

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

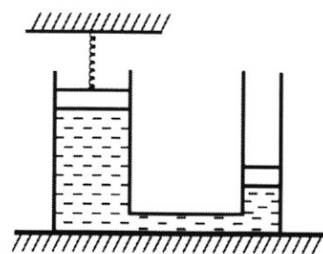
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

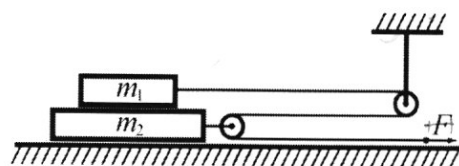
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

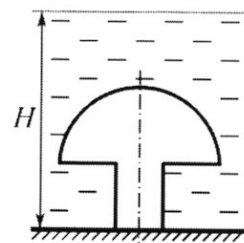


- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.

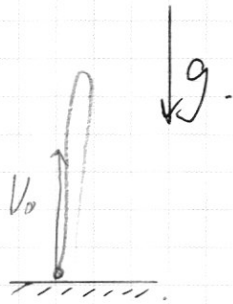


- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
 - 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.
5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1. 1) $V(t) = V_0 - gt$ — для брызги воды.



$$V(t) = \frac{V_0}{3} = V_0 - gt$$

$$\frac{2}{3} V_0 = gt$$

$$t = \frac{2}{3} \cdot \frac{V_0}{g} = \frac{2}{3} \frac{12 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{4}{5} \text{ с} \approx 0,8 \text{ с}$$

$$2) h(t) = 0 + V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h(t) = 0 + V_0 \cdot \frac{2}{3} \frac{V_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{4}{9} \frac{V_0^2}{g^2} = \frac{V_0^2}{g} \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) =$$

$$= \frac{V_0^2}{g} \cdot \frac{6-2}{9} = \frac{4}{9} \frac{V_0^2}{g} = \frac{24}{9} \frac{144 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{288}{45} \text{ м}$$

$$\begin{array}{r} -288 \mid 45 \\ -270 \mid 6,4 \\ \hline -180 \\ -180 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$h = 6,4 \text{ м}$$

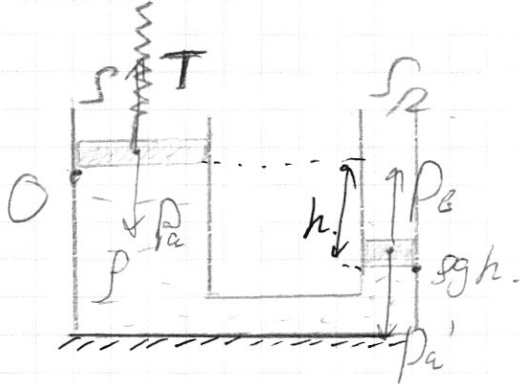
Ответ:

- 1) $t = 0,8 \text{ с}$.
- 2) $h = 6,4 \text{ м}$.

№2.

P_a .

1) P_a — атмосферное давление.



Рассмотрим левый поршень.
Он легкий и статичен, поэтому

$$T - P_a = 0.$$

$$T = P_a; \quad P_a = \rho_a \cdot S; \quad T = kx.$$

Сила давления воды не действует, т.к. под левым поршнем ~~и~~ ^и ~~выбор~~ ^и ~~давление~~ ^и ~~воды~~ ^и равно 0.

Тогда давление под правым поршнем давление воды больше на $\rho g h$.

Тогда $P_b = P_a'$

$$P_b = \frac{S}{2} \cdot \rho g h; \quad P_a' = P_a \cdot \frac{S}{2}.$$

$$\rho g h = P_a.$$

$$T = P_a = \rho_a \cdot S = \rho g h \cdot S$$

$$\text{Тогда } x = \frac{T}{k} = \frac{\rho g h S}{k}$$

2) На левый поршень не действует $T \Rightarrow$ давление воды под левым поршнем равно P_a .

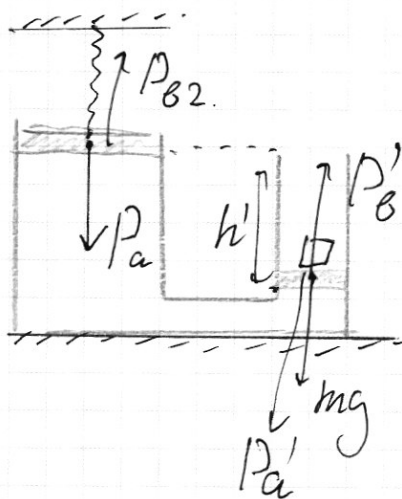
При этом левый поршень поднимется на x .
Объем воды не изменился, поэтому $\Delta V_1 = \Delta V_2$.

$x \cdot S = y \cdot \frac{S}{2}$, где y — расстояние, на которое опустился правый поршень.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x = y^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = 2x$, т.е. правый поршень опустится в 2 раза сильнее, чем поднимется левый. Тогда разность высот поршней (и уровней воды на них) увеличилась на $x+y = 3x = 3 \frac{\rho g h \Delta}{k}$

$$h' = h + 3x = h + 3 \frac{\rho g h \Delta}{k}$$



$$P_{в'} = mg + P_{a'}$$

$$P_{в2} = P_a$$

$P_a = P_{в1}$, $P_{в1}$ — давление воды под левым поршнем.

Тогда под правым поршнем $P_{в'} = \frac{\rho}{2} \cdot (P_a + \rho g h')$

$$mg = P_{в'} - P_{a'} = \frac{\rho}{2} (P_a + \rho g h' - P_a) = \frac{\rho}{2} \cdot \rho g h'$$

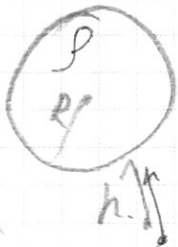
$$m = \frac{\rho}{2} \cdot \rho g h \left(1 + 3 \frac{\rho g \Delta}{k}\right)$$

Ответ: 1) $X = \frac{\rho g h \Delta}{k}$

2) $m = \frac{\rho}{2} \cdot \rho g h \left(1 + 3 \frac{\rho g \Delta}{k}\right)$

№3.

1) Планета — однородный шар, значит для расчета ускорения, действующего на спутник, можно пользоваться формулой $g = G \frac{M}{L^2}$, где.



M — масса планеты, L — расстояние до центра планеты.

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$g = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = G \frac{\rho R}{3} \cdot \pi$$

2) Спутник — на расстоянии h от поверхности планеты, т.е. на расстоянии $R+h=1,5R$ от её центра.

Тогда на спутник действует $a_{цс} = G \frac{M}{(1,5R)^2}$

В то же время, $a_{цс} = (1,5R) \cdot \omega^2 = 1,5R \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$

$$T^2 = \frac{1,5R \cdot 4\pi^2}{a_{цс}} = \frac{1,5R \cdot 4\pi^2}{G \frac{M}{(1,5R)^2}} = 3,375 \cdot R^3 \frac{4\pi^2}{GM}$$

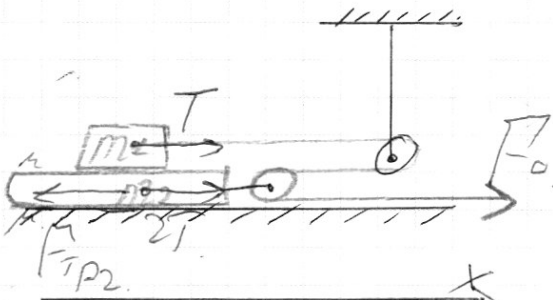
$$T = 2\pi \cdot 1,5 \sqrt{1,5R \frac{1}{GM}} \cdot R$$

Ответ: 1) $g = G \frac{\rho R}{3} \cdot \pi$

2) $T = 3\pi R \sqrt{2,5R \frac{1}{GM}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4.



1) Сила натяжения веревки равна $F_0 \Rightarrow T = F_0$.

На верхнем блоке ϕ не действует сила трения, значит он не скользит относительно нижнего бруска, т.е. оба бруска движутся вместе.

$$F_{\text{тр}2} = \mu \cdot N_2; \quad N_2 = (m_2 + m_1)g = 5mg.$$

$$F_{\text{тр}2} = \mu \cdot 5mg.$$

а обоим брускам: $a(m_1 + m_2) = 3T - F_{\text{тр}2}$

$$3T = 5 \cdot am - \mu \cdot 5mg = 5m(a - \mu g).$$

В то же время $a \cdot m_1 = T \Rightarrow a = \frac{T}{m_1} = \frac{T}{2m}$.

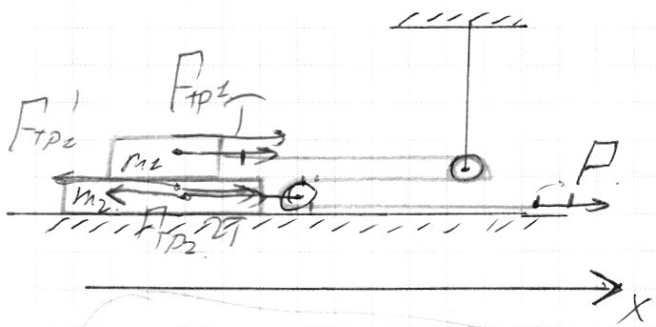
$$\frac{T}{2m} \cdot (5m) = 3T - \mu \cdot 5mg$$

$$\frac{5}{2}T = 3T - 5\mu mg \Rightarrow T \left(3 - \frac{5}{2}\right) = \mu \cdot 5mg$$

$$T = 5\mu mg \cdot 2 = 10\mu mg.$$

$$F_0 = T = 10\mu mg.$$

2)



$$P = T$$

Функциональная нагрузка
~~масса~~ ~~дв~~ ~~бруска~~ ~~движется~~
~~без~~ ~~ускорения~~.

$$m_2 a_2 = 2T - F_{тр1} - F_{тр2}$$

$$a_1 \cdot m_1 = T + F_{тр1}$$

$$a_2 \cdot m_2 = 2T - F_{тр1} - F_{тр2}$$

$a_1 \leq a_2$, т.к. верх.
 Бруска движется в левую
 сторону отк. стенки бруска.

2 уравн, 3 неизвест.

Кинемат. связь:

~~Если~~ ~~нить~~ ~~сдвигается~~ ~~на~~ Δx , ~~верх.~~ ~~бруска~~
~~тогда~~ ~~сдвигается~~ ~~на~~

Длина нитки $\rightarrow const \Rightarrow \Delta L = \Delta x_{\text{верх}} + 2\Delta x_{\text{нижн.}}$

$$a_1 \equiv \frac{T + F_{тр1}}{m_1}$$

$$F_{тр1} = \mu N_1 = \mu \cdot m_1 g$$

$$a_1 = \frac{T}{m_1} + \mu g \Rightarrow T = a_1 m_1 - F_{тр1} = 2m_1 (a_1 - \mu g)$$

$$a_2 \cdot m_2 = 2T - F_{тр1} - F_{тр2}; \quad F_{тр2} = \mu N_2 = \mu (m_1 + m_2) g$$

$$a_2 \cdot 3m_2 = 4\mu (a_1 - \mu g) - \mu \cdot 2m_1 g - \mu \cdot 3m_2 g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a_2 \cdot 3 = 4a_1 - 4\mu g = 2\mu g - 5\mu g$$

$3a_2 = 4a_1 - 11\mu g$. Необходимо найти минимальную силу F , чтобы $a_1 \leq a_2$, поэтому $a_1 = a_2$.

$$a_1 = 11\mu g$$

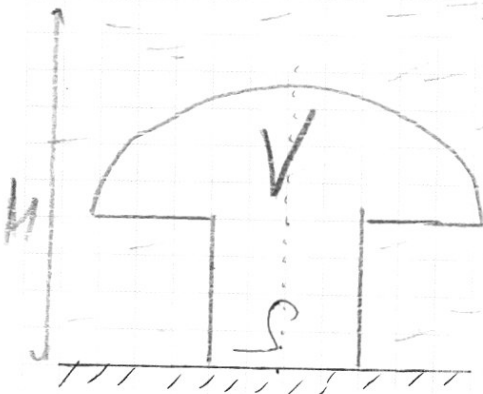
Тогда $T = 2m(a_1 - \mu g) = 2m \cdot 10\mu g = 20m\mu g$

$$F = T = 20\mu mg$$

Ответ: 1) $F_0 \approx 10\mu mg$
2) ~~$F = 20\mu mg$~~
 $F \rightarrow 20\mu mg$

Сила должна быть не менее $20\mu mg$, иначе брусок двинется.

№5.



$$\begin{aligned} 1) p_1 &= p_0 + \rho g H = \\ &= 100 \text{ кПа} + 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot \\ &\cdot 2,5 \text{ м} = 100 \text{ кПа} + 25 \text{ кПа} = \\ &= 125 \text{ кПа} \end{aligned}$$

$$p_1 = 125 \text{ кПа}$$

$$480 \text{ г м}^3 = 0,48 \text{ м}^3$$

Если бы вода окружала тело со всех сторон, на него действовала бы сила Архимеда

$F_A = \rho g V$. Но внизу (у дна) тело прижато ко дну, вода не протекает, поэтому сила, действующая на тело со стороны воды меньше на силу давления, которая должна была бы действовать на тело у дна. Эта сила давления равна $F_D = S \cdot p_2$.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } F_{\text{элв}} &= F_A - F_D = \rho g V - S p_2 = \\ &= \rho g V - S (p_0 + \rho g H) = \rho g (V - SH) - S p_0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{\text{элв}} &= 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (8 \text{ дм}^3 - 25 \cdot 2 \text{ дм}^2) - 100 \text{ кПа} \cdot \\ &\cdot 0,002 \text{ м}^2 = 10000 \cdot \text{кг/м}^2 \cdot \text{с}^2 \cdot (-48 \text{ дм}^3) - 0,2 \text{ кН} = \\ &= -0,480 \text{ м}^3 \cdot 10000 \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}^2 - 200 \text{ Н} = \\ &= -4800 \text{ Н} - 200 \text{ Н} = -5000 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Ответ: 1) $p_2 = 125 \text{ кПа}$.

2) вода действует на тело вниз с силой 500 Н.

Вода действует равно вниз из-за своей симметрии.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[Grid area for writing]	[Grid area for writing]
-------------------------	-------------------------