

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

## Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

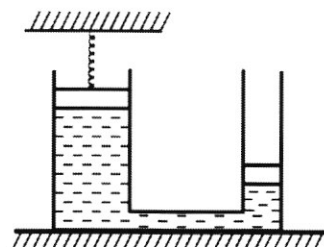
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/3$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

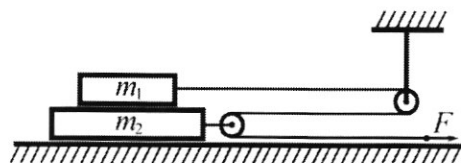
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = R$ , здесь  $R$  – радиус планеты.

Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $3R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

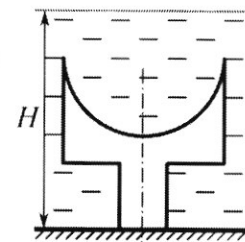
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 3m$ ,  $m_2 = 5m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу  $F$ , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=3$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 5$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



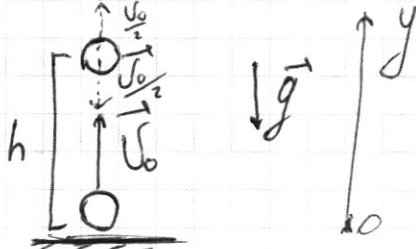
1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1  
Дано:  
 $v_0 = 20 \frac{м}{с}$   
 $t = ?$   
 $h = ?$

Решение:



Заменим уравнение ~~для~~ скорости:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

На высоте  $h$  скорость  $\frac{v_0}{2}$  может быть направлена вверх и вниз. Если вверх, то заменим уравн. скорости на ОУ:

$$\frac{v_0}{2} = v_0 - gt$$

$$\frac{v_0}{2} = gt$$

$$t = \frac{v_0}{2g} = \frac{20}{20} = 0,5 \text{ с}$$

Если вниз, то уравн. скорости на ОУ:

$$-\frac{v_0}{2} = v_0 - gt$$

$$1,5 v_0 = gt$$

$$t = \frac{1,5 v_0}{g} = 1,5 \text{ с}$$

Уравнение времени для пера:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 20 \cdot 0,5 - \frac{20 \cdot 0,25}{2} = 5 - 1,25 = 3,75 \text{ м}$$

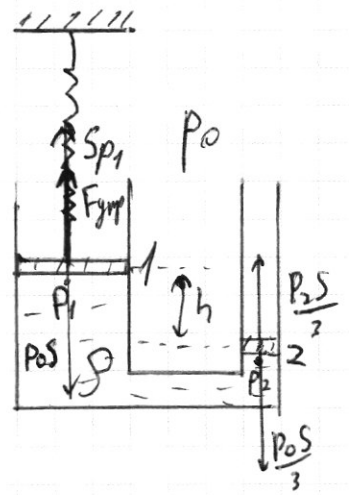
(Три пера  $t = 0,5 \text{ с}$  или  $t = 1,5 \text{ с}$ .  $h = 3,75 \text{ м}$ )

Ответ:  $t = 0,5 \text{ с}$  или  $t = 1,5 \text{ с}$ ;  $h = 3,75 \text{ м}$ .

Дано:  
 $p_0$   
 $k$   
 $x$   
 $S_1 = S$   
 $S_2 = \frac{S}{3}$   
 $h$  - ?  
 $m$  - ?

Решение:  
 По условию III-й поршень выше первого, то значит, на него действует дополнительная сила, <sup>направл.</sup> вверх. Это и есть сила упругости пружины, которая размотана.

Рассмотрим силы на поршнях: ( $p_0$  - атмосферное давление,  $p_1$  и  $p_2$  - давления в отв. точках)



Условие равновесия для 1 поршня:

$$Sp_1 + F_{упр} = p_0 S$$

$$Sp_1 + kx = p_0 S \quad (1)$$

Условие равновесия для 2 поршня:

$$\frac{p_2 S}{3} = \frac{p_0 S}{3}$$

$$p_2 = p_0 \quad (2)$$

Из разности высот жидкости в сосуде:

$$p_2 + \rho g h = p_1$$

Подставим (2):

$$p_0 - \rho g h = p_1 \quad (3)$$

Подставим (3) в (1):

$$S(p_0 - \rho g h) + kx = p_0 S$$

$$Sp_0 - S\rho g h + kx = p_0 S$$

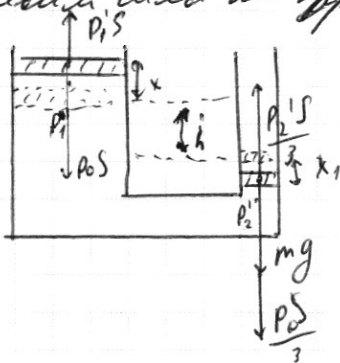
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжить (2):

$$Kx = Sp\gamma h$$

$$h = \frac{Kx}{Sp\gamma}$$

Рассмотрим силы на поршнях, когда погрузили т:



(1 поршень поднимется на  $x$ )

Условие равновесия для 1 поршня:

$$p_0 S = Sp_1'$$

$$p_0 = p_1' \quad (1)$$

Ум равновесия для 2 поршня:

$$\frac{p_2' S}{3} = mg + \frac{p_0 S}{3}$$

$$p_2' S = 3mg + p_0 S \quad (2)$$

Из условия неизменяемости гидростатического (равенства гидростатических давлений) или

$$\frac{S}{3} x_1 = x S$$

$$x_1 = 3x$$

Тогда новая разность высот  $h' = x_1 + x + h = h + 4x$  Подставим  $h$ :

$$h' = 4x + \frac{Kx}{Sp\gamma}$$

Из разности уравнений гидростатики:

$$p_2' = p_1' + h' \rho \gamma \quad (3)$$

Погрешности  $h'$  и (1) в (3):

$$P_2' = P_0 + \left(4x + \frac{Kx}{\rho g S}\right) \rho g$$

Погрешности  $\rho_2'$  в (2):

$$\rho_0 S + \left(4x + \frac{Kx}{\rho g S}\right) \rho g S = 3mg + P_0 S$$

$$4x \cdot \rho g S + Kx = 3mg$$

$$m = \frac{4x \rho g S + Kx}{3g}$$

Ответ:  $h = \frac{Kx}{\rho g}$ ;  $m = \frac{4x \rho g S + Kx}{3g}$

а 3

Дано:

$$h = R$$

$$\rho$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$G$$

$$H = 3R$$

$$g = ?$$

$$T = ?$$

Допустим:

Из закона всемирного тяготения:

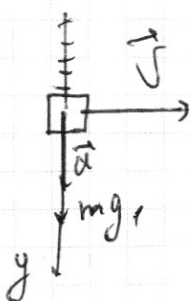
$$g = \frac{GM}{H^2}, \text{ где } M - \text{масса планеты.}$$

$$M = \rho V = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

Погрешности  $M$  и  $H$  в уравнении для  $g$ :

$$g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \rho \pi R^3}{9 R^2} = \frac{4 G \rho \pi R}{27}$$

Поставим силы на спутник:



( $v$  - его скорость отн ко зтй планете)  
 $m$  - его масса

2 закон Ньютона для спутника на ОУ:

$$ma = mg_1$$

$$a = g_1 \quad (1)$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

кредит 3:

$$\text{По } a = \frac{v^2}{R+h} = \frac{v^2}{2R} \quad \text{т.к. } h=R.$$

Подставим  $a$  в уравн (1):

$$\frac{v^2}{2R} = g_1 \quad (2)$$

Выразим  $g_1$  по формуле

$$g_1 = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} = \frac{G \pi R \rho}{3}$$

Подставим  $g_1$  в (2):

$$\frac{v^2}{2R} = \frac{G \pi R \rho}{3}$$

$$v^2 = \frac{2G \pi R^2 \rho}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{2G \pi R^2 \rho}{3}} \quad (\text{величина } > 0)$$

По  $T = \frac{2\pi l}{v}$ , где  $l$  - длина орбиты

$$l = 2\pi(R+h) = 4\pi R$$

Подставим  $l$  и  $v$  в уравнение для  $T$ :

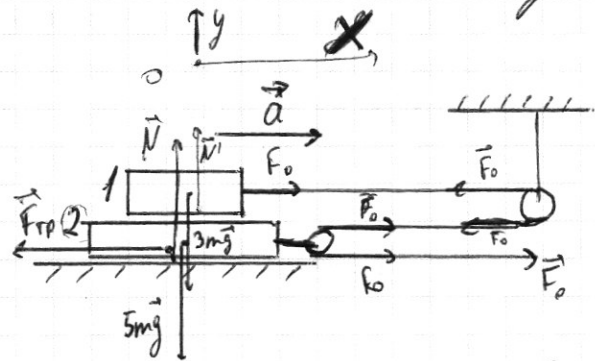
$$T = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{2}{3} G \pi R^2 \rho}} = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{2}{3} G \rho}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{23} G \pi R \rho; T = \frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{\frac{2}{3} G \rho}}$$

24

Дано:  
 $m_1 = 3m$   
 $m_2 = 5m$   
 $\mu$   
 $F_0 = ?$   
 $a = ?$

Рассчитать силы в системе в первом случае:



(Бруски оти друг друга не пошевлюють и движут с ускорением  $a$ )

2 Закон Ньютона для бруска на ОХ

$$F_0 = 3ma \quad (1)$$

2 Закон Ньютона для 2 бруска на ОХ

$$5ma = 2F_0 - F_{тр} \quad (2)$$

Усл. равновесия бруска на ОУ:

$$N = 8mg$$

$$\text{Но } F_{тр} = \mu N$$

$$\text{Значит } F_{тр} = 8mg\mu \quad (3)$$

Подставляем (1) и (3) в (2):

$$5ma = 6ma - 8mg\mu$$

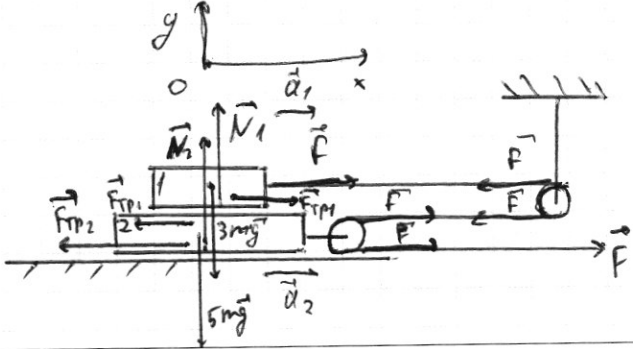
$$ma = 8mg\mu$$

$$a = 8g\mu$$

Подставляем  $a$  в (1):

$$F_0 = 3m \cdot 8g\mu = 24mg\mu$$

Рассчитать силы в системе во 2 случае:



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Презент 4:

У Закон Ньютона для 1 бруска на ОХ:

$$3ma_1 = F + F_{тр1} \quad (1)$$

Ум равновесие для 1 бруска на ОУ:

$$N_1 = 3mg$$

$$F_{тр1} = \mu N_1 = 3\mu mg \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$3ma_1 = F + 3\mu mg \quad (*)$$

У Закон Ньютона для 2 бруска на ОХ:

$$5ma_2 = 2F + F_{тр2} - F_{тр1} \quad (3)$$

Ум равновесие для 2 бруска на ОУ:

$$N_2 = 8mg$$

$$F_{тр2} = \mu N_2 = 8\mu mg \quad (4)$$

Подставим (4) и (2) в (3):

$$5ma_2 = 2F - 11\mu mg$$

$$a_2 = \frac{2F - 11\mu mg}{5m}$$

Уз (\*):

$$a_1 = \frac{F + 3\mu mg}{3m}$$

Но т.к. верхний брусок движется вправо относительно нижнего, то

$a_1 < a_2$ . Подставим  $a_1$  и  $a_2$ :

$$\frac{2F - 11\mu mg}{5m} > \frac{F + 3\mu mg}{3m} \quad (\text{все величины положительны})$$



$$\frac{2F - 11 \mu\text{mg}}{5} > \frac{F + 3 \mu\text{mg}}{3}$$

$$6F - 33 \mu\text{mg} > 5F + 15 \mu\text{mg}$$

$$F > 48 \mu\text{mg}$$

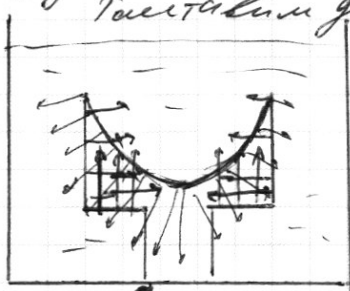
$$\text{Ответ: } F_0 = 24 \mu\text{mg}; F = 48 \mu\text{mg} (F > 48 \mu\text{mg})$$

Дано:  
 $H = 3 \text{ м}$   
 $V = 5 \text{ dm}^3$   
 $S = 10 \text{ см}^2$   
 $\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$   
 $P_0 = 100 \text{ кПа}$   
 $P_i = ?$   
 $F = ?$

Решение:

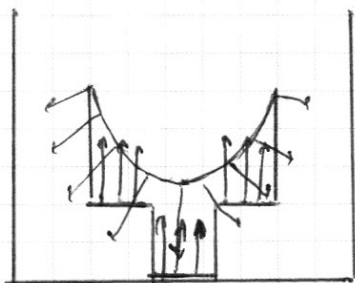
$$P_i = \rho g H + P_0 = 1000 \cdot 10 \cdot 3 + 100000 = 130 \text{ кПа}$$

Тогда в воде давление со стороны воды на конструкцию



воздействующая на нее.

Если бы было погружение:



и вода действовала бы с силой  $F_{\text{Арх}} = \rho V g$ .

Но разность сил будет только в силе давления на основание. Вода в нашем случае снизу не давит. Тогда "исчезающая" сила  $F_0 = P_i S$ . Значит в нашем случае вверх давит  $F_{\text{Арх}}$ , но снизу  $F_0$ . Значит  $F = F_{\text{Арх}} - F_0 = \rho V g - P_i S =$

$$= 1000 \cdot 0,005 \cdot 10 - 1001 \cdot 103000 = 50 - 130 = -80 \text{ Н.}$$

Значит  $F = 80 \text{ Н}$  и направлена вниз

Ответ:  $P_i = 130 \text{ кПа}$   
 вниз  $F = 80 \text{ Н}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)