rightarrow v_0 = 5 \sqrt{\frac{g H}{11}} = 5 \sqrt{\frac{10 \cdot 0.2}{11}}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

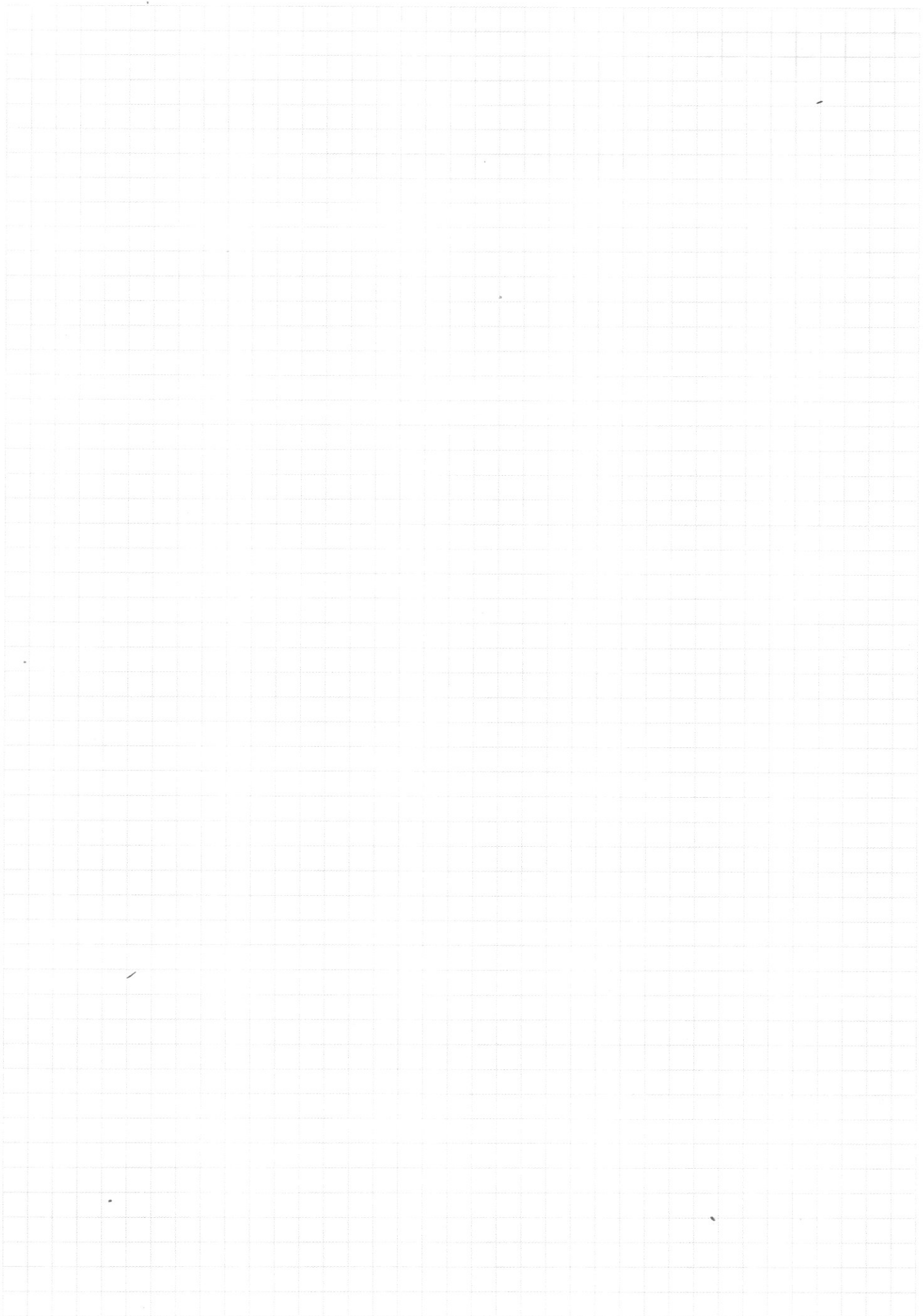
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)