Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

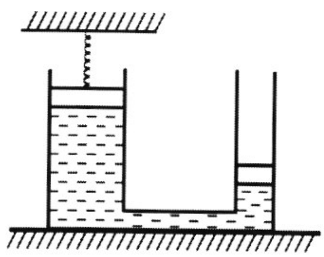
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.

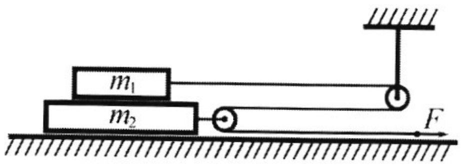
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

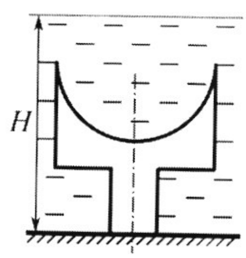
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу F, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=3 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции V = 5 дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей S = 10 см^2. Плотность воды ρ = 1 г/см^3, атмосферное давление P_0 = 100 кПа. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Уравнение скорости камня: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. ($v$ - скорость в момент времени t) проецируем на ось x:

$v_x = v_{0x} + t g_x$

(ось x направлена вертикально вверх). точка O - точка броска

$v_x = v_0 - gt$.

У нас может быть 2 варианта: $v_x = \frac{v_0}{2}$ и $v_x = -\frac{v_0}{2}$

1) $\frac{v_0}{2} = v_0 - gt_1$

$gt_1 = \frac{v_0}{2}$

$t_1 = \frac{v_0}{2g} = \frac{10\frac{м}{с}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = 0{,}5с$

2) $-\frac{v_0}{2} = v_0 - gt_2$

$gt_2 = \frac{3}{2}v_0$

$t_2 = \frac{3v_0}{2g} = \frac{3\cdot 10\frac{м}{с}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = 1{,}5с$

Уравнение движения камня: (Камень будет на высоте h дважды: спустя t_1 и t_2 после броска) когда $v = \frac{v_0}{2}$

$x = v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$ (x - координата камня, т.е. высота, на которой он находится в момент t)

При обоих значениях t x будет одинаковым и равным h.

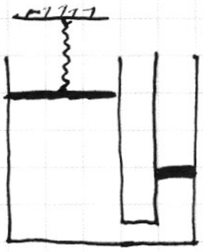
(сопротивление воздуха не учитываем, движение равноускоренное, ускорение - $\vec{g}$)

$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$. Возьмём $t = 0{,}5с$.

$h = 10\frac{м}{с}\cdot 0{,}5с - \frac{10\frac{м}{с^2}}{2}\cdot 0{,}25с^2 = (5 - 1{,}25)м = 3{,}75 м$.

Ответ: 0,5с; 1,5с; 3,75м.

№ 2.



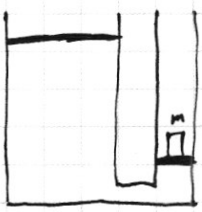
Если бы не было пружины, поршни бы находились на одном уровне (в точках возле дна должно быть одинаковое давление, чтобы жидкость покоилась).

Значит, пружина не даёт левому поршню опускаться => она растянута, и сила упругости с её стороны действует вверх на левый поршень.

Разница в давлениях в точках под поршнями $\Delta p_1 = \rho g h$, но т.к. жидкость в покое => эта разница скомпенсирована силой упругости пружины, действующей на поршень площадью S:

$$\Delta p_1 = \rho g h = \frac{kx}{S}$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}.$$



Чтобы пружина стала недеформированной, левый поршень должен подняться на x. Тогда правый опустится на $3x$, т.к. его площадь в 3 раза меньше, а объем жидкости не изменился.

Теперь разница в давлениях под поршнями $\Delta p_2 = \rho g(h+4x)$ (разность уровней увеличилась на $4x$), и она компенсируется весом груза массой m на правом поршне:

$$\Delta p_2 = \rho g(h+4x) = \frac{3mg}{S} = \rho g x\left(\frac{k}{\rho g S} + 4\right).$$ Отсюда:

$$m = \frac{\rho x S\left(\frac{k}{\rho g S} + 4\right)}{3}$$

Ответ: $\frac{kx}{\rho g S}$; $\frac{\rho x S\left(\frac{k}{\rho g S}+4\right)}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

Запишем II закон Ньютона для тела, которое находится на расстоянии 3R от центра планеты, и на которое не действуют никакие силы, кроме силы взаимодействия с планетой:

$mg = G\frac{Mm}{(3R)^2}$ m – масса тела; M – масса планеты.

$g = G\frac{M}{9R^2}$

V – объем планеты

$M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$. Подставляем:

$g = G\cdot\frac{4\rho\pi R^3}{3\cdot 9R^2} = \frac{4}{27}\rho\pi R\cdot G$

Пусть L – длина окружности, по которой вращается спутник.

$L = 2\pi\cdot(R+h) = 4\pi R$

Пусть a – центростремительное ускорение спутника, v – его скорость.

$v = \sqrt{a\cdot 2R}$ $ma = G\frac{mM}{4R^2}$ m – масса спутника, M – масса планеты

$v = \sqrt{2\cdot G\frac{M}{4R^2}\cdot R}$ $a = G\frac{M}{4R^2}$

$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$

$T = \frac{L}{v} = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{2R}}} = 4\pi R\cdot\sqrt{\frac{2R}{GM}} = 4\pi R\cdot\sqrt{\frac{2R\cdot 3}{G\cdot\rho\cdot 4\pi R^3}} = 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$

Ответ: $\frac{4}{27}\rho\pi R G$; $2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$

№ 4.

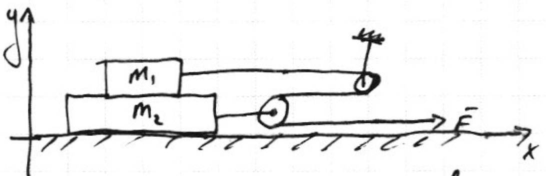


рис. 1.

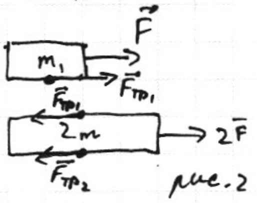


рис. 2.

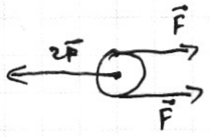


рис. 3.

Сила натяжения нити одинакова вдоль всей нити (трения в блоках нет) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ на груз m_1 действует сила F со стороны нити. Со стороны груза m_2 на него действует сила трения $\vec{F}_{тр_1}$.

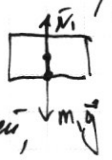
На груз m_2 действует T со стороны нити, $F_{тр_1}$ со стороны груза m_1 и $F_{тр_2}$ со стороны поверхности. $T = 2F$ (рис 3)

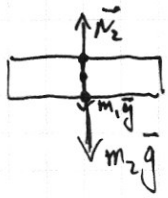
$F_{тр_1} = \mu N_1 = \mu m_1 g = 3\mu m g$ (N_1 - сила реакции опоры со стороны груза m_2 на груз m_1)

$F_{тр_2} = \mu N_2 = \mu(m_1+m_2)g = 8\mu m g$ (N_2 - сила реакции опоры со стороны поверхности на грузы)

Тела не передвигаются по оси y $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сила реакций равны силам тяжестей, (ускорение в проекции на OY - 0).





(вес верхнего груза равен $m_1 g$)

$F_{тр1} = 0$ $\Rightarrow$ бруски не скользят друг по другу $\Rightarrow$ их ускорения равны;

Запишем вторые законы Ньютона для каждого бруска:

a_1 - ускорение бруска массой m_1; a_2 - массой m_2

$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_0 + m_1\vec{g} + \vec{N}_1$

$m_2 \vec{a}_2 = \vec{T} + \vec{F}_{тр_2} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + m_1\vec{g}$

Спроецируем на ось x:

$m_1 a_1 = F_0$

$m_2 a_2 = T - F_{тр_2}$. Выразим и приравняем ускорения:

$$\frac{F_0}{3m} = \frac{T - F_{тр_2}}{5m}$$

$3T - 3F_{тр_2} = 5F_0$

$3T - 24\mu m g = 5F_0$. Подставим $T = 2F_0$:

$F_0 = 24\mu m g$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если нижний брусок скользит по столу, а верхний - влево относительно нижнего, значит, $a_2 > a_1$. Появилась $F_{тр1}$.

Вторые законы Ньютона для брусков в проекции на ось x с учетом $F_{тр1}$:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F + F_{тр1} \\ m_2 a_2 = T - F_{тр1} - F_{тр2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F + 3\mu mg \\ m_2 a_2 = T - 11\mu mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{F}{m_1} + \frac{3\mu mg}{m_1} \\ a_2 = \frac{T}{m_2} - \frac{11\mu mg}{m_2} \end{cases}$$

$a_2 > a_1$

$$\frac{F}{3m} + \mu g < \frac{T}{5m} - \frac{11}{5}\mu g$$

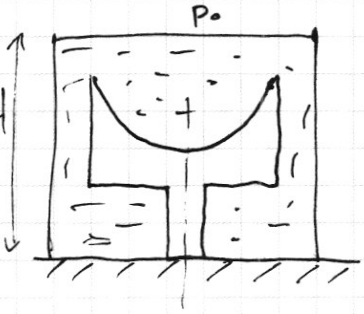
$$\frac{T}{5m} - \frac{F}{3m} > \frac{16}{5}\mu g$$ Подставляем $T = 2F$:

$$\frac{F}{15m} > \frac{16}{5}\mu g$$

$F > 48\mu mg$

Минимальная сила $F = 48\mu mg$.

Ответ: $24\mu mg$; $48\mu mg$



Я решал, основываясь на том, что бассейн заполнен до краёв.

В таком случае давление вблизи дна:

$$p_1 = p_0 + \rho g H = 100\,кПа + 1000\,\frac{кг}{м^3}\cdot 10\,\frac{Н}{кг}\cdot 3\,м = 130\,кПа$$

Конструкция симметрична $\Rightarrow$ давления на боковые грани компенсируют друг друга (сила давления действует перпендикулярно поверхности.

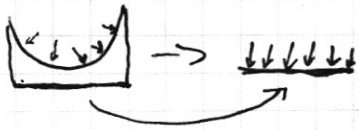
Касаемо сферической части, горизонтальные составляющие силы давления на каждый элементарный участок поверхности также компенсируют друг друга, и остается вертикальное давление, направленное вниз.

Таким образом, вклад в F вносят сила давления воды вниз на верхнюю часть и сила давления воды вверх снизу на площадь без S (там, где конструкция приклеена, вода не подтекает и не действует).

Вода стремится „вытолкнуть" тело из себя, действуя на него вертикально вверх. Заметим, что давление ~~такные~~ вблизи дна равно:

$$p_1 = \frac{\rho g(S_0 H - V)}{S_0} + p_0 + \frac{Mg}{S}$$, где S_0 – общая площадь сосуда; M – масса конструкции

Давление на сферическую пов-сть можно заменить давлением на плоскую:



Вода стремится вытолкнуть тело с силой Архимеда.

$$F = \rho g V = 1000\,\frac{кг}{м^3}\cdot 10\,\frac{Н}{кг}\cdot 0{,}005\,м^3 = 50\,Н$$

Ответ: 130 кПа; 50 Н.

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$

$$mg = G\frac{mM}{9R^2}$$

$$\frac{м}{с^2} = g = G\frac{M}{R^2} \quad \frac{м^3}{с^2 \cdot кг}\cdot\frac{кг}{м^2} \qquad \frac{м}{с^2} = \frac{м^3}{кг\cdot с^2}\;\frac{кг}{м^2}$$

$$g = G\frac{M}{9R^2} \qquad M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$$

$$g = G\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{\rho\pi R}{9} = \frac{4}{27}G\rho\pi R$$

$$L = 2\pi\cdot 2R = 4\pi R$$

$$ma = G\frac{Mm}{4R^2}$$

$$a = G\frac{M}{4R^2}$$

$$T = \frac{L}{v} = \frac{4\pi R}{} \cdot\sqrt{\frac{2R}{GM}} =$$

$$v = \sqrt{a2R} = \sqrt{G\frac{M}{2R}}$$

$$= 4\pi R\cdot\sqrt{\frac{2R\cdot 3}{G\cdot\rho\cdot 4\pi R^3}} =$$

$$= 4\pi\sqrt{\frac{6}{G\cdot\rho\cdot 4\pi}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{6}{G\rho\pi}} =$$

$$= 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $v_0 - gt = \frac{v_0}{2}$

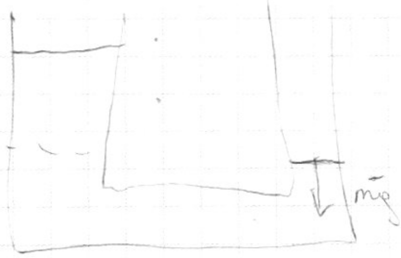
$gt = \frac{v_0}{2}$

$t = \frac{v_0}{2g} = 0,5c$

2) $H = v_0 t - g\frac{t^2}{2} = 5 - \frac{2,5}{2} = \frac{7,5}{2} = 3,75\,м$

$10 \cdot 1,5 - \frac{10}{2} \cdot 1,5^2$

$1,5(10 - 5 \cdot 1,5) = 1,5 \cdot 2,5 =$



$\Delta P_1 = \rho g h = \frac{kx}{S}$

$h = \frac{kx}{\rho g S}$

$\Delta P_2 = (h + 4x)\rho g$

$\frac{3mg}{S} = \rho g(h + 4x)$

$m = \frac{S\rho(h + 4x)}{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$p_1 = \rho g H + p_0$

A A

$p_1 = \frac{(\rho H S_0 + M)g + p_0}{S_0} = \rho H g + \frac{Mg}{S_0} + p_0$

$\frac{Mg}{S_0}$

$p_1 = \frac{\rho H S_0 g}{S_0} + p_0 + \frac{Mg}{S}$

$p_1 S = Mg - F$

$F = \frac{Mg}{S} - p_1$

$p = \frac{F}{S} = \frac{mg - \rho g V}{S} = \frac{\rho_0 g V - \rho g V}{S} = \frac{gV}{S}(\rho_0 - \rho)$

$p = \frac{F_0}{S} = \frac{mg \pm F}{S}$

$p_1 S = 130$ Н

$\rho g V = 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}005 = 50$ Н

☑ черновик ☐ чистовик

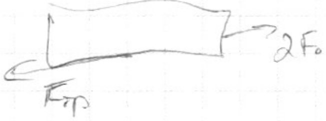
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{F_0}{3m} = \frac{2F_0 - F_{тр}}{5m}$$



$$F_{тр} = \mu \cdot 8mg$$

$$\frac{F_0}{3m} = \frac{2F_0 - F_{тр}}{5m}$$

$$6F_0 - 3F_{тр} = 5F_0$$

$$3F_{тр} = F_0$$

$$3\mu \cdot 8mg = F_0 = 24\mu mg$$

$$m_1 a_1 = F + F_{тр_1}$$

$$m_2 a_2 = 2F - F_{тр_1} - F_{тр_2}$$

$$m_1 a_1 = F + 3\mu mg$$

$$m_2 a_2 = 2F - 11\mu mg$$

$$a_2 = \frac{2F}{5m} - \frac{11}{5}\mu g$$

$$a_1 = \frac{F}{3m} + \mu g$$

$$\frac{2F}{5m} - \frac{11}{5}\mu g > \frac{F}{3m} + \mu g$$

$$\frac{F}{15m} > \frac{16}{5}\mu g$$

$$F > 48\mu mg$$