Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

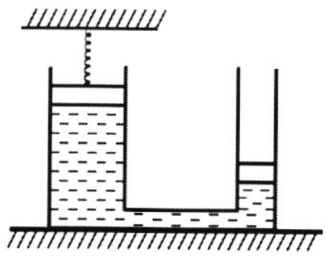
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.

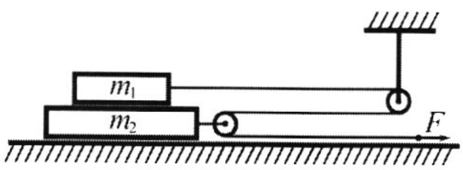
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

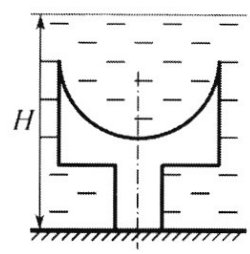
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу F, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=3 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции V = 5 дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей S = 10 см^2. Плотность воды ρ = 1 г/см^3, атмосферное давление P_0 = 100 кПа. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

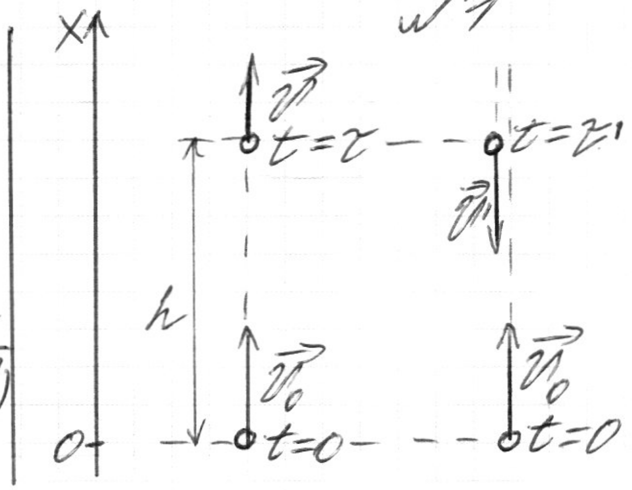
$v_0 = 10\frac{м}{с}$

$v = \frac{v_0}{2}$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

$\tau - ?(\tau' - ?)$

$h - ?$



У этой задачи есть два решения, т.к. камень когда летит вверх возм. может иметь скорость по модулю равную $\frac{v_0}{2}$ и когда он начнёт падать будет момент когда его скорость по модулю $\frac{v_0}{2}$

Воспользуемся

$\vec v_x = \vec v_{0x} + \vec a_x t$

$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$

Отметим OX: $x_0 = 0;\ v_{0x} = v_0;\ a_x = -g$

$v_x = v_0 - gt$

$x = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

в момент $t=\tau$: $x = h;\ v_x = v$

$v = v_0 - g\tau$; $\frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau$; $\Rightarrow \tau = \frac{v_0}{2g} = \frac{10\frac{м}{с}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = \frac{1}{2}с$

$h = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}$;

$h = \frac{3v_0^2}{8g} = \frac{3\cdot(10\frac{м}{с})^2}{8\cdot 10\frac{м}{с^2}} = \frac{3\cdot 5}{4}м = \frac{15}{4}м = 3,75м$

в момент $t=\tau'$

$-\frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau'$; $\tau' = \frac{3v_0}{2g} = \frac{3\cdot 10\frac{м}{с}}{2\cdot 10\frac{м}{с^2}} = 1,5с$

Такая скорость на той же высоте

Ответ: 0,5с или 1,5с; 3,75м

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

№3 F_T - сила тяжести; $M_п$ - масса планеты

Дано:
$h=R$
ρ
G
$V=\frac{4}{3}\pi R^3$
$h'=3R$

g - ?
T - ?

$$F_T = G\frac{M_п m}{\cancel{(h+R)}\, h'^2} \quad ...(1)$$ m - масса спутника

$$F_T = mg\,;\; g=\frac{F_T}{m} \quad ...(2)$$

(1) в (2)

$$g=\frac{\frac{GM_п m}{h'^2}}{m}=\frac{GM_п}{h'^2} \quad ...(3)$$

$$M_п=\rho\cdot V=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 \quad ...(4)$$

(4) в (3)

$$g=\frac{G\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{h'^2}=\frac{G\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{9R^2}=\frac{4G\rho\pi R}{27}$$

$$[g]=\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{кг}{м^3}\cdot м=\frac{Н}{кг} \quad +$$

ω - угловая скорость спутника

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\,;\; T=\frac{2\pi}{\omega} \quad ...(4)$$

$$a=\cancel{\omega^2 R}=\omega^2(h+R)=2\omega^2 R$$

$$\omega=\sqrt{\frac{a}{2R}} \quad ...(5)$$

Искусственный спутник это тело которое движется только под действием $F_T \Rightarrow a=g$

$$g=\frac{GM_п}{4R^2}=\frac{G\cdot\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{4R^2}=\frac{G\rho\pi R}{3} \quad ...(6)$$

(6) в (5)

$$\omega=\sqrt{\frac{G\rho\pi R}{3R}}=\sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}} \quad ...(7)$$

(7) в (4)

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}}}$$

$$[T]=\frac{1}{\sqrt{\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{кг}{м^3}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{Н}{кг\cdot м}}}=\frac{1}{\frac{1}{с}}=с \quad +$$

Ответ: $g=\frac{4G\rho\pi R}{27}$; $T=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

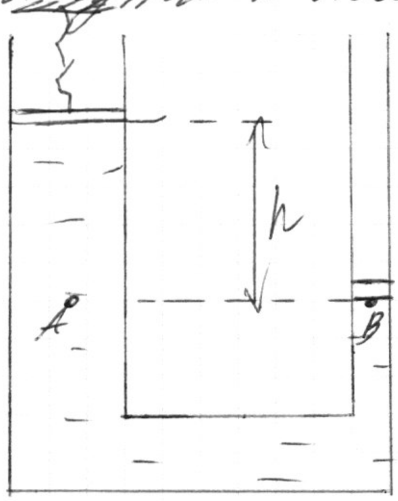
№2

Дано: ρ, K, x, S, g

h - ?

m - ?

Т.к столб жидкости в левом сосуде выше чем в правом, то пружина растянута и она тянет вверх поршень



Рассмотрим точки A и B на одной высоте; B под правым поршнем

$p_A = p_B \ldots (1)$

$p_A = p_0 + \rho g h - Kx : S$

$p_B = p_0$

p_A - давление в A

p_B - давление в B

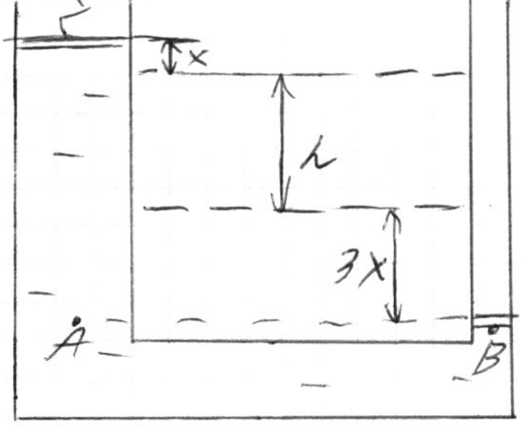
(1) примет вид

$p_0 + \rho g h - \frac{Kx}{S} = p_0$

$\rho g h = \frac{Kx}{S}$

$h = \frac{Kx}{\rho g S}$

$[h] = \frac{Н}{\frac{кг}{м^3} \cdot \frac{Н}{кг} \cdot м^2} = \frac{Н}{\frac{Н}{м}} = м$ (4)



Рассмотрим точки A и B (B под правым поршнем) они на одной высоте

$p_A = p_B \ldots (2)$

$p_A = p_0 + \rho g(x + 3x + h) = p_0 + \rho g(4x + h)$

$p_B = p_0 + \frac{mg}{\frac{S}{3}} = p_0 + \frac{3mg}{S}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 3
(Нумеровать только чистовики)

(2) примет вид

$p_0+\rho g(14x+h)=p_0+\frac{3mg}{S}$

$\rho g(14x+h)=\frac{3mg}{S}$

$\rho(14x+h)=\frac{3m}{S}$

$m=\frac{\rho S(14x+h)}{3}=\frac{\rho S(14x+\frac{kx}{\rho g S})}{3}=\frac{\rho Sx(14+\frac{k}{\rho g S})}{3}$

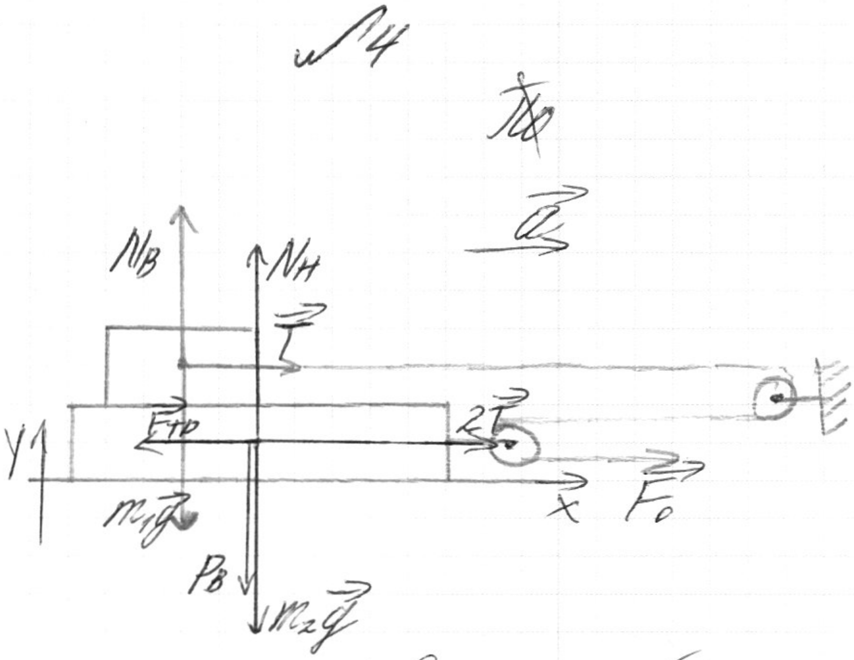
$[m]=\frac{кг}{м^3}\cdot м^2\cdot м\left(\frac{\frac{Н}{м}}{\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{Н}{кг}\cdot м^2}\right)=кг\cdot\frac{\frac{Н}{м}}{\frac{Н}{м}}=кг$ (+)

Ответ: $h=\frac{kx}{\rho g S}$; $m=\frac{\rho Sx(14+\frac{k}{\rho g S})}{3}$.

№4

Дано:
$m_1=3m$
$m_2=5m$
g
μ

$F_0-?$
$F-?$



По II з. Ньютона для верхнего бруска

a – ускорение брусков

$\vec{N}_B+\vec{T}+m_1\vec{g}=m_1\vec{a}$

OX: $T=m_1a$

OY: $N_B=m_1g$

Чтобы небыло трения между брусками нужно чтоб у них были одинаковые уско.

По II з. Ньютона для нижнего бруска

$\vec{F}_{тр}+\vec{N}_H+2\vec{T}+\vec{P}_B+m_2\vec{g}=m_2\vec{a}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$OX: -F_{TP} + 2T = m_2 a \ldots (3)$

$OY: N_H = P_B + m_2 g \ldots$

По III з. Н. ; $P_B = N_B$; $T = F_0$

$N_H = m_1 g + m_2 g = g(m_1 + m_2) \ldots (4)$

$F_{TP} = N_H \mu \ldots (1)$

$a = \frac{T}{m_1} \ldots (2)$

(4) в (1)

$F_{TP} = \mu g (m_1 + m_2) \ldots (5)$

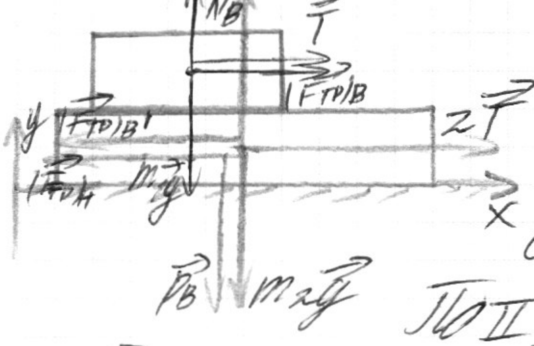
(5) (2) в (3)

$-\mu g(m_1 + m_2) + 2T = \frac{m_2 T}{m_1}$

$T = \frac{\mu g (m_1 + m_2)}{2 - \frac{m_2}{m_1}} = \frac{\mu g (3m + 5m)}{2 - \frac{5m}{3m}} = \frac{8 \mu g m}{\frac{1}{3}} = 24 \mu g m =$

$= F_0$

$[F_0] = \frac{Н}{кг} \cdot кг = Н$ ⊕



По II з. Н для верхнего:

$\vec{N_B} + \vec{T} + (\vec{F_{TP}})_B = m_1 \vec{a_1}$

$OX: T + (F_{TP})_B = m_1 a_1$

$OY: N_B = m_1 g$

a_1 - ускорение верхнего бруса

a_2 - уск. нижн. бруса

По II з. Н для нижнего

$\vec{N_H} + m_2\vec{g} + \vec{P_B} + 2\vec{T} + (\vec{F_{TP}})_B' + (\vec{F_{TP}})_H = m_2 \vec{a_2}$

$OX: 2T - (F_{тр})_B' - (F_{тр})_H = m_2 a_2$

$OY: N_H = m_2 g + P_B$

$N_H = (m_1 + m_2) g$ т.к. ~~ту~~ по III з Н $P_B = N_B$; $(F_{тр})_B = (F_{тр})_B'$

$T = F$

$$a_1 = \frac{T + (F_{тр})_B}{m_1}$$

$$a_2 = \frac{2T - (F_{тр})_B' - (F_{тр})_H}{m_2}$$

$a_1 \le a_2$

$$\frac{T + (F_{тр})_B}{m_1} \le \frac{2T - (F_{тр})_B' - (F_{тр})_H}{m_2}$$

$5T + 5(F_{тр})_B \le 6T - 3(F_{тр})_B' - 3(F_{тр})_H$

$T \ge 8(F_{тр})_B + 3(F_{тр})_H$

$T \ge 8 \cdot \mu m_1 g + 3\mu(m_1 + m_2) g$

$T \ge 24 \mu m g + 24 \mu g m$

$T \ge 48 \mu m g$

$T_{min} = 48 \mu m g$

$T_{min} = F = 48 \mu m g$

Ответ: $F_{тр} = 2\mu m g$; $F = 48 \mu m g$

№ 5

Дано:

$H = 3 м$

$V = 5 дм^3$

$S = 10 см^2$

$\rho = 1 \frac{г}{см^3}$

$P_0 = 100 кПа$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$P_1 - ?$

$F - ?$

$P_1 = P_0 + \rho g H = (100000 + 3 \cdot 10 \cdot 1000) Па = 130 кПа$

Ответ: 130 кПа

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

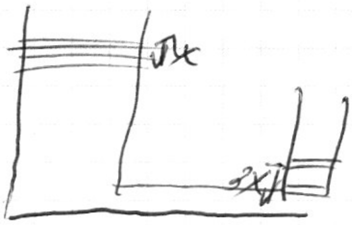
$M: \frac{кг}{м^3}\cdot\frac{Н}{кг} = \frac{Н}{м^2}$

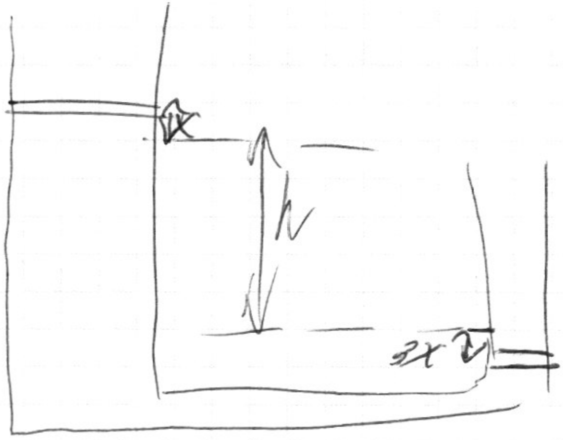
$\frac{\cancel{k}x}{S} = \rho g y$

$h = \frac{kx}{\rho g S} = \frac{Н}{\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{Н}{кг}\cdot м^2} = \frac{Н}{\frac{Н}{м}}$

$\cancel{kx}$

$\frac{mg}{\frac{S}{3}} + p_0 = p_0 + \rho g h$





$\frac{mg}{\frac{S}{3}} = \rho g(14x+h)$

$\frac{3m}{S} = \rho(14x+h)$

$m = \frac{\rho S(14x+h)}{3}$ $\quad \frac{\frac{кг}{м^3}\cdot м^2\cdot м}{3}$

$\vec{N}_B + \vec{F} + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}$

$\vec{N}_H + \vec{F}_{тр} + m_2\vec{g} + \vec{P}_B + 2\vec{F} = m_2\vec{a}$

OX: $F = m_1 a$

$-F_{тр} + 2F = m_2 a$

OY: $N_B = m_1 g$

$N_H = P_B + m_2 g = g(m_1 + m_2)$

$-\mu g(m_1+m_2) + 2F = m_2 a$

$-\mu g(m_1+m_2) + 2F = \frac{F m_2}{m_1}$

$$2F - \frac{F m_2}{m_1} = \mu g (m_1+m_2)$$

$$F_0\left(2-\frac{m_2}{m_1}\right) = \mu g (m_1+m_2)$$

$$F_0 = \frac{\mu g (m_1+m_2)}{2-\frac{m_2}{m_1}} = \frac{\mu g (5+3) m}{2-\frac{5}{3}} = \frac{8\mu g m}{\frac{1}{3}} = 24\mu g m$$

$\frac{Н}{кг}\cdot кг$

$$a_1 < a_2$$

$$\vec N_B + \vec T + (\vec F_{тр})_B + m_1\vec g = m_1\vec a_1$$

$$\vec N_H + m_2\vec g + \vec P_B + (\vec F_{тр})_B' + (\vec F_{тр})_H + 2\vec T = m_2\vec a_2$$

OX: $T + (F_{тр})_B = m_1 a_1$

$2T - (F_{тр})_B' - (F_{тр})_H = m_2 a_2$

OY: $N_B = m_1 g$

$N_H = (m_1+m_2) g$

$a_1 = \frac{T+(F_{тр})_B}{m_1}$ $\qquad \frac{T+(F_{тр})_B}{m_1} < \frac{2T-(F_{тр})_B'-(F_{тр})_H}{m_2}$

$a_2 = \frac{2T-(F_{тр})_B'-(F_{тр})_H}{m_2}$

$$\frac{T+(F_{тр})_B}{3} < \frac{2T-(F_{тр})_B'-(F_{тр})_H}{5}$$

$$\frac{T+m_1 g\mu}{3} < \frac{2T-\mu m_1 g-\mu(m_2+m_1)g}{5}$$

$$5T+5\mu m_1 g < 6T - 3\mu m_1 g - 3\mu(m_1+m_2)g$$

$$T > 5\mu m_1 g + 3\mu m_1 g + 3\mu(m_1+m_2)g$$

$$24\mu m g + 24\mu m g = 48.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

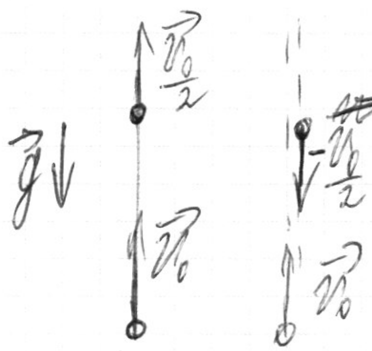
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$a = \frac{v^2}{R} =$

$v_x = v_{0x} + a_x t$

$v = w \cdot R$

$\frac{v_0}{2} = v_0 - gt$

$w = \dots$

$\frac{v_0}{2} = gt \quad t = \frac{v_0}{2g} = \frac{10 \frac{м}{с}}{2 \cdot 10 \frac{м}{с^2}} = \frac{1}{2} с$

$-\frac{v_0}{2} = v_0 - gt \; ; gt = \frac{3v_0}{2} \quad t = \frac{3v_0}{2g} = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 10} = \frac{3}{2}$

$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

$h = v_0 \cdot \frac{v_0}{2g} - \frac{g \frac{v_0^2}{4g^2}}{2}$

$w = \frac{2\pi}{T}$

$h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$

$w =$

$h = v_0 \cdot \frac{3v_0}{2g} - \frac{g \cdot \frac{9v_0^2}{4g^2}}{2} = \frac{3v_0^2}{2g} - \frac{9v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$

3.

$F_T = G \frac{M_n m}{R^2}$

$\frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$

$F_T = \frac{m}{g} \quad g = \frac{m}{F_T} = \frac{m}{G \frac{M_n m}{R^2}} = \frac{R^2}{G M_n}$

$\frac{\frac{кг}{Н}}{кг}$ $\cancel{F_T = \frac{g}{m}}$ $\cancel{\frac{Н}{кг}}$ $F_T = mg \; ; g = \frac{F_T}{m} = \frac{\frac{G M_n m}{9R^2}}{m} = \frac{G_n M_n}{9R^2}$

$gR^2 = G_n M_n$

$9gR^2 = G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

$9g = G\rho \frac{4}{3}\pi R$

$g = \frac{\frac{G\rho 4\pi R}{3}}{9} = \frac{G\rho 4\pi R}{27} = \frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot м \cdot \frac{кг}{м^3}$

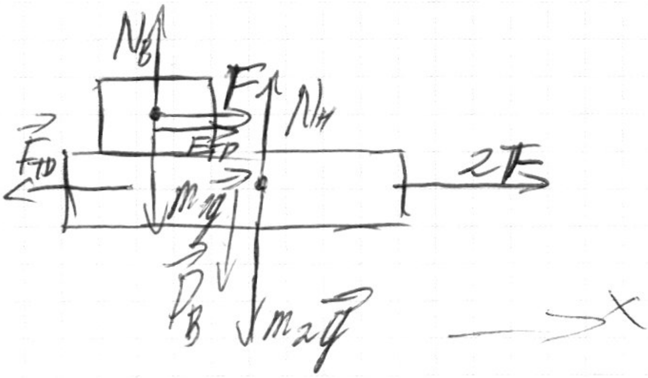
$\frac{2\pi}{T} = w \quad v = \frac{2\pi}{T} R$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

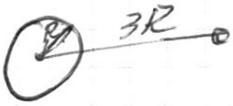
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$N_B = m_1 g$

$F_T = G\frac{M_n m}{9R^2}$



$F_T = mg \quad g = \frac{F_T}{m} = \frac{\frac{GM_n m}{9R^2}}{m} = \frac{GM_n}{9R^2}$

$w = \frac{2\pi}{T}; \; v = wR; \; a = w^2R = g \quad w = \sqrt{\frac{a}{R}}$

$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a}{R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\frac{GM_n}{4R^2}}{R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{GM_n}{4R}}} =$

$= \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G\cdot\rho\frac{4}{3}\pi R^{\cancel{3}2}}{4R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G\rho\pi R^2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{H\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{кг}{м^3}\cdot м^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{H}{кг\cdot м}}} = \frac{м}{c^2 м}$

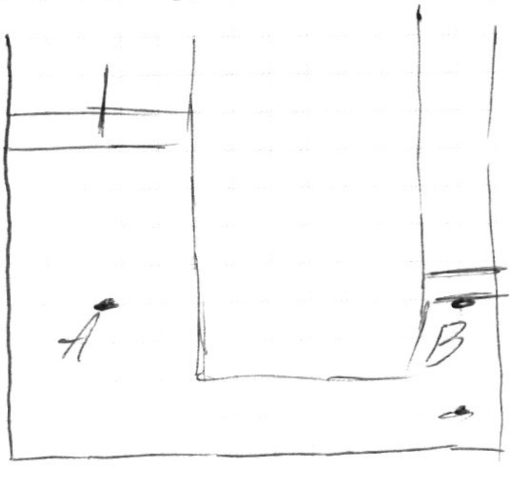
$\frac{H\cdot м^2}{кг^2}\cdot\frac{кг}{м^3}\cdot м \quad H$

$\frac{кг}{м^3} \; \frac{H}{кг} \; м \; \frac{H}{м^2}$

$\frac{2\pi\cdot\sqrt{\frac{7G\rho\pi}{3}}}{\frac{G\rho\pi}{3}} = 6$

$мx\cdot S = h\rho g$

$h = \frac{мx S}{\rho g} = \frac{м\cdot м^2}{\frac{кг}{м^2}\cdot\frac{H}{кг}} = м^3$



$p_A = p_B$

$p_A = h\rho g + p_0 - мx$

$p_0 = h\rho g - мx + p_0$

$мx = h\rho g$

$h = \frac{мx}{\rho g} = \frac{м}{\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{H}{кг}} =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)