

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

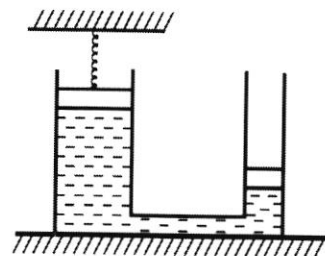
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

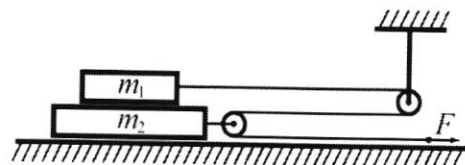
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



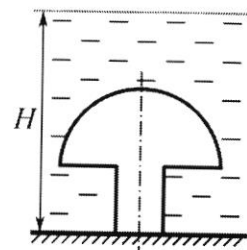
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



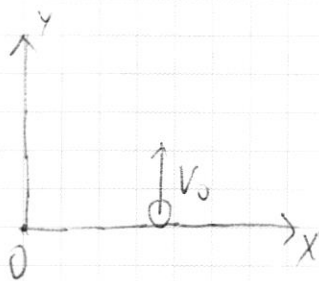
- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N1

В момент времени τ ~~высота~~ скорость камня в проекции на ось OY равна $V_0 - g\tau$ (нулевым моментом времени считается начало, то есть тот, когда камень падает).

Соответственно, величиной скорости камня в момент времени τ будет величина $|V_0 - g\tau|$, поскольку камень движется вертикально. Нам ~~не~~ ~~нужно~~ ~~найти~~ моменты времени, такие что $|V_0 - g\tau| = \frac{V_0}{3}$. Это уравнение рассмотрим в совокупности

$$\begin{cases} V_0 - g\tau = \frac{V_0}{3} \\ V_0 - g\tau \geq 0 \\ g\tau - V_0 = \frac{V_0}{3} \\ V_0 - g\tau \leq 0 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} \tau = \frac{2}{3} \frac{V_0}{g} \\ \tau \leq \frac{V_0}{g} \\ \tau = \frac{4}{3} \frac{V_0}{g} \\ \tau \geq \frac{V_0}{g} \end{cases}$$

откуда $\tau_1 = \frac{2}{3} \frac{V_0}{g}$; $\tau_2 = \frac{4}{3} \frac{V_0}{g} \Rightarrow \tau_2 = 2\tau_1$

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{12 \frac{m}{s}}{20 \frac{m}{s^2}} = 0,8 \text{ с} \\ \tau_2 = 2\tau_1 = 2 \cdot 0,8 \text{ с} = 1,6 \text{ с} \end{cases}$$

(по оси OY)

Высота h , требуемая в пункте 2, равна модулю перемещения камня Δy , ~~счит~~ ~~б~~ рассчитывается по формуле ~~$\Delta y = \frac{V_y^2 - V_{0y}^2}{2a_y}$~~

$$\Delta y = \frac{V_y^2 - V_{0y}^2}{2a_y}$$

$$\text{Отсюда } h = |\Delta y| = \frac{(\frac{1}{3}V_0)^2 - V_0^2}{2 \cdot (-g)} = \frac{-\frac{8}{9}V_0^2}{-2g} = \frac{4}{9} \frac{V_0^2}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{4}{9} \frac{(12 \frac{m}{s})^2}{20 \frac{m}{s^2}} = \frac{4 \cdot 10^2}{9 \cdot 20} \text{ м} = \frac{64}{20} \text{ м} = 6,4 \text{ м}$$

Кроме того видно, что в моменты времени τ_1 и τ_2 камень находится на одной и той же высоте

Ответ: 1) $\tau_1 = 0,8 \text{ с}$; $\tau_2 = 1,6 \text{ с}$
2) $h = 6,4 \text{ м}$

1) Пусть атмосферное давление равно p_a , давления непосредственно над первым и вторым поршнями равны p_1 и p_2 соотв. Тогда из условия равновесия воды следует, что $p_1 S = p_2 \frac{S}{2}$ и $|p_1 - p_2| = \rho g h$.

Из первого равенства получаем, что $p_2 = 2p_1$. Отсюда, по второму равенству $|p_1 - 2p_1| = \rho g h \Rightarrow p_1 = \rho g h$.

Условие равновесия правого поршня:

$$p_a = p_2 \quad (1)$$

Условие равновесия левого поршня:

$$p_a S = p_1 S + k y; \text{ где } y \text{ по модулю равен модулю } x, \text{ притом } y > 0, \text{ если пружина растянута, и } y < 0, \text{ если пружина сжата.} \quad (2)$$

Из равенства 2 получаем, что $y = \frac{(p_a - p_1) S}{k}$. Из равенства 1 следует, что

$$y = \frac{(p_a - p_1) S}{k}, \text{ а т.к. } p_2 = 2p_1, \text{ то } y = \frac{p_1 S}{k} = \frac{\rho g S h}{k}$$

Отсюда $x = \frac{\rho g S h}{k}$ и пружина растянута

2) После того, как груз массой m был помещен, пружина стала до ^{недеформированной} ~~вертикальной~~ состоянием, то есть ~~она~~ уменьшила длину на x . Из кинематической связи пружины и левого поршня следует, что левый поршень поднялся на x .

Пусть тогда левый поршень опустился на z . Тогда из ~~того~~ того, что объем жидкости в сосуде постоянен, следует, что $Sx = \frac{S}{2} z$ (поскольку изменение объемов жидкости слева и справа в сумме равно нулю). Отсюда $z = 2x$

Тогда новая разность уровней воды равна ~~...~~

$$h_1 = h + x + z = h + 3x$$

Аналогично рассуждениям из предыдущего пункта, можно говорить о двух следствиях из условия равновесия воды, а именно о том, что $p_1 S = p_2 \frac{S}{2}$ и $|p_1 - p_2| = \rho g h_1$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (прод.)

(p_1 и p_2 имеют тот же смысл, что и в пункте 1, но могут принимать иные значения),

Из равенства

$2p_1$ вместо p_2

Из первого равенства следует, что $p_2 = 2p_1$. Подставляем p_2 во второе равенство, получаем, что $p_1 = \rho g h_1$

Условие равновесия правой поршня:

$$mg + p_2 \frac{S}{2} = p_1 \frac{S}{2} \quad (1)$$

Условие равновесия левой поршня:

$$p_2 = p_1 \quad (\text{тк. пружина недеформирована}) \quad (2)$$

Подставляем равенство 2 в уравнение 1, получаем, что $mg + p_1 \frac{S}{2} = p_1 \frac{S}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{2mg} = \cancel{p_1 \frac{S}{2}} - \cancel{p_1 \frac{S}{2}} \Rightarrow mg = \frac{S}{2} (p_2 - p_1) = \frac{S}{2} \cdot p_1 = \frac{S}{2} \cdot \rho g h_1,$$

$$\text{откуда } m = \frac{1}{2} \rho S h_1 = \frac{1}{2} \rho S (h + \frac{3\rho g S h}{k}) = \frac{1}{2} \rho S h \left(1 + \frac{3\rho g S}{k}\right)$$

Ответ: 1) $h = \frac{\rho g S h}{k}$ (пружина растянута)

$$2) m = \frac{1}{2} \rho S h \left(1 + \frac{3\rho g S}{k}\right)$$

№3

1) Для тела массой m верно условие $F_{\text{пр}} = mg$, где $F_{\text{пр}}$ — сила притяжения тела к Земле. Поскольку $F_{\text{пр}} = \frac{G M m}{r^2}$, где M — масса Земли, а r — расстояние от тела

до центра, то $mg = \frac{G M m}{r^2} \Rightarrow g = \frac{G M}{r^2}$. Поскольку $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ и $r = 2R$,

$$g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{(2R)^2} = \frac{4\pi}{3 \cdot 4} \cdot \frac{G R^3 \rho}{R^2} = \frac{1}{3} \pi G R \rho$$

$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$

2) По закону Кеплера для системы двух тел, в которой масса одного из тел значительно меньше массы другого (масса спутника значительно меньше массы Земли)

~~$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$~~ где M - масса Солнца (или планеты), a - большая полуось орбиты

Поскольку орбита круговая, то $a = r = R + h = R + 0,5R = \frac{3}{2}R$. Учитывая, что

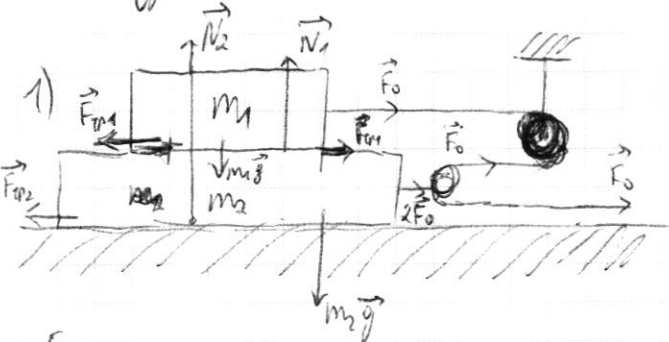
$m = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, получим, что

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(\frac{3}{2}R)^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}} = 2\pi \sqrt{\frac{3^3 \cdot 3 \cdot R^3}{8 \cdot 4 \cdot G \cdot \pi R^3 \rho}} = 2\pi \sqrt{\frac{27 \cdot 3 \cdot R^3}{32 \pi G \rho R^3}} =$$

$$= 9 \sqrt{\frac{4\pi^2}{32\pi G \rho}} = 9 \sqrt{\frac{\pi}{8G\rho}} = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$$

Ответ: 1) $g = \frac{1}{3} \pi G R \rho$

2) $T = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$



N4

Чтобы сила трения $\vec{F}_{тр}$ была равна нулю, необходимо, чтобы верхний брусок перемещался относительно нижнего, то есть

брусочки должны иметь одинаковые скорости, и, соотв., ускорения.

П.к. $F_{тр1} = \mu N_1$, то $N_1 = 0$. Запишем II закон Ньютона для m_1 и m_2 в проекции

на вертикальную ось; напр-ую вверх:

$N_1 + N_2 - m_1 g - m_2 g = m_1 a_{y1} + m_2 a_{y2} \Leftrightarrow N_2 = (m_1 + m_2)g$, т.к. $N_1 = 0$ и $a_{y1} = a_{y2} = 0$, где a_{y1} и a_{y2} -

ускоряющие проекции ускорений I и II брусков соотв. на верт. ось соотв.

Отсюда $F_{тр2} = \mu N_2 = \mu(m_1 + m_2)g$

~~Второй закон Ньютона для m_1 и m_2 в проекции на вертикальную ось~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 (прод.)

Ускорение нижнего бруска в проекции на горизонтальную ось, направ. влево, равно $\frac{2F_0 + F_{TP1} - F_{TP2}}{m_2} = \frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2}$

Аналогичная величина для верхнего бруска равна $\frac{F_0 - F_{TP}}{m_1} = \frac{F_0}{m_1}$

Эти величины, как было сказано выше, равны. Поэтому

$$\frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2} = \frac{F_0}{m_1} \Leftrightarrow \frac{2F_0}{3m} - \frac{5\mu mg}{3m} = \frac{F_0}{2m} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)F_0 = \frac{5}{3}\mu mg \Leftrightarrow \frac{1}{6}F_0 = \frac{5}{3}\mu mg$$

$$\Leftrightarrow F_0 = 10\mu mg$$

2) Чтобы верхний брусок двигался влево относительно нижнего, необходимо, чтобы ^{*}скорость ^{*}верхнего бруска была меньше ^{*}скорости ^{*}нижнего, и, следовательно, ускорение ^{*}верхнего бруска было меньше ускорения ^{*}нижнего. ^(условие 1)

Для того чтобы шестеро двигалась, необходимо сдвинуть нижний брусок (если будет сдвинут только верхний, то он будет двигаться влево относительно нижнего). ^(условие 2)

Так брусок движется с разными ускорениями, то $F_{TP1} \neq 0 \Rightarrow N_1 \neq 0$. Так нижний брусок движется, $F_{TP2} \neq 0 \Rightarrow N_2 \neq 0$. Отсюда $N_1 = m_1 g$. N_2 находится из II закона Ньютона для обоих брусков в проекции на верт. ось, направ. вверх:

$$N_1 + N_2 - m_1 g - m_2 g = m_1 a_{1y} + m_2 a_{2y} \Leftrightarrow m_1 g + N_2 - m_1 g - m_2 g = 0 \Leftrightarrow N_2 = m_2 g$$

$$F_1 = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

$$F_2 = \mu m_2 g$$

Чтобы выполнялось условие 1, необходимо выполнение неравенства

* Предполагается движение по оси горизонтальную ось, направ. влево

N4 (прод.)

$$\frac{F - F_{TP1}}{m_1} \ll \frac{2F + F_{TP1} - F_{TP2}}{m_2} \Leftrightarrow \frac{F}{m_1} - \frac{\mu m_2 g}{m_1} \ll \frac{2F}{m_2} + \frac{F_{TP1}}{m_2} - \frac{\mu m_2 g}{\mu m_2} \Leftrightarrow \frac{F}{2m_1} \ll \frac{2F}{3m} + \frac{\mu m_2 g}{m_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F}{2} \ll \frac{2}{3}F + \frac{2}{3}\mu m g \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\mu m g \ll \frac{1}{6}F, \text{ что верно, при условии } F$$

Для выполнения ~~второго условия~~ необходимо выполнение пер-во условия 2

$$F \geq F_{TP2} - F_{TP1} = \mu m_2 g - \mu m_1 g = \mu g(3m - 2m) = \mu m g$$

Получаем, что $F \geq \mu m g$

Ответ: 1) $F_0 = 10 \mu m g$

2) $F \geq \mu m g$

N5

1) Поскольку вода покоится, во всех точках на одном уровне давление одинаково. Вблизи дна давление на рдН больше, чем у поверхности (это

можно увидеть из покоя воды), а у поверхности оно равно $P_0 \Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g H$

$$\text{Отсюда } P_1 = 100 \text{ кПа} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,5 \text{ м} = 100 \text{ кПа} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,5 \text{ м} = (10^5 + 2,5 \cdot 10^4) \text{ Па} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ Па} = 125 \text{ кПа}$$

2) Если бы киль не затвердел, то вода могла бы подтечь под конструкцию.

Тогда ~~всплывала~~ в прорези по ветру ось, направленную вверх, сила действия

воды на конструкцию была бы равна $\rho g V$. Но из киле мы должны вычесть ту

составляющую, которая вышла из-за затвердевания киле, то есть $P_1 S$ (именно такая сила действовала бы на основание, то есть дно конструкции, если бы оно не было приклеено).

Отсюда сила действия воды на конструкцию в прорези на нуль ось равна $\rho g V - P_1 S = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 8 \text{ м}^3 - 125 \text{ кПа} \cdot 20 \text{ м}^2 = 1000 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} - 125 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = (800 - 125 \cdot 2) \text{ Н} = -170 \text{ Н}$.

Поскольку прорезь ~~вдоль~~ ориентирована сила направлена вниз. Ее модуль равен модулю прорези, то есть 170 Н

Ответ: 1) 125 кПа

2) 170 Н, направлена вниз

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2F_0}{3m} - \frac{5}{3}\mu g = \frac{F_0 - \mu m g}{m} \quad \frac{F_0}{2m} - \mu g = \frac{2}{3}\mu g$$

$$\frac{F_0 - \mu m g}{m}$$

$$\frac{F_0}{m_1} = \frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2}$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \mu g$$

$$F_0 > 4\mu m g$$

$$\frac{1}{6} F_0 < \frac{4}{3}\mu m g$$

$$\frac{F_0}{2} = \frac{2F_0}{3} - \frac{5}{3}\mu g m$$

$$\frac{8\mu m g - 5\mu m g}{3m} =$$

$$= \frac{3\mu m g - 5\mu m g}{2m}$$

$$\frac{5}{3}\mu m g = \frac{1}{6} F_0$$

$$F_0 > 3\mu m g$$

$$\frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2} = \frac{F_0}{m_1}$$

$$2F_0$$

$$\frac{F_0 - \mu m g}{m_1} \leq \frac{2F_0}{m_2} - \frac{(m_1 + m_2)\mu g}{m_2} - \frac{\mu m g}{m_2}$$

$$\frac{2F_0}{3m} - \frac{5}{3}\mu g = \frac{F_0}{2m}$$

$$\frac{F_0}{2} - \mu g \leq \frac{2F_0}{3} - \frac{5}{3}\mu g - \frac{2}{3}\mu g$$

$$\frac{1}{6} F_0 \geq \frac{5}{3}\mu g$$

$$F_0 > 3\mu m g$$

$$\frac{1}{6} F_0 > \frac{4}{3}\mu m g$$

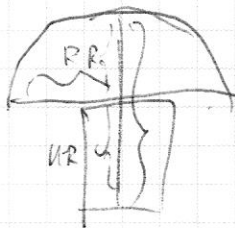
$$F_0 > 8\mu m g$$

$$\frac{F_0}{m_1} - \frac{\mu m_1 g}{m_1} \leftarrow \frac{2F_0}{m_2} + \frac{\mu m_2 g}{m_2} - \frac{\mu m_2 g}{m_2}$$

$$\frac{F_0}{2} \leq \frac{2F_0}{3} + \frac{2}{3} \mu m_2 g$$

$$F_0 = F_{\text{тр}}$$

F



$$S(H-R) + \frac{2}{3} \pi R^2 V$$

$$\frac{2}{3} \pi R^2 - SR + SH - V = 0$$



$$(\sqrt{2}R^2 - S)(P_0 + \dots)$$

$$\rho g V - (P_0 + \rho g H) S$$

$$\frac{2}{3} \pi R^2$$

$$P_1 = P_2 = 2P_1 \quad P_a = P_2 = \frac{1}{2} 2P_1$$

$$mg = P_1 S$$

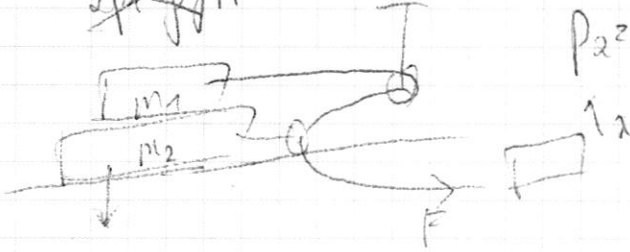
$$P_a S =$$

$$P_1 S = P_2 S$$

$$2P_1 = P_2$$

$$mg + P_a S = P_1 S \quad P_a = 2P_1$$

$$P_2 = 2P_1 \quad P_a = P_2 \quad P_a S + \dots = P_1 S + kx$$



$$(m_1 + m_2)g + \mu = F_0$$

$$P_2 = 2P_1$$

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

$$P_2 = 2\rho g h$$

$$kx = P_1 S$$

$$P_1 S = \rho g h S$$

$$2 = \frac{\rho g h S}{k}$$

$$P_a = P_1$$

$$P_2 = 2P_1$$



$$mg = P_1 S$$

$$mg + P_a S = P_1 S$$

$$\frac{\rho g S h (2\rho g S + k)}{2k\rho}$$

$$P_a S = P_1 S$$

$$m = \frac{P_a S}{2g} =$$

$$mg = \frac{P_a S}{2}$$

$$= \frac{P_1 S}{2g}$$

h

$$\frac{\rho g S (kh + 2\rho g S h)}{2k\rho}$$

$$h \rightarrow h + 2x =$$

$$= h + \frac{\rho g S h}{k}$$

$$\frac{1}{2} \rho g \left(h + \frac{2\rho g S h}{k} \right) S$$

$$0.08 - \frac{0.004}{12} =$$

$$\frac{0.08}{9.8} = 3.2$$

$$= \frac{(\rho g h k + 2\rho g S h) S}{2k\rho}$$

$$P_2 - P_1 =$$

$$= P_1 = \rho g \left(h + \frac{2\rho g S h}{k} \right)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_0 - g\tau = \frac{V_0}{3}$$

$$V_0 - g\tau = \frac{V_0}{3} \Rightarrow \tau = \frac{2}{3} \frac{V_0}{g} \quad \tau \leq \frac{V_0}{g}$$

$$\frac{(V_0/3)^2 - V_0^2}{-2g} = \frac{2}{3} \frac{V_0^2}{2g} = \frac{4}{9} \frac{V_0^2}{g}$$

$$g\tau - V_0 = \frac{V_0}{3} \Rightarrow \tau = \frac{4}{3} \frac{V_0}{g} \quad \tau \leq \frac{V_0}{g}$$

$$kx + p_1 S = p_2 S + k_2$$

$$p_2 = 2p_1$$

~~$$p_2 = p_1 + \rho g h$$~~

~~$$p_2 = p_1 + \rho g h$$~~

$$p_2 = p_1 + \rho g h$$

$$p_2 = 2p_1$$

$$p_1 \quad p_2 \quad p_2 = p_1 + \rho g h$$

~~$$kx + p_1 S = p_2 S$$~~

$$p_2 S + k_2 = p_1 S$$

$$p_1 S = p_2 S$$

$$p_2 = 2p_1 \quad p_2 S = p_1 S + k_2$$

~~$$kx = \rho g h$$~~

$$kx = \frac{\rho g h}{2k} \quad (\text{наим})$$

$$p_2 = 2p_1 + \rho g h$$

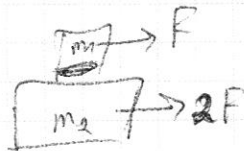
$$kx = \frac{\rho g h}{2}$$

~~$$p_2 = p_1 + \rho g h$$~~

$$(p_2 - p_1) S$$

$$2p_1 = \rho g h$$

$$2F_0 - (m_1 + m_2)mg$$



$$\frac{2F_0 - (m_1 + m_2)mg}{m_2} = \frac{\rho g h}{2k}$$

~~$$p_2 = 2p_1 + \rho g h$$~~

~~$$p_2 S + kx = p_1 S$$~~

$$mg = F_T = \frac{GMm}{r^2} = \frac{F_0}{m}$$

$$\frac{2F_0 - 5\mu mg}{3m}$$

$$kx = p_1 S$$

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(4R)^2} = \frac{GM}{4R^2}$$

$$2p_1 S + \rho g h S + kx = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{27R^3}{26\mu}} \quad T = 3\pi \sqrt{\frac{3R^3}{26\mu}}$$