

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

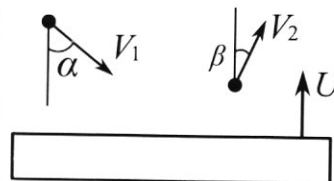
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

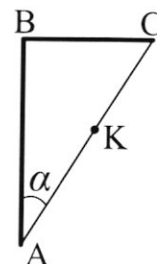


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

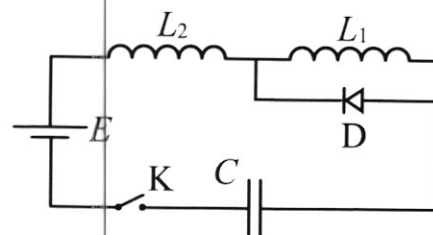
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

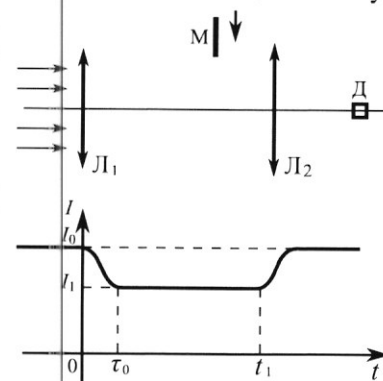
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано:

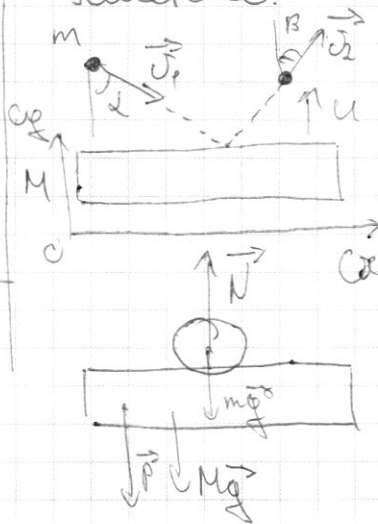
$$v_1 = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

1) v_2 ? 2) u ?

Решение:



Рассмотрим силы, действующие на шарик и на плитку во время удара:
По II зак. Ньютона $|\vec{v}| = |\vec{v}'|$
П.к. плитка гладкая, следовательно шероховатость шероховатости сохраняется (т.к. $F_{тр} = 0$).

По 3-ему зак. Ньютона на ось Ox (для шарика): $m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

Запишем II зак. Ньютона в векторной форме:

$$Oy: \frac{m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)}{\Delta t} = N - mg \quad \text{— для шарика (1)}$$

$$Oy: \frac{M(u - u')}{\Delta t} = -N - Mg \quad \text{— для плитки (2)}$$

Запишем 3-ий закон Ньютона на ось Oy (для шарика и плитки):

$$Oy: -m v_1 \cos \alpha + M u = m v_2 \cos \beta + M u'$$

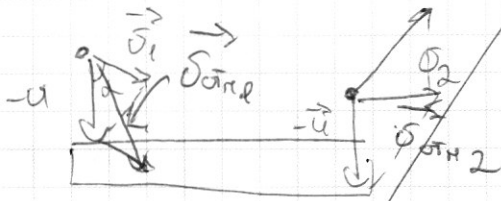
$$Oy (1) \text{ и } (2): m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) = N \Delta t \Rightarrow m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) = -M(u - u')$$

$$\begin{cases} -M(u - u') = N \Delta t \end{cases}$$

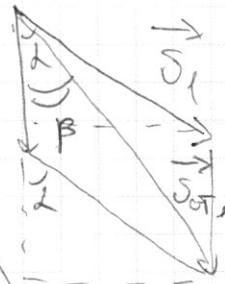
Вывод: 1) $v_2 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Пл. и. невращающаяся масса, скорость её центра не световая. Перейдём в С.О. связ. с ней.

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{отн} + \vec{u} \Rightarrow \vec{v}_{отн} = \vec{v}_i - \vec{u}$$



$-\vec{u}$

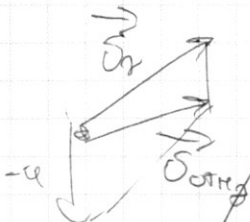


$v_{отн}$ косинусов:

$$v_{отн1}^2 = u^2 + v_{отн}^2 - 2uv_{отн} \cos(\pi - \beta) =$$

$$= u^2 + v_{отн}^2 + 2uv_{отн} \cos \beta$$

$$v_{отн1} = v_{отн} \cos \beta = v_{отн} \sin \alpha$$



ЗСЭ: $\frac{mv_i^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mv_{отн}^2}{2} + \frac{Mv_{отн1}^2}{2} + Q'$

Пл. и. удар не упругий, скорость центра масс энергии механической, переходит в тепловую. Запишем ЗСЭ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{mv_i^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} &= \frac{mv_{отн}^2}{2} + \frac{Mv_{отн1}^2}{2} + Q \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{\frac{mv_{отн}^2}{2} + \frac{Mv_{отн1}^2}{2}} &= k \Rightarrow Q = k \left(\frac{mv_{отн}^2}{2} + \frac{Mv_{отн1}^2}{2} \right), \text{ где } k \text{ — коэффициент потерь мех. энергии} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_i^2}{2} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2
Дано:

$$V = \frac{3}{4} \text{ моль}$$

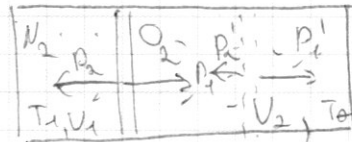
$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T_2 = 500 \text{ К}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Ищем:



Запишем равенство давлений в нач. момент времени;
уравнение мед.-каноника для двух газов:

$$P_1 = P_2$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \Rightarrow$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500}$$

$$1) \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$3) \Delta Q_N = \frac{3}{5}; \text{ по-к. } C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow \tau = 5$$

Запишем равенство давлений в конеч. момент времени;
уравнение мед.-каноника для двух газов:

$$\left. \begin{array}{l} P_1' = P_2' \\ P_1' V_1' = \nu R T_{\text{чет}} \end{array} \right\} \Rightarrow P_1' V_1' = P_2' V_2' \Rightarrow V_1' = V_2'$$

$$P_2' V_2' = \nu R T_{\text{чет}}$$

Запишем I закон термодинамики для азота и кислорода

$$\Delta Q_N = \Delta U_N + A_N = \frac{1}{2} (\nu R T_{\text{чет}} - \nu R T_1) + A_N \quad (1)$$

$$\Delta Q_O = \Delta U_O + A_O = \frac{1}{2} (\nu R T_{\text{чет}} - \nu R T_2) + A_O \quad (2)$$

$$\text{по-к. } T_2 > T_1, V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta Q_N = -\Delta Q_O, A_N = -A_O \Rightarrow$$

$$\Delta Q_N = \frac{1}{2} \nu R (T_{\text{чет}} - T_1) + A_N = -\frac{1}{2} \nu R (T_{\text{чет}} - T_2) - A_O = -\Delta Q_O \Rightarrow$$

$$T_{\text{чет}} - T_1 = -(T_{\text{чет}} - T_2) \Rightarrow 2T_{\text{чет}} = T_1 + T_2 \Rightarrow T_{\text{чет}} = \frac{T_1 + T_2}{2} =$$

$$= \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ K}$$

П.к. медленнее температура увеличивается медленнее, а так же $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta P \rightarrow 0$, следовательно малые промежутки времени $P = \text{const} \Rightarrow$ весь процесс можно считать изобарным. Из уравнения Дюпона $C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R + R = \frac{7R}{2}$

$$\Delta Q_N = C_p \nu (T_{\text{сер.}} - T_1) = \frac{7R}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 50 = 3,31 \cdot 150 = 1246,5 \text{ Дж} \approx$$

$$\approx 1247 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$ 2)

$T_{\text{сер.}} = 400 \text{ K}$, 3) $\Delta Q_N \approx 1247 \text{ Дж}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Дано:

$$L_1 = 2L$$

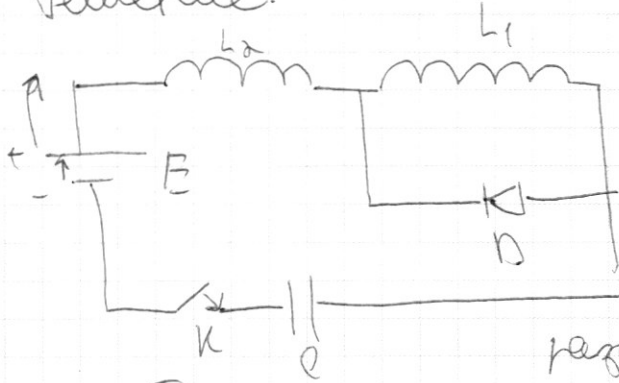
$$L_2 = L$$

$$C, E$$

1) T ? 2) I_{max} ?

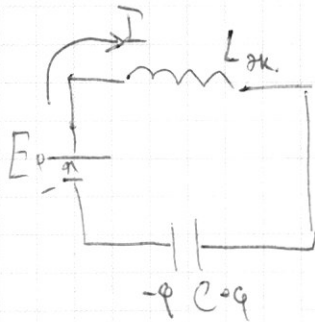
3) T_{max} ?

Решение:



После замыкания
кнопки ток не проте-
кает через дросс. Т.к.
разность потенциалов на

нейм будет отрицательной. \Rightarrow



$$L_{\text{эк}} = L_1 + L_2$$

Заменим I на q . Кирхгоффа:

$$E + E_{\text{ис}} = \frac{q}{C} = E - \frac{L dI}{dt} = E - L \dot{q} \Rightarrow$$

$$L_{\text{эк}} \ddot{q} + \frac{q}{C} - E = 0 \quad | : L_{\text{эк}}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{L_{\text{эк}} C} - \frac{E}{L_{\text{эк}}} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \omega^2 q - \frac{E}{L_{\text{эк}}} = 0 \quad \frac{1}{L_{\text{эк}} C} = \omega^2$$

Здесь $\xi = q - EC \Rightarrow \ddot{\xi} = \ddot{q} \Rightarrow \ddot{\xi} + \frac{\xi}{L_{\text{эк}} C} = 0$

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0 \Rightarrow \xi(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \Rightarrow q(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t + EC$$

$$q(0) = 0 = A + EC \Rightarrow A = -EC; \quad \dot{q}(0) = 0$$

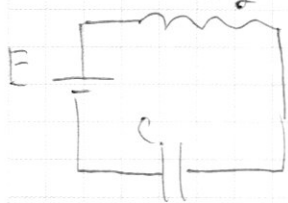
$$\dot{q}(t) = \dot{\xi} = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t; \quad \dot{q}(0) = 0 = B\omega \Rightarrow B = 0 \Rightarrow$$

$$q(t) = -EC \cos\left(\frac{t}{\sqrt{L_{\text{эк}} C}}\right) + EC$$

Ток будет до того момента, как ток пойдет по
дроссору, а не по контуру L_1 ; это означает че-
рез все переключатель пойдет. Макс. ток $I_{\text{max}} = \frac{I_{\text{эк}}}{2}$;

$$T_{\text{эк.}} = 2\sqrt{L_{\text{эк.}}C} = 2\sqrt{(L_1 + L_2)C} \Rightarrow T_1 = \sqrt{L_1 C};$$

Давиме L_2 \Rightarrow цепь будет резонанс:



анализируем:

$$q'(t) = b \cos \omega' t + \beta \sin \omega' t + EC \quad \omega' = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$

$$q'(0) = q'(T_1) = 2EC = b + EC \Rightarrow b = EC$$

$$q'(t) = i'(t) = -b\omega' \sin \omega' t + \beta\omega' \cos \omega' t;$$

$$q'(0) = 0 \Rightarrow \beta = 0 \Rightarrow q'(t) = EC \cos \omega' t + EC$$

Поск. будет поле по фазе, пока q на конденсаторе все станет равным 0, т.е. $T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{2\sqrt{L_2 C}}{2} = \sqrt{L_2 C}$

Период будет колебаний цепи равен $T = T_1 + T_2 =$

$$= \sqrt{L_2 C} + \sqrt{(L_1 + L_2)C};$$

когда $\sin \omega t = 1$

$$I(t) = EC\omega \sin \omega t \Rightarrow I_{\text{м.}} = EC\omega = \frac{EC}{\sqrt{L_2 C}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

$$I'(t) = EC\omega' \sin \omega' t$$

$$\Rightarrow I_{\text{м. эк.}} = EC\omega' = \frac{EC}{\sqrt{L_2 C}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

$I_{\text{м. эк.}} < I_{\text{м. эк.}} \Rightarrow$ т.к. в первой цепи $I_1 = I_2$, а т.к. $I_{\text{м. эк.}} =$

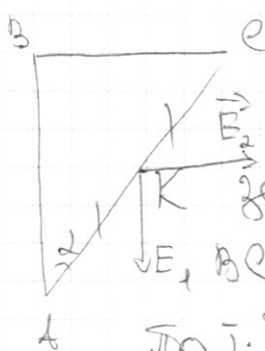
$$= I_{\text{м. эк.}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

Ответ: 1) $T = \sqrt{L_2 C} + \sqrt{(L_1 + L_2)C}$ 2) $I_{\text{м. эк.}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}}$ 3) $I_{\text{м. эк.}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) $d = \frac{\sigma}{\epsilon}$
 $E_{K1} = ?$
 $E_{K2} = ?$



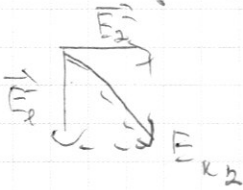
Решение:

Рассмотрим случай, когда заряды на поверхности плоскости положительные. Векторы E_1 и E_2 направлены соответственно от точки K.

По т. Пифагора координаты от точки K:

поверхности $E = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \Rightarrow E_p = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} = E_{K1}$

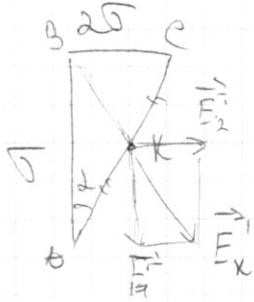
В центре, когда заряды и плоскости AB: $\vec{E}_{K2} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



\Rightarrow по т. Пифагора: $E_{K2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = E_p \sqrt{2} = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \sqrt{2} = E_{K1} \sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{E_{K1}}{\sqrt{2} E_{K1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Направление в точке K определяется углом α .

2) $d = \frac{\sigma}{\epsilon}, \sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$
 $E'_K = ?$



Пл. плоскости бесконечные, то угол не будет влиять на E'_K

$\Rightarrow E'_K = \sqrt{E_2'^2 + E_1'^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \sigma \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0^2} + \frac{1}{\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{2}$

Ответ: 1) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, 2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 5

Решено:

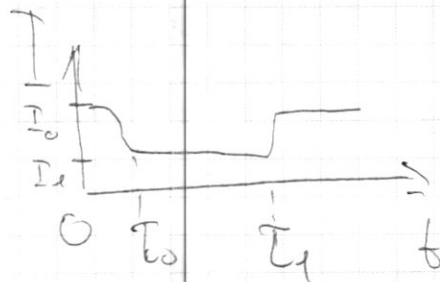
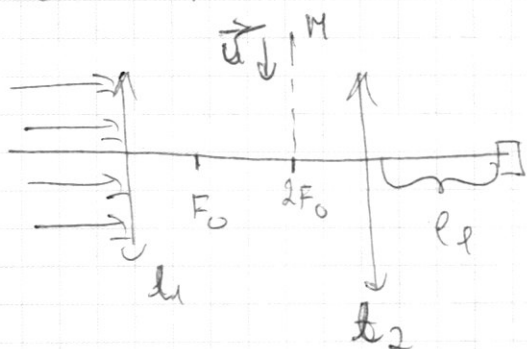
F_0, D, τ_0

$$I_1 = \frac{3I_0}{4}$$

1) $l_1 = ?$ 2) S_1 ?

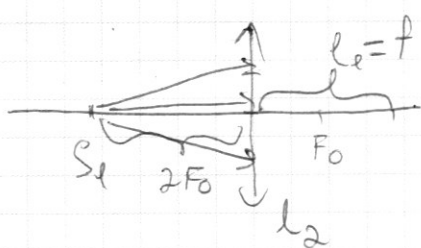
3) $l_1 = ?$

Изображение:



П.к. лучи идут в линзе l_1 параллельно, а это они все пересекаются в фокусе линзы l_2 .

(т.к. $F_0 \ll F_0$). Следовательно следует, что для второй линзы точкой пересечения F_0 можно считать неограниченно малую величину S_1 .



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{f}$$

$$l_2 = f, \quad d = 2F_0$$

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{l_1} \Rightarrow l_1 = 2F_0 \text{ — т.к. лучи } \Phi$$

пересекаются на фокусном расстоянии.

П.к. световая интенсивность пропорциональна мощности падающего света, а это $I \sim P \sim S \Rightarrow I_0 = k \frac{\Phi D^2}{4}$ где k — это коэффициент пропорц. ($I_0 = k S_0$) $\Rightarrow I_1 = k S_1'$

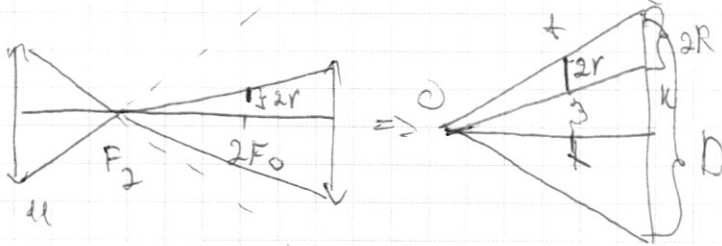
$S_1' = S_0 - S_{\text{ли}} \Rightarrow I_1 = k \left(\frac{\Phi D^2}{4} - S_{\text{ли}} \right) = 3I_0/4$ (2)

Из выражений (1) и (2) следует, что

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{k \frac{\pi D^2}{4}}{k \left(\frac{\pi D^2}{4} - \pi r^2 \right)} = \frac{\varphi}{3} = \frac{D^2/4}{D^2/4 - r^2} \Rightarrow D^2 - 4r^2 = \frac{3D^2}{4}$$

$$4r^2 = \frac{D^2}{4} \Rightarrow r = \frac{D}{4}$$

т.к. на промежутке $t \in [\tau_0; \tau_1]$ среда не является однородной, следовательно \vec{S} является векторной функцией \Rightarrow время τ_0 соответствует моменту, когда лучи полностью заполняют свет.



Из подобия треугол. $\Delta O_1A_1B_1$ и $\Delta O_2A_2B_2$ следует $\frac{2R}{F_0} = \frac{2R}{2F_0} \Rightarrow R = 2r$

$$\Rightarrow S' = \frac{\pi D^2}{4} - \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4} - 4\pi r^2$$

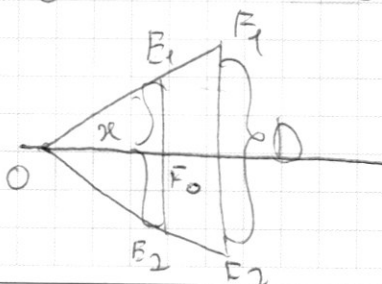
$$S_0 = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{k S_0}{k S_1} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D^2/4 - 4\pi r^2} = \frac{\varphi}{3} \Rightarrow \frac{3D^2}{4} = D^2 - 4\pi r^2 \Rightarrow 4r^2 = \frac{D^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{D}{4} = \frac{D}{8}$$

$$2r = \delta \cdot \tau_0 \Rightarrow \delta = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0};$$

Время τ_1 соответствует моменту, когда лучи полностью заполняют свет.



Из подобия треугол. ΔOF_1E_1 и $\Delta OF_2E_2 \Rightarrow x = F_1 E_2 = \frac{D}{2}$
 $(x - 2r) = \delta (\tau_1 - \tau_0) \Rightarrow \delta \tau_1 - \delta \tau_0 = x - 2r \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \sigma b_1 = x - 2V + \sigma \tau_0$$

$$b_1 = \frac{x - 2V}{\sigma} + \tau_0 = \frac{\frac{D}{2} - \frac{D}{4}}{\frac{D}{4\tau_0}} \cdot \epsilon \epsilon_0 = \frac{D}{4} \cdot \frac{4\tau_0}{D} = 2\tau_0$$

Ответ: $\sigma_1 = 2\epsilon_0$, $\sigma = \frac{D}{4\tau_0}$, $b_1 = 2\tau_0$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)