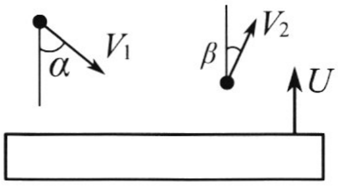
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02** Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



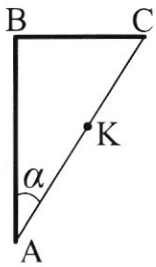
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

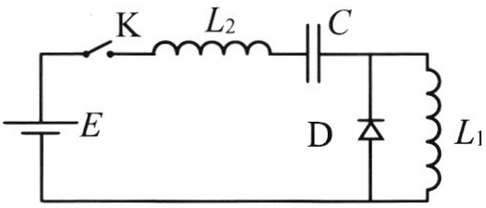
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

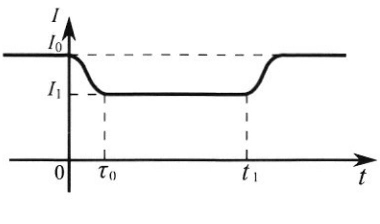
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано:

$v_1 = 6$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

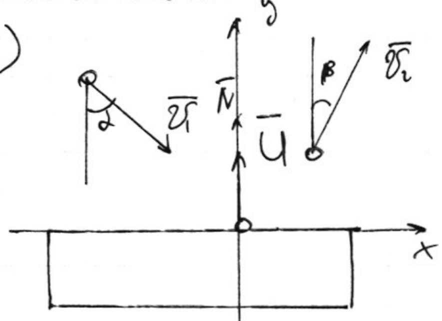
$\sin\beta = \frac{1}{3}$

v_2 - ?

u - ?

Решение:

1)

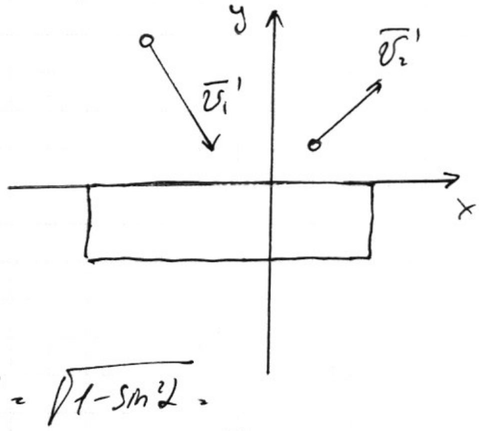


Заметим, что все силы, действующие на шарик, направлены вдоль оси Oy (тяжести, реакции опоры со стороны плиты), т.к. отсутств. $F_{тр}$ по условию. ⇒ выполняется закон сохранения проекции импульса на ось Ox

$$\begin{cases} P_x = const \\ P_{x1} = mv_1 \sin\alpha \\ P_{x2} = mv_2 \sin\beta \end{cases} \Rightarrow mv_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta\, m$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 1} = 12 \text{ м/с}$$

2) Перейдем в инерциальную систему отсчета относительно массивной плиты:



По з. сл-я скоростей

$\bar{v}_1 = \bar{v}_1' + \bar{u}$

$\bar{v}_2 = \bar{v}_2' + \bar{u}$

$oy: -v_{1y} = -v_{1y}' + u_y$

$v_{1y}' = v_{1y} + u_y = v_{1y} + u =$

$= v_1 \cos\alpha + u$

$+v_{2y} = v_{2y}' + u \Rightarrow v_{2y}' = v_{2y} - u =$

$= v_2 \cos\beta - u$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} =$

$= \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Сразу заметим, что если $u > v_{2y}$, то шарик не отскочит от плиты, а продолжит дв-е с ней при абсолютно неупругом столкновении

$\Rightarrow u \leq v_{2y} = u \leq v_2 \cos\beta \Rightarrow u \leq 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $u \leq 8\sqrt{2}$ м/с

Заметим, что происходящее столкновение — неупругое
$\Rightarrow$ часть энергии перешла в тепловую

Даже при упругом столкновении выполняется ЗСЭ

$\Rightarrow$ при упругом:

$\frac{mv_1'^2}{2} = \frac{mv_2'^2}{2}$, т.к работой $F_T \cdot mg$, а $\Rightarrow$ и изменением потенциальной энергии сказано пренебречь.

$v_1'^2 = v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2$; $v_2'^2 = v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2$

$\Rightarrow$ получим $\frac{m(v_{1y}')^2}{2} = \frac{m(v_{2y}')^2}{2}$, т.к $v_{1x}' = v_{2x}'$ из ЗСИ.

$\Rightarrow v_{1y}' = v_{2y}'$ или $v_1\cos\alpha + U = v_2\cos\beta - U$

$2U = v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha$

$U = \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2} = \frac{12\cdot\frac{2\sqrt2}{3} - 6\cdot\frac{\sqrt5}{3}}{2} = \frac{8\sqrt2 - 2\sqrt5}{2} = 4\sqrt2 - \sqrt5$

Это значение дает искомый случай только при упругом столкновении $\Rightarrow$ $U > 4\sqrt2 - \sqrt5$

(т.к в реальности: $\frac{m(v_{1y}')^2}{2} = \frac{m(v_{2y}')^2}{2} + Q \Rightarrow v_{1y}'^2 > v_{2y}'^2$

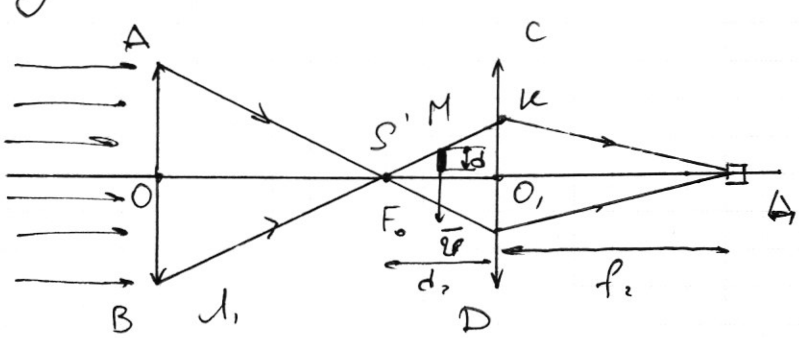
$v_{1y}' > v_{2y}' \Rightarrow v_1\cos\alpha + U > v_2\cos\beta - U$

$U > \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2}$; $U > 4\sqrt2 - \sqrt5$

Ответ: 1) 12 м/с

2) $(4\sqrt2 - \sqrt5)\frac{м}{с} < U \le (8\sqrt2)\frac{м}{с}$

Задача 5.



Дано:

F_0 ; D ; τ. $F_1 = F_0$

$I_1 = \frac{8I_0}{9}$ $F_2 = \frac{F_0}{3}$

$l = \frac{5F_0}{4}$

$L = 1{,}5F_0$

Найти: 1) f_2 ; 2) v 3) t_1

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Найдем положение источника S', создаваемого после прохождения лучей через $Л_1$

Параллельные лучи соберутся в фокусе F_0

$\Rightarrow$ По ф. тонкой линзы для $Л_2$: $\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}$

$\frac{1}{L-F_0} + \frac{1}{f_2} = \frac{3}{F_0}$ / $L = 1,5F_0 \Rightarrow L - F_0 = \frac{F_0}{2}$

$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f_2} = \frac{3}{F_0}$

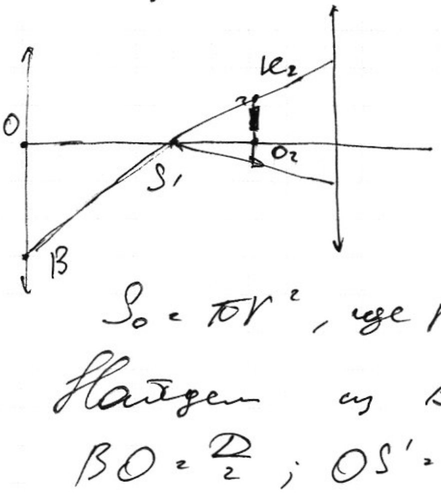
$f_2 = F_0$ $\left(\frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_0}\right)$

2) Интенсивность постоянна во всем сечении идущего пучка, даже после увеличения (т.к. энергия света не исчезает)

$P = IS$, где I — интенсивность пучка в данном сечении, P — мощность света.

$P = const$, пока не начинает д-е мишени M.

Рассмотрим момент, когда она полностью вошла в пучок световых лучей:



$P_0 = IS_0$

$P_1 = IS_1$, где P_0 — мощность до вхождения, P_1 — после

аналогично S_0 и S_1 — площади.

$S_0 = \pi r^2$, где r — радиус пучка

Найдем из $\triangle BOS' \sim \triangle K_2O_2S'$: $\frac{BO}{r} = \frac{OS'}{S'O_2}$

$BO = \frac{D}{2}$; $OS' = F_0$; $S'O_2 = \frac{5F_0}{4} - F_0 = \frac{F_0}{4} \Rightarrow$

$r = \frac{F_0}{4} \cdot \frac{D}{2F_0} = \frac{D}{8}$; $S_0 = \left(\frac{D}{8}\right)^2$

$S_1 = S_0 - \frac{\pi d^2}{4}$, где d – диаметр М.

$S_0 = \frac{\pi \left(\frac{D}{4}\right)^2}{4}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_0 = I \cdot \frac{\pi}{4}\left(\frac{D}{4}\right)^2 \\ P_1 = I \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\left(\frac{D}{4}\right)^2 - d^2\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{P_0}{P_1} = \frac{\left(\frac{D}{4}\right)^2}{\left(\frac{D}{4}\right)^2 - d^2}$$

Т.к. $I \sim P$, то $\frac{I_0}{I_1} = \frac{P_0}{P_1} = \frac{16D^2}{16(D^2-16d^2)} = \frac{D^2}{D^2-16d^2}$

$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0 \cdot 9}{8I_0} = \frac{9}{8} \Rightarrow$

$9D^2 - 9\cdot 16 d^2 = 8D^2$

$D^2 = d^2 \cdot 9 \cdot 16$

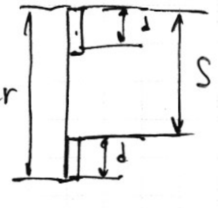
$d = \frac{D}{12}$

Из графика $I(t)$ видно, что τ_0 – время вхождения мишени М в пучок $\Rightarrow$

$v = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$

3) Из графика $I(t)$ видно, что $(t_1 - \tau_0)$ – время прохождения мишенью пучка от полного вхождения до минимального выхода

$\Rightarrow$ Пройденный путь – $2r - d = \frac{D}{4} - \frac{D}{12} = \frac{2D}{12} = \frac{D}{6}$



$\Rightarrow \frac{D}{6} = v(t_1 - \tau_0) = vt_1 - v\tau_0 =$

$= vt_1 - \frac{D}{12}$

$vt_1 = \frac{2D}{12} + \frac{D}{12} = \frac{D}{4}$

$t_1 = \frac{D}{4v} = \frac{12\tau_0 \cdot D}{4 \cdot D} = 3\tau_0$

Ответ: 1) F_0; 2) $\frac{D}{12\tau_0}$ 3) $3\tau_0$

Задача 2.

Дано:

$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330$ К

$T_2 = 440$ К

$R = 8{,}31$ моль/к

Найти:

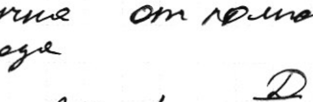
1) $\frac{V_{He}}{V_{Ne}}$ – ?

2) T – ?

3) Q_{Ne} – ?

Решение:

1)



Т.к. изначально поршень не двигался, то

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$P_{He} = P_{Ne}$

По з. Менделеева-Клапейрона:

$$\div\begin{cases} P_{He}V_{He} = \nu RT_1 \\ P_{Ne}V_{Ne} = \nu RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

2) Заметим, что в любой момент $P_{He} = P_{Ne} \Rightarrow$

$A_{He} = -A_{Ne}$

Рассмотрим конечную ситуацию:

$$\div\begin{cases} P_{He\,k}V_{He\,k} = \nu RT \\ P_{Ne\,k}V_{Ne\,k} = \nu RT \end{cases} \Rightarrow V_{He\,k} = V_{Ne\,k} = V$$

$$\Rightarrow V_0 = V_{He} + V_{Ne} = V_{He} + V_{Ne} = V_{Ne} + 0{,}75V_{Ne} = 1{,}75V_{Ne}$$

$$V_0 = 2V \Rightarrow V = \frac{1{,}75}{2}V_{Ne} = \frac{7}{8}V_{Ne} = \frac{7}{6}V_{He}$$

$$dA = PdV = \nu R dT$$

$$\Rightarrow A = \nu R\Delta T$$

$$\begin{cases} A_{He} = \nu R\Delta T_{He} \\ A_{Ne} = \nu R\Delta T_{Ne} \end{cases} \quad A_{He} = -A_{Ne} \Rightarrow \nu R\Delta T_{He} = -\nu R\Delta T_{Ne}$$

$$\Delta T_{He} = T - T_{He}$$
$$\Delta T_{Ne} = T - T_{Ne}$$
$$\Rightarrow T - T_{He} = T_{Ne} - T$$
$$T = \frac{T_{He} + T_{Ne}}{2} = \frac{330+440}{2} = \frac{770}{2} = 385\,K.$$

3) Запишем первый закон термодинамики для гелия:

$$Q = \Delta U_{He} + A_{He} \Rightarrow$$

$\Delta U_{Ne} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$

$A_{Ne} = \nu R \Delta T$

$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R (T - T_{Ne})$

где Q – это теплота, полученная гелием от неона

$\Rightarrow Q_{Ne} = Q = \frac{5}{2} \nu R (T - T_{Ne}) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 \cdot (385 - 330) =$

$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 8{,}31 \cdot 55}{2 \cdot 25} = 3 \cdot 11 \cdot 8{,}31 = 33 \cdot 8{,}31 = 174{,}23$ Дж

Ответ: 1) 0,75 ; 2) 385 К ; 3) 174,23 Дж.

Задача 3.

Дано:

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\sigma_1 = \sigma_2$

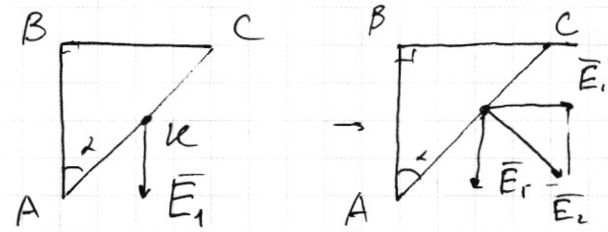
2) $\alpha = \frac{\pi}{8}$

1) $\frac{E_2}{E_1}$ – ?

2) E_K – ?

Решение

1)



Заметим, что треугольник ABC – равнобедренный ($\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow AB = BC$, т.к. $\angle ABC = 90°$)

$\Rightarrow$ Проведя BK получим два $\triangle ABK = \triangle CBK$

$\Rightarrow$ Из ~~полной~~ заряда AB до поверхн. плотности заряда BC, мы вызовем появление E_1', направленной горизонтально вправо и равной по модулю E_1

$E_2 = \bar{E_1'} + \bar{E_1}$ из геометрических соображений

получим, что E_2 – диагональ квадрата со стороной $E_1 \Rightarrow E_2 = \sqrt{2} E_1$

$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

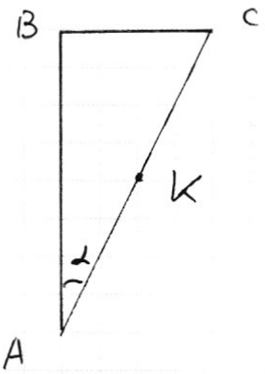
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

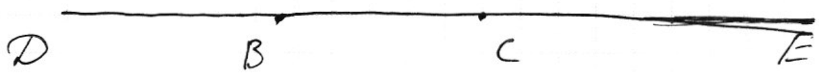
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



Рассмотрим бесконечную плоскость BC

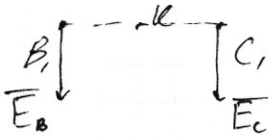


Напряженность в т. K $\bar{E} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ $= \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

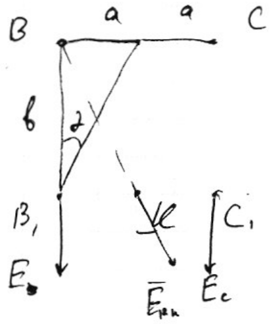
Рассмотрим также бесконечную плоскость DB и CE:

$E_B = E_C = \frac{\sigma_1}{4\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Заменим их на заряды в т. B и C, создающие аналогичное поле



2) рассмотрим, какое поле они создают в т. K



$E_B = \frac{kq}{b^2}$

$E_{BK} = \frac{kq}{b^2+a^2}$

$\Rightarrow E_{BK} = \frac{b^2}{b^2+a^2} E_B$

$E_{CK} = \frac{b^2}{b^2+a^2} E_C$

$E_K = (E_{BK} + E_{CK}) \cos\frac{\pi}{8} =$

$= \frac{b^2}{b^2+a^2} \cdot \cos\frac{\pi}{8} (E_C + E_B) = \frac{b^2}{b^2+a^2} \cdot \cos\frac{\pi}{8} \cdot \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

$b = a \cdot tg\frac{\pi}{2} \Rightarrow E_K = \frac{a^2 \cdot tg^2\frac{\pi}{8}}{a^2 + a^2 tg^2\frac{\pi}{8}} \cos\frac{\pi}{8} \cdot \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

$$E_к = \frac{tg^2\frac{\pi}{8}}{1+tg^2\frac{\pi}{8}} \cdot \cos\frac{\pi}{8} \cdot \frac{2\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sin^2\frac{\pi}{8} \cdot \cos^3\frac{\pi}{8}}{\cos^2\frac{\pi}{8}(\cos^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8})\varepsilon_0} 2\sigma = \frac{\sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}}{1} \cdot \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} =$$

$$= \sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} = (1-\cos\frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{8}\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = (1-\frac{\sqrt2}{2})\cos\frac{\pi}{8}\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$$

Тогда $E_{BC} = E - E_к = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}\left(1 - \cos\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt2}{2}\cos\frac{\pi}{8}\right)$

Аналогично для AB: ~~$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}((1-\sin\frac{\pi}{8}$~~

$$E_к = \frac{a^2}{a^2+tg^2\frac{\pi}{8}a^2} \cdot \sin\frac{\pi}{8}\left(\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\right) = \frac{\cos^2\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}}{1} \cdot \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}\left(1-\cos^2\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}\right)$$

$$E_{ко}^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 = \frac{\sigma_1^2}{4\varepsilon_0^2}\left(1-\sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 + \frac{\sigma_2^2}{4\varepsilon_0^2}\left(1-\cos^2\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}\right) =$$

$$= \frac{16\sigma}{4\varepsilon_0^2}\left(1-2\sin^2\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}+\sin^4\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8}\right) + \frac{\sigma}{4\varepsilon_0^2}\left(1-2\cos^2\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}+\cos^4\frac{\pi}{8}\sin^2\frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \frac{4\sigma}{\varepsilon_0^2}\left(1-\sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{8}+(1-\cos\frac{\pi}{4})(1-\cos\frac{\pi}{4})(1+\cos\frac{\pi}{4})\right) +$$

$$+ \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\left(1-\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{8}+(1+\cos\frac{\pi}{4})(1-\cos\frac{\pi}{4})(1+\cos\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{4\sigma}{\varepsilon_0^2}\left(1-\frac{\sqrt2\sin\frac{\pi}{8}}{2}+\frac12-\frac{\sqrt2}{4}\right) + \frac{\sigma}{4\varepsilon_0^2}\left(1-\frac{\sqrt2\cos\frac{\pi}{8}}{2}+\frac12+\frac{\sqrt2}{4}\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0^2}\left((16-8\sqrt2\sin\frac{\pi}{8}+8-4\sqrt2)+1-\frac{\sqrt2\cos\frac{\pi}{8}}{2}+\frac12+\frac{\sqrt2}{4}\right)$$

Ответ: 1) $\sqrt2$ 2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

Дано:

$L_1 = 3L$

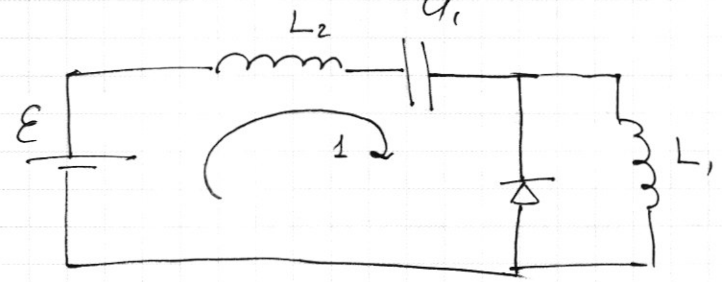
$L_2 = 2L$

1) T – ?

2) I_{01}

3) I_{02}

Решение



Заметим, что колебания происходят вокруг положения равновесия ($\mathcal{E} = U_c$) $\Rightarrow$ Если считать

конденсатор и ист. тока одним конденсатором с $U = U_c - \mathcal{E}$ и $C = C$, то

$T_1 = 2\pi\sqrt{LC}$, где T_1 – период колебаний при прохождении тока в направлении 1 (ток идет через L_1, а не через диод, т.к. $R_д \Rightarrow \infty$)

L – суммарная индуктивность

$\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} = \frac{1}{L}$ т.к. соединение последовательное $\Rightarrow$

$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{C L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$

Когда ток идет в обратном 1 направлении получим:

$T_2 = 2\pi\sqrt{CL_2}$, т.к $R_g \to 0$ и он не вызывает смещений в колебаниях, ток через L_1 не идет.

Суммарный период: $T = \frac{T_1+T_2}{2} = \pi\sqrt{CL_2} + \pi\sqrt{\frac{CL_1L_2}{L_1+L_2}} =$

$= \pi\left(\sqrt{CL_2} + \sqrt{\frac{CL_1L_2}{L_1+L_2}}\right) = \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{\frac{6L^2C}{5L}} = \pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{2}+\sqrt{\frac{6}{5}}\right)$

2) Т.к колебания затухающие, то максимальная сила тока будет при первом колебании.

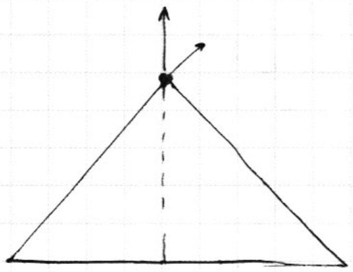
I_{01} будет максимальным при $U_C = \mathcal{E}$, т.к затем начнет уменьшаться ($U_C > \mathcal{E} \Rightarrow$ потенциал правой пластины конденсатора станет меньше потенциала нижней обкладки $\mathcal{E}$)

Ответ: 1) $\pi\sqrt{LC}\left(\sqrt{2}+\sqrt{\frac{6}{5}}\right)$

МФТИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



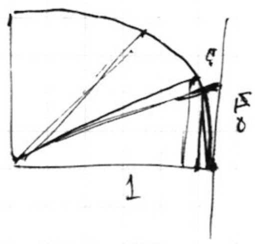
$E = \frac{\sigma L}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$ $\quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

$\cancel{dE = 2\pi(L - dl)} = 2\pi L - 2\pi dl$

$dS = \pi(L^2 - dl^2) = \pi L^2 - \pi dl^2$

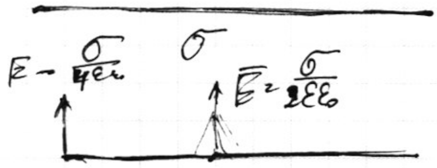
$\cancel{E = \int \frac{\pi dl^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}} =$

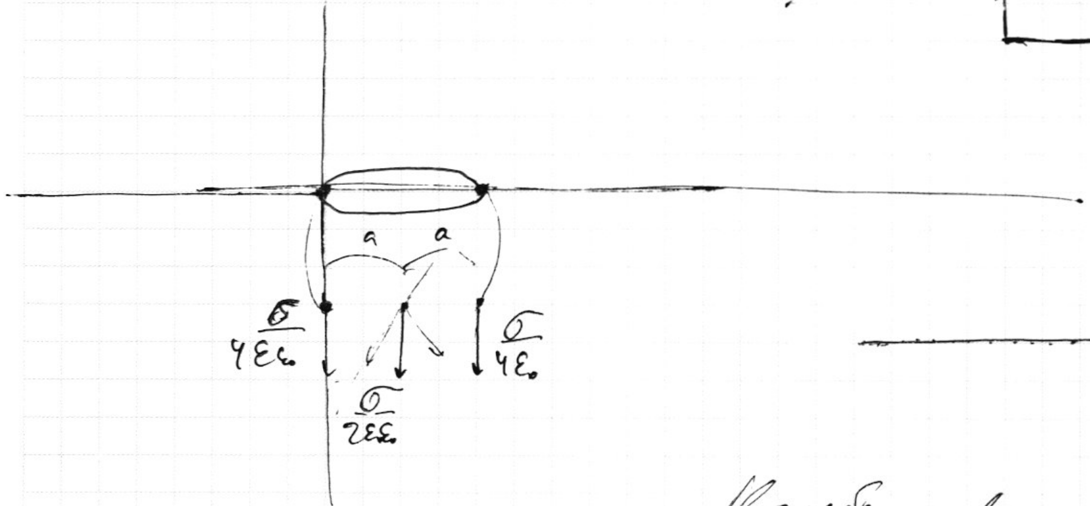
$tg\frac{\pi}{8} =$



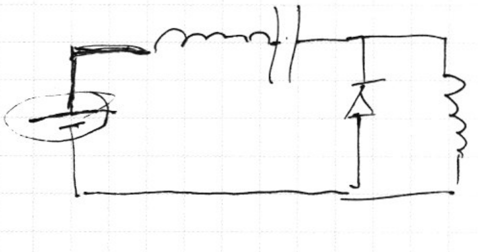
$tg = \frac{\pi/8}{1}$

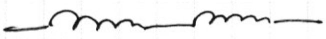
$\cancel{E\ \sigma \cdot \pi dl^2}$





Колебания вокруг $U_c = \mathcal{E}_0$





$\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\mathcal{E}I$ $\mathcal{E}q'$

$$\frac{L_2 I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = 0 + \mathcal{E}q't$$

I_1 макс, когда $\mathcal{E} = C$

$\Rightarrow \frac{q^2}{\cancel{2C}}$ ~~$= \mathcal{E}q$~~ $\Rightarrow q = \frac{\mathcal{E}}{C}$

$q_0 = 0$ $q = \frac{\mathcal{E}}{C}$

$U = -L_1 \frac{dI}{dt}$

$U = \mathcal{E} - U_c$

$U_1 = -L_1 q''$

$q = \frac{\mathcal{E}}{C}$

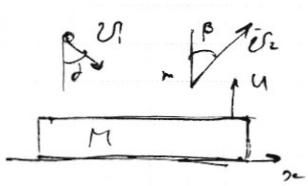
$U_2 = -L_2 q''$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



а) ЗСИ по оx

$v_1 \sin\alpha\, m = m v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{1} = 2v_1 = 12$ м/с

oy: $(v_{y}+u) = v_1\cos\alpha + u$

$v_1\cos\alpha = 6\cdot\cos\alpha \quad 6\sqrt{1-\frac{4}{9}} = 6\frac{\sqrt5}{3}$

$v_2\cos\alpha = 12\cos\beta = 12\sqrt{1-\frac{1}{9}} = 12\frac{\sqrt8}{3} =$

$= 24\frac{\sqrt2}{3} \quad ; \quad 6\frac{\sqrt5}{3}$

$8\sqrt2 \qquad 2\sqrt5$

при абс. упр. $\qquad N = uF$

$\cancel{\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}}$

$A = \Delta E_k = \frac{m}{2}(64\cdot2 - 4\cdot5) = \frac{m}{2}\cdot108$

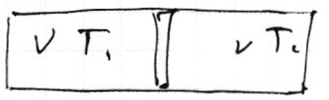
$= m\cdot 56$

$\downarrow 2\sqrt5+u \qquad \uparrow 8\sqrt2-u$

$2\sqrt5+u \geq 8\sqrt2-u$

$u \geq 4\sqrt2-\sqrt5$

2.



$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\cos\alpha\cdot\cos 2\alpha}$

$\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

1) $P_1 = P_2$

$\Rightarrow P_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$

$P_2 = \frac{\nu R T_2}{V_2}$

$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{400}{330} = \frac{44}{33} = \frac{4}{3} \approx 1{,}33 \quad \left(\frac{V_1}{V_2} = 0{,}75\right.$

б) $P_k V_{1k} = \nu R T$

$P_k V_{2k} = \nu R T \quad \Rightarrow V_{1k} = V_{2k} = V$

$P = nkT$

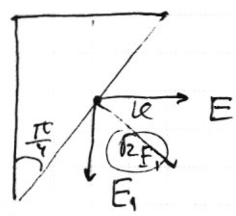
$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$

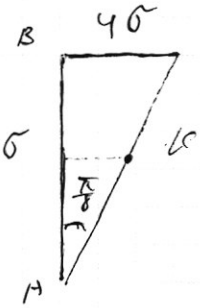
$U_1 = \frac{3}{2}\nu R T_1 \qquad 2U = 3\nu R T$

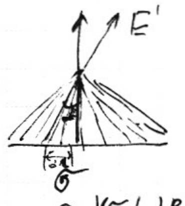
$U_2 = \frac{3}{2}\nu R T_2 \qquad \frac{3}{2}\nu R(T_1+T_2) = 3\nu R T$

$T_1 + T_2 = 2T$

3. 1)







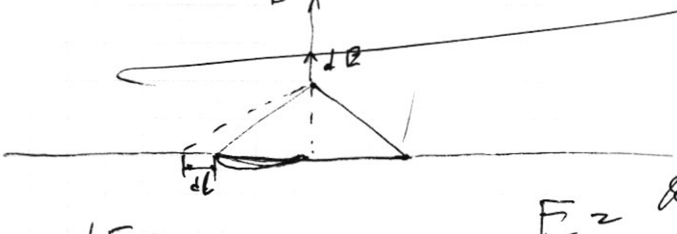
$E(\alpha) = q\cdot\frac{k\sigma\operatorname{tg}\alpha R}{R^2}$

$E(\alpha) = \frac{k\sigma\operatorname{tg}\alpha R}{R^2+\operatorname{tg}^2\alpha R^2} =$

$= \frac{k\sigma\operatorname{tg}\alpha}{R(1+\operatorname{tg}^2\alpha)} =$

$= \frac{k\sigma\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{R} =$

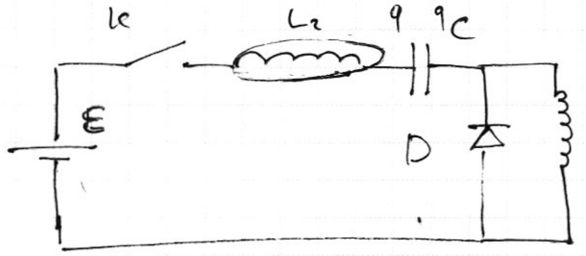
$= \frac{k\sigma\sin2\alpha}{2R}\cos\alpha$



$dE =$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

4.



$q(t)$ –?

$\cancel{\mathcal{E} = I X_{L_2} + U_C + I X_{L_1}}$

$U_2 = \frac{L_2 \cdot dI}{dt} = -q'' L_2$

$U_1 = -q'' L$

$U_C = \frac{q}{C}$

$U_2 + U_1 + U_C = \mathcal{E}$.

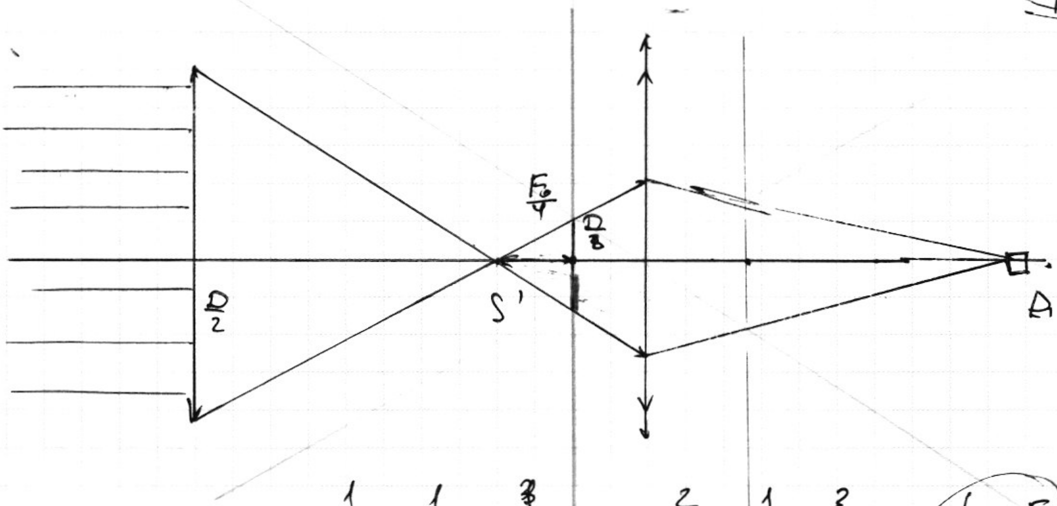
$-q''(L_1 + L_2) + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

пока $F \neq 0$, после

$\mathcal{E} = U_2 + U_C = -q'' L_2 + \frac{q}{C}$

$I_1 \; I$

5. $I = \frac{W}{S \Delta t}$ $P = IS$



$d_2 = 0{,}5F_0$ $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{2}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{F_0} \Rightarrow f_2 = F_0$

$\pi\left(\frac{D}{8}\right)^2 - S$ $\pi\left(\frac{D}{8}\right)^2 =$

$\pi\left(\frac{D}{8}\right)^2 - \pi\frac{d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D}{4} - d\right)\left(\frac{D}{4} + d\right)$

$P = IS$

$P_1 = IS'$

$\frac{P}{P_1} = \frac{I_0}{I_1} = \frac{\pi\left(\frac{D}{8}\right)^2 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D}{4}\right)^2}{\frac{\pi}{4}\left(\frac{D}{4} - d\right)\left(\frac{D}{4} + d\right)}$

$\frac{9}{8} = \frac{\frac{D^2}{64}}{\frac{D^2}{64} - d^2}$

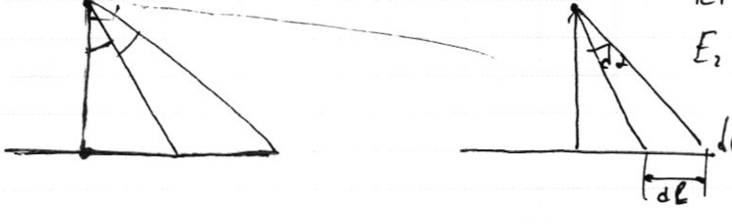
$\times 8{,}31$
33
2493
2493
$1\,2423$

δF

$E_1 = \frac{\sigma L}{R^2}$

$E_2 = \frac{\sigma(L + dl)}{R^2}$

$E =$



$dE_1 = \frac{\sigma L + \sigma dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$