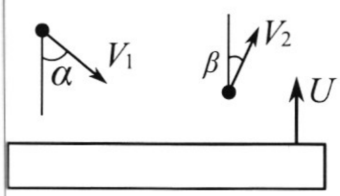
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

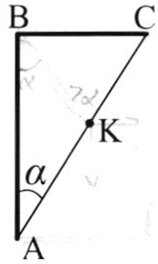
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

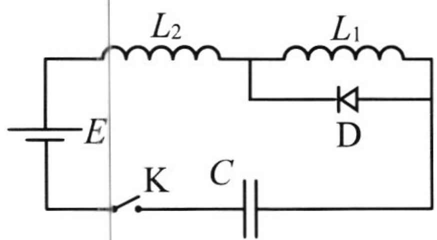
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.



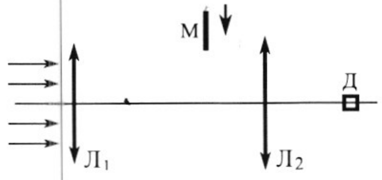
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

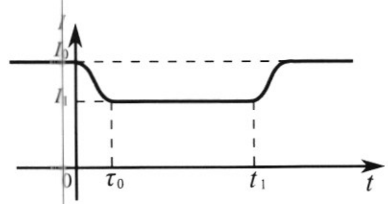
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

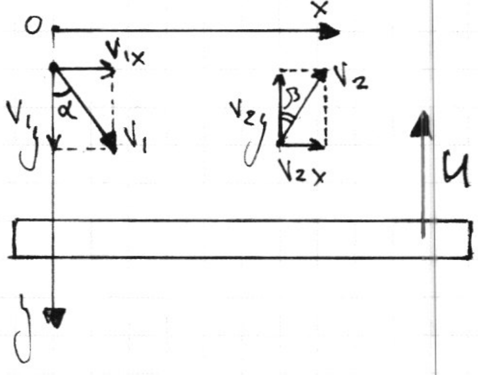
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.



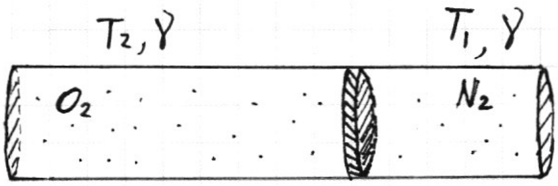
1) Введём координатные оси Ox и Oy ($Oy \perp$ плите, Ox — параллельно). Так как в момент соударения на шарик не действует сил, коллинеарных Ox, то составляющая $V_{1x} = const. = V_{2x}$.
Из геометрии $V_{1x} = V_1 \cdot \sin\alpha$, $V_{2x} = V_2 \cdot \sin\beta$, $\Rightarrow V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta$,
$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cancel{8}^4 \frac{3\cdot 2}{\cancel{24}\cdot 1} \frac{м}{с} = 12$ м/с.

2) $V_{2y} = V_2 \cdot \cos\beta$ ($V_{2y} < 0$), $V_{1y} = V_1 \cdot \cos\alpha$ ($V_{1y} > 0$).
Перейдём в СО плиты. ~~Тогда $V_{2y}' = V_2 \cdot \cos\beta - U$ (V_2~~
Тогда $|V_{2y}'| = V_2 \cdot \cos\beta - U$, $|V_{1y}'| = V_1 \cdot \cos\alpha + U$. При абсолютно упругом ударе относит. скорость сохранится и $|V_{1y}'| = |V_{2y}'|$, а при абсолютно неупругом шарик „прилипнет" к плите и $|V_{2y}'| = 0$. Мы хотим рассмотреть случаи между 2-мя граничными. Так удар неупругий, то $|V_{2y}'| < |V_{1y}'|$, и т.к. шарик отлетел от плиты, то $|V_{2y}'| > 0$, тогда:

$$\begin{cases} V_2 \cdot \cos\beta - U < V_1 \cdot \cos\alpha + U, \\ V_2 \cdot \cos\beta - U > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U > \frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2}, \\ U < V_2 \cdot \cos\beta; \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} U > (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \frac{м}{с} \\ U < 6\sqrt{3} \frac{м}{с} \end{matrix}$$

<u>Ответ</u>: 1) $V_2 = 12$ м/с; 2) $(3\sqrt{3} - \sqrt{7})$ м/с $< U < 6\sqrt{3}$ м/с

№2.



1) Так как до процесса выравнивания т-ур поршень не двигался, то начальные давления были равны: $p_0^{O_2} = p_0^{N_2} = p_0$, тогда из уравнения Менделеева-Клапейрона:
$$\begin{cases} p_0 \cdot V^0_{O_2} = \nu R T_2 \\ p_0 \cdot V^0_{N_2} = \nu R T_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V^0_{O_2}}{V^0_{N_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{3},$$ где

$V^0_{O_2}$ – нач. объём кислорода, $V^0_{N_2}$ – нач. объём азота.

2) Так как сосуд теплоизолирован, то δQ для всего сосуда $\delta Q = 0$, притом $\delta A = 0$, потому что работа внутренних сил $= 0$. ($\delta A = pdV - pdV = 0$), поэтому из 1-ого закона тер-ики: $\delta Q = \delta A + \Delta U$, $\Delta U = 0$, $U = const$. В конце процесса температуры равны T': $\nu C_V T_1 + \nu C_V T_2 = \nu C_V T' + \nu C_V T'$, т.е. $\nu C_V (T_1 + T_2) = 2\nu C_V T'$, $T' = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \underline{400\,K}$.

3) ~~Для азота в этом процессе: $Q_{N_2} = A_{N_2} + \Delta U_{N_2}$, для кислорода $Q_{O_2} = A_{O_2} + \Delta U_{O_2}$, при Для кислорода в этом процессе: $dQ = dA + dU = pdV + \nu C_V dT = \frac{\nu RT}{V}dV + \nu C_V dT$.~~
~~$dQ - dA = dU$, $Q - A = \nu C_V (T' - T_2)$. Знаки для Q и A у азота противоположны. $-Q + A = \nu C_V (T' - T_1)$ (T - любое з.~~

(т.к. $dU = 0$ для системы, то $dU_{O_2} = -dU_{N_2}$, $\Rightarrow dT_{O_2} = -dT_{N_2}$), тогда
$$\begin{aligned} \nu R\, dT_{O_2} &= p\,dV_{O_2} + V_{O_2}\,dp \\ + \quad \nu R\, dT_{N_2} &= p\,dV_{N_2} + V_{N_2}\,dp \end{aligned} \Rightarrow \nu R(\underbrace{dT_{O_2} + dT_{N_2}}_{0}) = p(\underbrace{dV_{O_2} + dV_{N_2}}_{0}) + dp(V_{O_2} + V_{N_2}),$$

$\Rightarrow dp = 0$! Для $p = const$. $C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$. Тогда кислород отдал $Q = \frac{7}{2}R \cdot \nu \cdot (-(T' - T_2))$. ~~$= \frac{3}{2} \cdot 8{,}3 \cdot 400\,Дж = 600 \cdot 8{,}3\,Дж$~~

Ответ: 1) $\frac{V^0_{N_2}}{V^0_{O_2}} = \frac{3}{5}$; 2) $T' = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 400\,K$; 3) $Q = (C_V + R) \cdot \nu \cdot \frac{1}{2}(T_2 - T_1) = 1246{,}5\,Дж$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

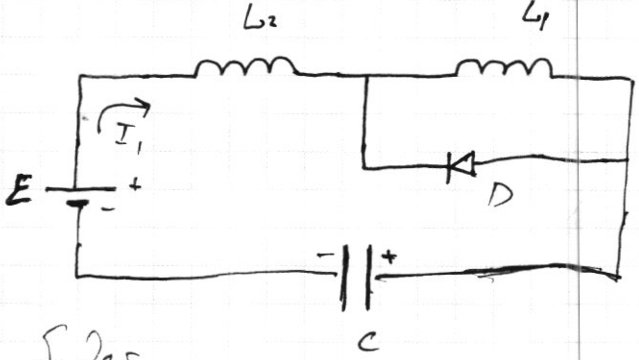
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



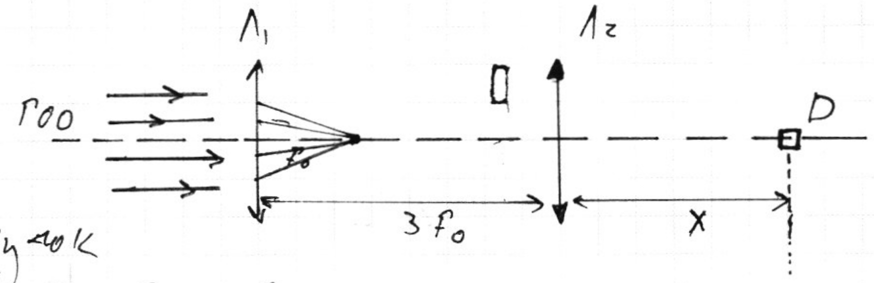
1) После замыкания ключа в контуре пойдёт ток по часовой стрелке. Ток I_1 будет идти через обе катушки, это будет происходить до тех пор, пока не пройдёт $\frac{1}{2}T_1$ полпериода колебаний в контуре с 2-мя катушк, т.е. $\frac{1}{2}T_1 = \frac{1}{2}\cdot 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$.
При возвращении в исходное состояние весь ток пройдет через диод и время до возвращения: $\frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2}\cdot 2\pi\sqrt{L_2\cdot C}$, то есть искомый период T,
$T = \pi\left(\sqrt{(L_1+L_2)C} + \sqrt{L_2C}\right) = \pi\left(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC}\right) = (\sqrt{3}+1)\pi\sqrt{LC}$.

2) I_{m1} достигается во время $t \in (0; \frac{1}{2}T_1)$. $I_{m1} = \omega_{01}\cdot q_A$, где q_A - амплитудное значение заряда. Запишем правило К. и определим q_A: $\mathcal{E} - (L_1+L_2)\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$, $|:(L_1+L_2)$
$\frac{q}{(L_1+L_2)\cdot C} + \ddot{q} - \frac{\mathcal{E}}{(L_1+L_2)} = 0$, при прохождении равновесия $\ddot{q} = 0$, т.е.
$q_p = C\mathcal{E}$ (q_p - равновесный) Тогда $q_A = |q_0 - q_p| = |0 - q_p| = \mathcal{E}\cdot C$.
$I_{m1} = C\mathcal{E}\cdot\sqrt{\frac{1}{C(L_1+L_2)}} = \mathcal{E}\cdot\sqrt{\frac{C}{(L_1+L_2)}} = \mathcal{E}\cdot\sqrt{\frac{C}{3L}}$. 3) Сравним I_{1m} с максим. током в контуре без L_1. Запишем аналогичные уравнения: $I_{2m} = q_A'\cdot\omega_{02}$. $\frac{q}{C} - \mathcal{E} - L_2\frac{dI}{dt} = 0$.
Притом $q(\frac{1}{2}T_1) = 2C\mathcal{E} = 2q_A$, $-\ddot{q} = \frac{dI}{dt}$, $q_A' = q_A = C\mathcal{E}$. В таком

случае $I_{2m} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \cdot C\mathcal{E} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}} > I_{m_1}$, т.е. $I_{2m} = I_{m2}$.

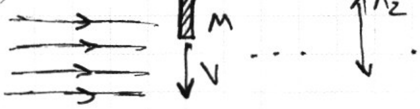
Ответ: 1) $T = \pi \cdot (\sqrt{3}+1) \cdot \sqrt{LC}$; 2) $I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$;
3) $I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

№5.



1) После прохождения $Л_1$ параллельный пучок соберётся в точку на ГОО (гл. опт. ось) на расстоянии F_0 от $Л_1$ справа. ~~...~~ Действительное изображение этой точки в линзе $Л_2$ будет находиться на детекторе. Тогда по формуле тонкой линзы: $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{3F_0 - F_0} + \frac{1}{x}$.
$\frac{1}{x} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0}$, => $x = 2F_0$ (x – иском. расстояние).

2) Если $D \ll F_0$, то в линзу $Л_2$ будут попадать только параксиальные лучи, т.к. $I_1 = const$, то можно считать их параллельными:



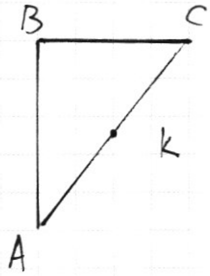
. Те лучи, которые перекроет M, не попадут в $Л_2$ и в D. Чтобы $I_1 = const$, необходимо, чтобы мишень перекрывала всё время одинаковое "количество" лучей, а это возможно, когда она полностью будет освещена. Т.е. мишень полностью вошла в ток света за время $(\tau_0 - 0)$, т.е. $V \cdot \tau_0 = d$, где d – диаметр круглой мишени. Очевидно, что $N \sim S$ (N – мощность). Т.е. $I_0 = \alpha \frac{1}{4}\pi D^2$, $I_1 = \alpha \cdot \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)$, =>
=> $\frac{D^2 - d^2}{D^2} = \frac{3}{4}$, $4D^2 - 4d^2 = 3D^2$, => $D^2 = 4d^2$, => $d = \frac{1}{2}D$, т.е.
$V = \frac{D}{2\tau_0}$. В момент t_1 мишень начнёт выходить из области света, который попадёт в линзу, т.е.:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

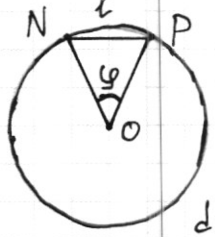
$$(t_1-\tau_0)=\frac{(D-d)}{V}=\frac{D-\frac{1}{2}D}{V}=\frac{D}{2V}=\tau_0, \Rightarrow \underline{t_1=2\tau_0}$$

Ответ: 1) $x=2\tau_0$; 2) $V=\frac{D}{2\tau_0}$; 3) $t_1=2\tau_0$.

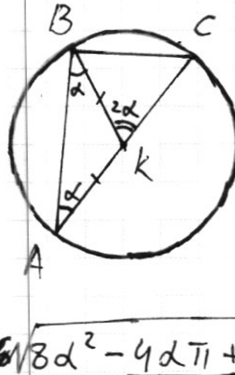
№3.



1) Очевидно, что напряжённость в точке K от BC, $\vec{E}_{BC}\perp BC$, а от AB, $\vec{E}_{AB}\perp AB$. Тогда мы можем определить $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sigma\cdot\Omega$.
Где σ – пов. плот. заряда, а Ω – телесный угол под которым видна плоскость из точки K.
(Из рис. 2 $\Omega\sim l\sim\varphi$) $\Omega=\beta\cdot\varphi$ (β – просто коэффиц.). (В случае, когда NP бесконечна в и из плоскости рисунка.)



Опред.: $\Omega=\frac{S}{R^2}$, $dS=S_0\cdot dl$, где S_0 – площ. узкой „арбузной дольки".
Наш случай:



Пусть BC заряжена с σ_0, тогда для точки K $E^0_{BC}=k\cdot\sigma_0\cdot 4\pi\cdot\frac{2\alpha}{2\pi}$,
$E^0_{BC}=k\cdot\sigma_0\cdot 4\alpha=2\cdot k\sigma_0\cdot 2\alpha$.
$E^0_{AB}=k\sigma_0\cdot 4\pi\cdot\frac{\pi-2\alpha}{2\pi}=2k\sigma_0(\pi-2\alpha)$.
Тогда напряжённость увеличится в γ раз:

$$\gamma=\frac{\sqrt{E^{0\,2}_{AB}+E^{0\,2}_{BC}}}{E^0_{BC}}=\frac{\cancel{2k\sigma_0}}{\cancel{2k\sigma_0}}\cdot\frac{\sqrt{4\alpha^2+\pi^2-4\pi\alpha+4\alpha^2}}{2\alpha}=\frac{\sqrt{8\alpha^2-4\alpha\pi+\pi^2}}{2\alpha}.$$

$$\gamma=\frac{\sqrt{\frac{\pi^2}{2}-\cancel{\pi^2}+\cancel{\pi^2}}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2}{\pi}=\sqrt{2}\text{ раз.}$$

2) $E'_{BC} = 2k \cdot 2\overset{=\sigma_1}{\sigma} \cdot 2\alpha = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot 2\sigma\cdot 2\alpha = \frac{1}{2\cancel{\pi}\varepsilon_0}\cdot 2\sigma \cdot \frac{2}{7}\cancel{\pi} = \frac{4\sigma}{2\cdot 7\cdot\varepsilon_0}$

$E'_{AB} = 2k\cdot \overset{=\sigma_2}{\sigma}\cdot(\pi-2\alpha) = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sigma\cdot(\pi-2\alpha) = \frac{1}{2\cancel{\pi}\varepsilon_0}\cdot\sigma\cdot\frac{5}{7}\cancel{\pi} = \frac{5\sigma}{2\cdot 7\cdot\varepsilon_0}$

$E_K = \sqrt{E'^2_{BC}+E'^2_{AB}} = \frac{\sigma}{14\varepsilon_0}\sqrt{16+25} = \frac{\sigma}{14\varepsilon_0}\cdot\sqrt{41} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{41}}{14}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}}$

Ответ: 1) $\gamma = \frac{\sqrt{8\alpha^2-4\alpha\pi+\pi^2}}{2\alpha} = \sqrt{2}$; ~~2) $E_K = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}$~~

2) $E_K = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\sqrt{4\sigma_1^2\alpha^2+(\pi-2\alpha)^2\cdot\sigma_2^2} = \frac{\sqrt{41}}{14}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} = \frac{(V_0 - V_2)}{T_1}$$

$$\frac{1}{P_0} = \frac{1}{2P_0} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{P_0} - \frac{1}{2P_0} = \frac{1}{2P_0}$$

$d\frac{T}{p}) \cdot \nu R$

$p \quad dp \cdot T + dT$

$$\frac{pdV + \nu C_V dT}{PdV} = \frac{pdV + \nu C_V/\nu R (PdV + Vdp)}{PdV}$$

$p \cdot V_2 = \nu R T_2$

$p \cdot V_1 = \nu R T_1$

$pV = \nu R T$

$dp = \frac{\nu R}{V_1} dT_1$

$dp = \frac{\nu R}{V_2}$

$$= \frac{\frac{7}{2} pdV + \frac{5}{2} Vdp}{PdV} = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} \frac{dp \cdot V}{p \cdot dV}$$

8,31 · 1,5 = 12,465

$\frac{5}{2} \cdot R \cdot \frac{3}{2} \cdot 100 = 150 \cdot R$

8,31 · 150 = 4155 + 831 = 1246,50

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$p = \nu R \frac{T_N}{V_N} = \nu R \frac{T_0}{V_0}$$

$$V_2 \cdot \cos\beta - U = V_1 \cdot \cos\alpha + U$$

$$T_0$$

$$pdV + Vdp = \nu R dT$$

$$0 < |V_{2y}'| < |V_{1y}'|$$

$$\nu R dT + Vdp = dA$$

$$0 < V_2 \cos\beta - U < V_1 \cdot \cos\alpha + U$$

$$E_N = k\sigma^2 \Omega,$$

$$U < V_2 \cdot \cos\beta$$

$$\Omega = \frac{S^2}{R^2}$$

$$U > \frac{V_2 \cdot \cos\beta - V_1 \cdot \cos\alpha}{2}$$

$$V_2 \cdot \cos\beta = 12 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = 12 \cdot \sqrt{\frac{4-1}{4}} = \frac{12}{2}\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$V_1 \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 8 = 2\sqrt{7}$$

$$U > \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} \text{ м/с} = (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$$

$$S \sim l \sim g$$

$$-Q = -A + \Delta U \qquad dQ - dA = dU = \nu C_V dT$$

$$Q = A + \Delta U \qquad \nu R\, dT_2 = p \cdot dV_2 + V_2 dp$$

$$+ \quad \nu R\, dT_1 = p \cdot dV_1 + V_1 dp$$

$$\nu R (dT_1 + dT_2) = (V_1 + V_2) dp, \quad V_1 + V_2 = V_0$$

$$\frac{\nu R}{V_0}(dT_1 + dT_2) = dp$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА