

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

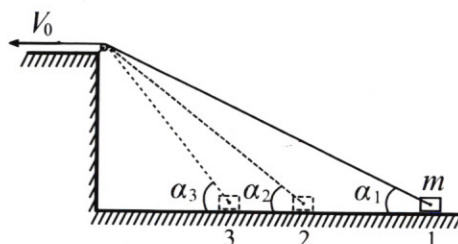
Класс 11

Вариант 11-08

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\sin \alpha_2 = \frac{2}{3}$, $\sin \alpha_3 = \frac{3}{4}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12} .



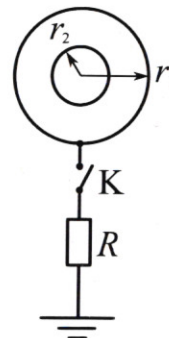
- 1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.
- 2) Найти работу лебедки A_{12} при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
- 3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/8$, где P_0 - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
- 2) Найти изменение массы Δm воды.
- 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L , молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд q , а на внутреннем шаре - положительный заряд Q . Внешний шар соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.

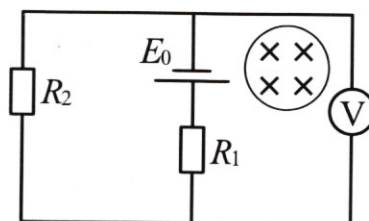


- 1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.

- 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

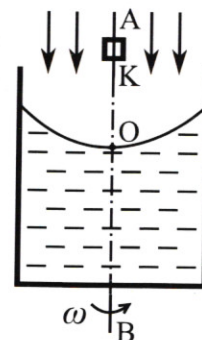
4. В проволочную конструкцию впаены резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 5R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .



- 1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.

- 2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.



- 1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.

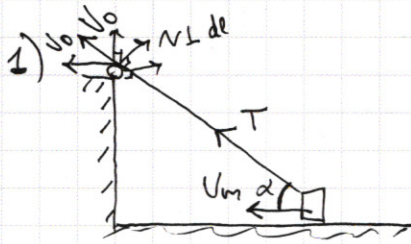
- 2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Трос ~~не~~ ~~растяжим~~ ~~и~~ ~~нерастяжим~~. $V_2 \cos \alpha_2 = V_0 \cos \alpha_2 \Rightarrow V_2 = V_0$
Заметим, что $V_m(t) = V_0 = \text{const}$. (для любого α_i)

2) $N = (\vec{F}; \vec{v}) \neq 0 \Rightarrow$ Вычислим работу:
 $\delta A = (\vec{F}; d\vec{s})$. $\delta A_{12} = T \cdot dx \cdot \cos \alpha$, где
 T - сила натяжения троса.



$$V_m \cos \alpha_i = V_0 = \text{const}$$

$$1) V_2 = \frac{V_0}{\cos \alpha_2} = \frac{V_0}{\frac{3}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{3} V_0$$

$$2) N = (\vec{F}; \vec{v}) \neq 0.$$

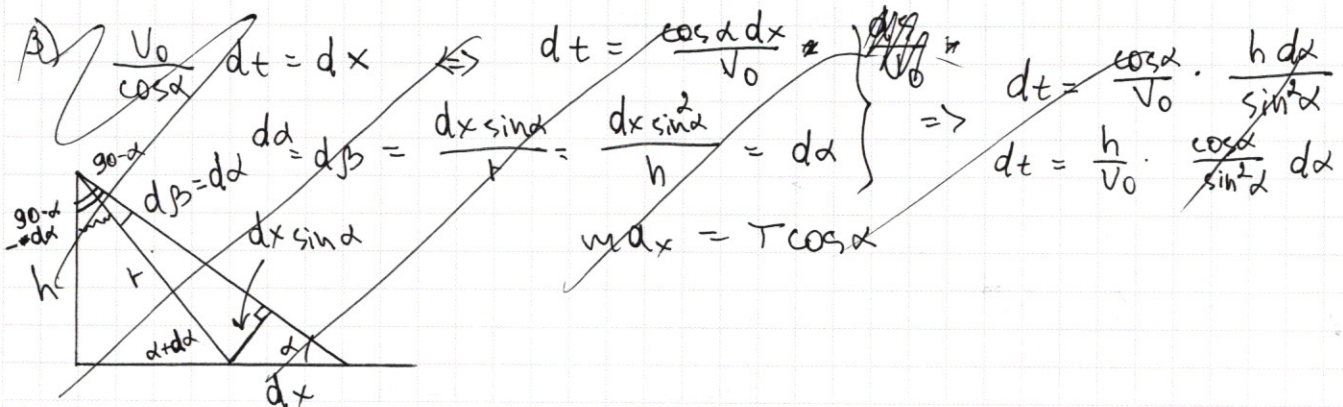
$$\delta A = (\vec{F}; d\vec{s})$$

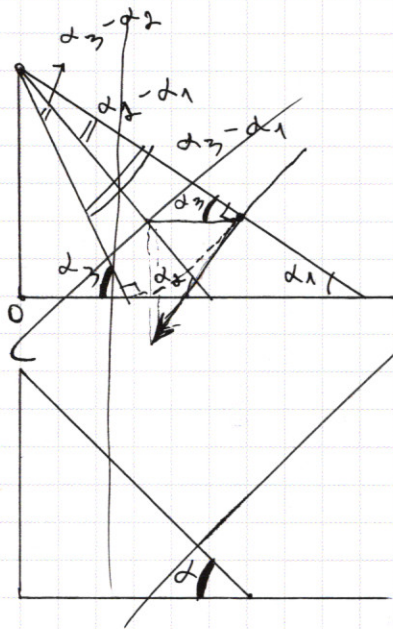
Рассмотрим систему: "лебёдка + трос + м". $W = \text{const}$

$$\Delta W = 0 = A_{12} - \left(\frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} \right) \Rightarrow A_{12} = \frac{m}{2} (V_2^2 - V_1^2)$$

$$V_1 = \frac{V_0}{\cos \alpha_1} = V_0 \cdot \frac{4}{\sqrt{15}} \Rightarrow A_{12} = \frac{m}{2} \cdot V_0^2 \left(\frac{9}{5} - \frac{16}{15} \right) =$$

$$= \frac{mV_0^2}{2} \cdot \frac{27-16}{15} = \frac{mV_0^2}{2} \cdot \frac{11}{15} \quad A_{12} = \frac{mV_0^2}{2} \cdot \frac{11}{15}$$





~~можно заметить что каждая~~

$$\frac{V_0}{\cos \alpha} dt = dx$$

в каждый момент скорость груза пропорциональна $\frac{1}{\cos \alpha}$.

$$t_{10} \sim \frac{1}{\cos \alpha_1} \quad t_{20} \sim \frac{1}{\cos \alpha_2} \quad t_{30} \sim \frac{1}{\cos \alpha_3}$$

$$t_{12} = t_{10} - t_{20} \sim \frac{1}{\cos \alpha_1} - \frac{1}{\cos \alpha_2}$$

$$t_{13} \sim \frac{1}{\cos \alpha_1} - \frac{1}{\cos \alpha_3}$$

$$\frac{t_{13}}{t_{12}} = \frac{\frac{1}{\cos \alpha_1} - \frac{1}{\cos \alpha_3}}{\frac{1}{\cos \alpha_1} - \frac{1}{\cos \alpha_2}}$$

$$t_{13} = t_{12}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{15}}{16} \quad ; \quad \cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad ; \quad \cos \alpha_3 = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$t_{13} = t_{12} \cdot \frac{\frac{16}{\sqrt{15}} - \frac{4}{\sqrt{7}}}{\frac{16}{\sqrt{15}} - \frac{3}{\sqrt{5}}}$$

$$t = \frac{L}{V} \approx t_{10} \sim \text{ctg} \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin \alpha_1}$$

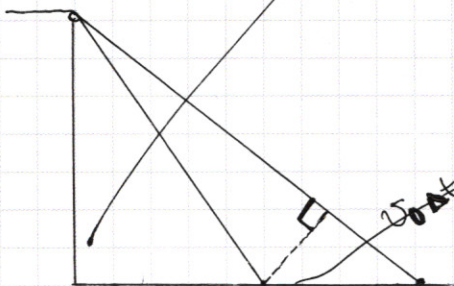
$$t_{12} \sim \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin \alpha_1} - \frac{\cos^2 \alpha_2}{\sin \alpha_2}$$

$$\begin{cases} m a_x = T \cos \alpha \\ v_x = \frac{V_0}{\cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m a_x = T \cos \alpha \\ dx = V_0 \cdot (-1) \cos^2 \alpha \cdot (-\sin \alpha) \end{cases} \Rightarrow$$

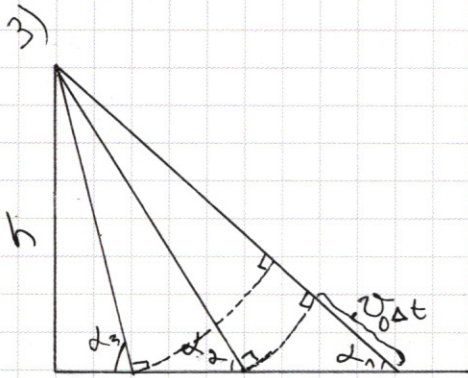
$$\begin{cases} m a_x = T \cos \alpha \\ a_x = V_0 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} \end{cases}$$

$$m \cdot V_0 \sin \alpha = T \cos^3 \alpha \Rightarrow T \neq \text{const}$$



Листовик

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{\sin \alpha_1} - \frac{h}{\sin \alpha_2} &= v_0 t_{12} \\ \frac{h}{\sin \alpha_1} - \frac{h}{\sin \alpha_3} &= v_0 t_{13} \end{aligned} \right. \Rightarrow$$

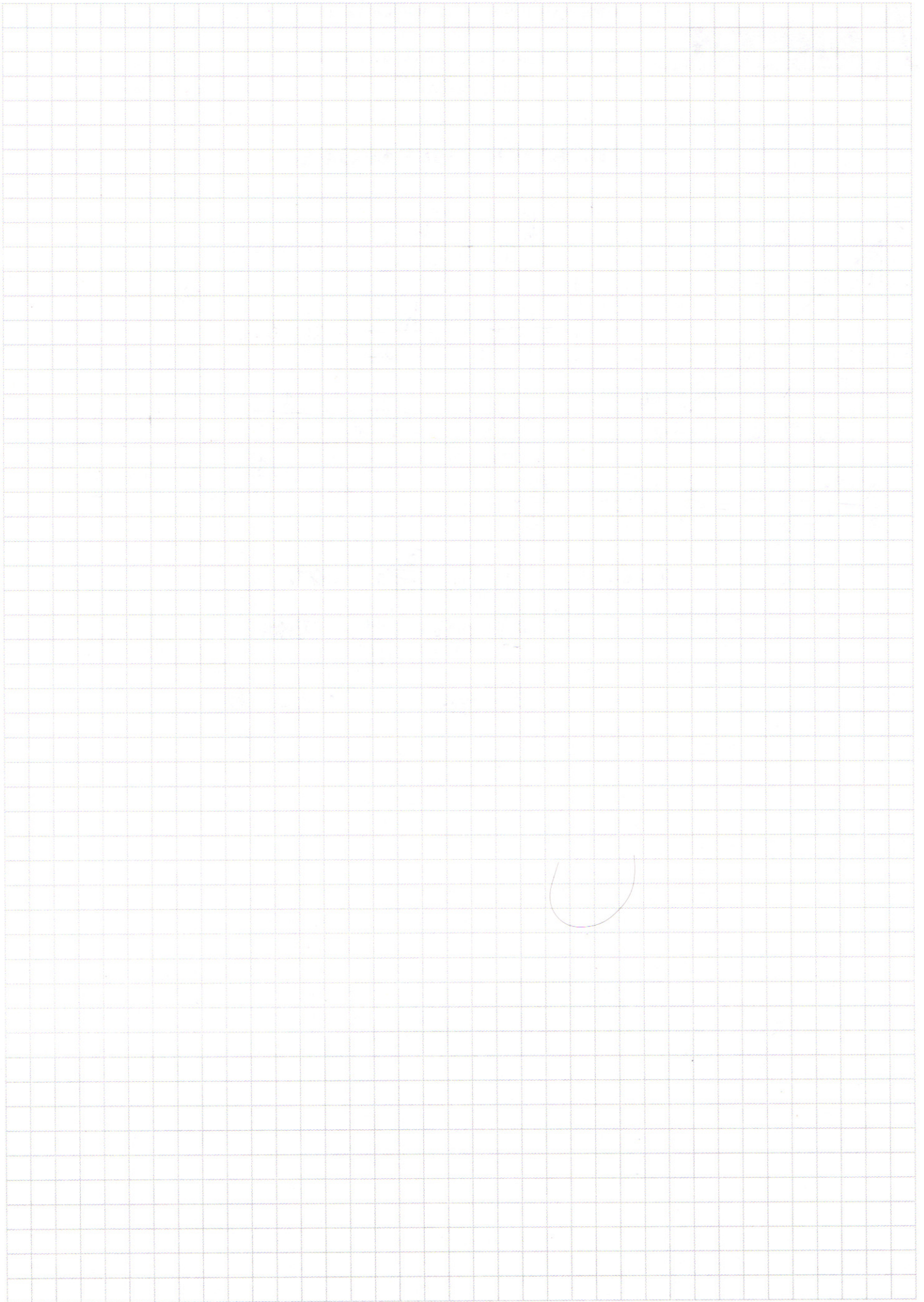
$$\frac{t_{13}}{t_{12}} = \frac{\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha_3}}{\frac{1}{\sin \alpha_1} - \frac{1}{\sin \alpha_2}} = \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 - \frac{3}{2}} =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{12-4}{8-3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{15}$$

Ответы: 1) $v_0 \frac{3}{\sqrt{5}}$ ~~не~~

2) $\frac{m v_0^2}{2} \cdot \frac{11}{15}$ ~~не~~

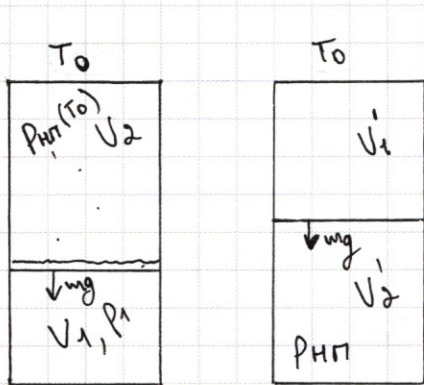
3) $t_{13} = t_{12} \cdot \frac{16}{15}$ ~~не~~



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~ 2
Изначально в верхней части есть вода
 \Rightarrow пар насыщенный.

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{np}(T_0) \leq P_{np} \\ P_{np} + \rho_0 \frac{1}{\delta} = P_1 \\ P_1 + \frac{\rho_0}{\delta} = P_{np} \\ P_1 V_1 = P_1' V_1' \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P_{np}(T_0) = P_0 \\ \frac{g}{\delta \rho_0} V_1 = \frac{7}{\delta \rho_0} V_1' \\ \Rightarrow 9 V_1 = 7 V_1' \\ V_1' = \frac{9}{7} V_1 \end{array} \right.$$

Т.к. $T_0 = \text{const}$, то $P_{np} = \text{const}$. $P_{np} \Delta V = \frac{\Delta m}{\mu} R T_0$

$$\Delta m = - \left(\frac{\mu}{R T_0} P_{np} \cdot \left(- \frac{2}{7} V_1 \right) \right) = + \frac{\mu \rho_0}{R T_0} \cdot \frac{2}{7} V_1$$

(в конце пар насыщенный, т.к. его сдавили, а $T = \text{const}$)

3) $U_{1k} = \frac{6}{2} \nu_k R T_0 = 3 \nu_k R T_0$; $U_{2k} = 3 \nu_k R T_0$

$\Delta U_k = 0$ - для воздуха

~~Для пара: $U_{1n} = 3 \nu_{1n} R T_0$; $\Delta U_n = 3 \frac{-\Delta m}{\mu} R T_0 + L \Delta m$~~

~~$U_{1n} = 3 \nu_{1n} R T_0 + L \Delta m$; $U_{2n} = 3 \nu_{2n} R T_0$; $\Delta U_n = 3 \frac{\Delta m \mu}{\mu} R T_0 - L \Delta m$~~

~~$\Delta U_n = 3 \frac{-\Delta m}{\mu} R T_0 - L \Delta m$ Процесс~~

~~Внутр. энергия нижней части сосуда: "пар + вода (T_0)"~~

~~$U_{1n} = 3 \nu_{1n} R T_0$; $U_{2n} = 3 \nu_{2n} R T_0$~~

~~$U_{w1} = c m_1 T_0$; $U_{w2} = c m_2 T_0$~~

~~$\Delta U = 3 \frac{\Delta m \mu}{\mu} R T_0 + c \Delta m T_0$, т.к. есть сообщение с внешней средой.~~

$$L \Delta m T_0 = L \Delta m$$

Кусочек пара, который испарился: Δm_{π}



$$\left. \begin{aligned} Q = L(\Delta m) &= A + \Delta U \\ A &= p_0 \cdot \frac{\Delta m_{\pi}}{\rho} \\ \rho &= \frac{p_0 \mu}{RT_0} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} L \Delta m &= p_0 \Delta m_{\pi} \frac{RT_0}{\mu} + \Delta U \\ &= \frac{\Delta m_{\pi}}{\mu} RT_0 + \Delta U \\ \Delta U_{\pi} &= +L \Delta m_{\pi} - \frac{\Delta m_{\pi}}{\mu} RT_0 \end{aligned}$$

$$\Delta m_{\pi} < 0, \Delta m > 0.$$

По сути, ΔU всей вн. эн. сосуда и есть ΔU этого кусочка пара, т.к. $T_0 = \text{const} = T$.

$$\begin{aligned} \Delta U &= L \Delta m_{\pi} - \frac{\Delta m_{\pi}}{\mu} RT_0 = |\Delta m_{\pi}| \left(\frac{RT_0}{\mu} - L \right) \\ &= \frac{2}{7} V_1 \frac{\mu p_0}{RT_0} \left(\frac{RT_0}{\mu} - L \right) = \end{aligned}$$

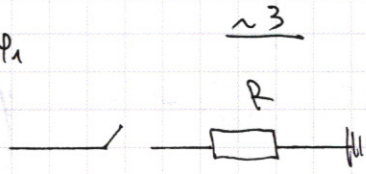
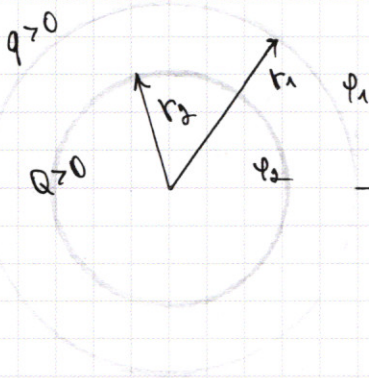
Ответ: 1) $\frac{9}{7} V_1$

2) $\frac{2}{7} V_1 \frac{\mu p_0}{RT_0}$

3) $\frac{2}{7} V_1 \frac{\mu p_0}{RT_0} \left(\frac{RT_0}{\mu} - L \right)$

$$p_0 \approx 10^5 \text{ Па}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



После замыкания: $\varphi_1 = 0$

$$\varphi_1 = \frac{kQ}{r_1} + \frac{kq'}{r_1} = 0$$

$$q' = -Q \equiv q_1$$

$$W_1 = \int \omega^2 dV = \int \left(\frac{\epsilon_0 E^2}{2} \right) dV = \int \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \left(\frac{kQ}{r^2} \right)^2 dV$$

$$[\omega] = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{k^2 q^2}{r^4} = \frac{k^2 q^2}{r^4}$$

$$W_{12} = \int \omega dV = \int \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV = \frac{\epsilon_0}{2} \int \left(\frac{kQ}{r^2} \right)^2 dV = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot k^2 Q^2 \int \frac{1}{r^4} \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{\epsilon_0 \cdot k^2 Q^2}{2} \cdot \int_{r_2}^{r_1} \frac{4\pi}{r^2} dr = 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$= 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\text{ЗСЭ: } \Delta_{\text{out}} = Q + \Delta W \Rightarrow Q = -\Delta W$$

~~$$W_1 = 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} \right) + 2\pi \epsilon_0 k^2 q^2 \left(\frac{1}{r_1} \right)$$~~

~~$$W_2 = 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} \right) + 2\pi \epsilon_0 k^2 (-Q)^2 \cdot \frac{1}{r_1}$$~~

~~$$\Delta W = 2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_1} \right) - 2\pi \epsilon_0 k^2 q^2 \frac{1}{r_1}$$~~

Ответ: 1) $-Q$, 2) $2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$

~~$$3) - \left(2\pi \epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_1} \right) - 2\pi \epsilon_0 k^2 q^2 \frac{1}{r_1} \right)$$~~

~~$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$~~

Ответ \rightarrow

3-ий ответ на обратной стороне

$$W_1 = 2\pi\epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + 2\pi\epsilon_0 k^2 (q+Q)^2 \left(\frac{1}{r_1} \right)$$

$$W_2 = 2\pi\epsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

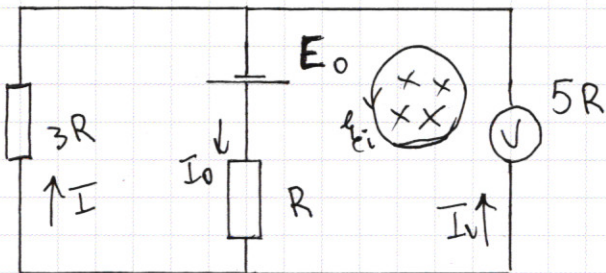
$$3) \text{ Ответ: } Q = -\Delta W =$$

$$= - [W_2 - W_1] = - \left[\cancel{2\pi\epsilon_0 k^2 Q^2} \right]$$

$$= 2\pi\epsilon_0 k^2 \left(- \left(\cancel{Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)} - (q+Q)^2 \frac{1}{r_1} \right) \right) =$$

$$= 2\pi\epsilon_0 k^2 (q+Q)^2 \frac{1}{r_1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) $B = \text{const} \Rightarrow (\dot{\Phi} = 0) \Rightarrow \xi_i = 0$

$I_V = \frac{3}{8} I_0$

$E_0 = I_0 R + \frac{15}{8} I_0 R = \frac{23}{8} I_0 R$

$\Rightarrow U_V = \frac{15}{8} I_0 R = \frac{15}{23} E_0$

2) $\xi_i = -\dot{\Phi} = -k$. минус \equiv против часовой.

~~$E_0 + k = I_0 R + \frac{15}{8} I_0 R$~~

$E_0 + k = I_V \cdot 5R + I_0 R$

$k = I_V \cdot 5R - I \cdot 3R$

$I_0 = I + I_V$

$E_0 + k = I_V \cdot 5R + (I + I_V) R$
 $\Rightarrow k = I_V \cdot 5R - I \cdot 3R$

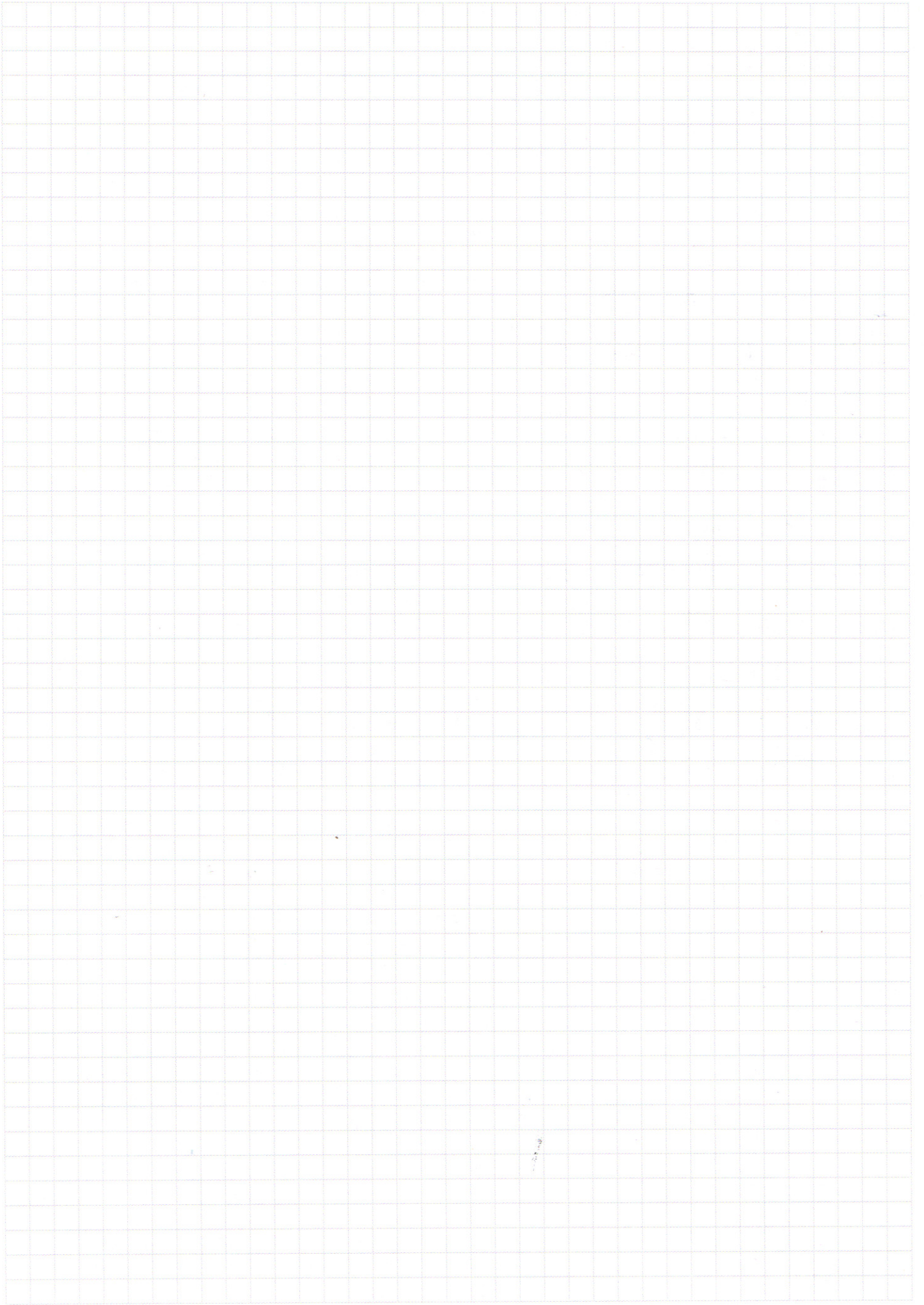
$E_0 + k = 6 \cdot I_V R + I R$
 $k = 5 I_V R - 3 I R$

$3 E_0 + 4 k = 23 I_V R$

$U_2 = 5 I_V R = \frac{5}{23} (3 E_0 + 4 k)$

Ответ: 1) $\frac{15}{23} E_0$

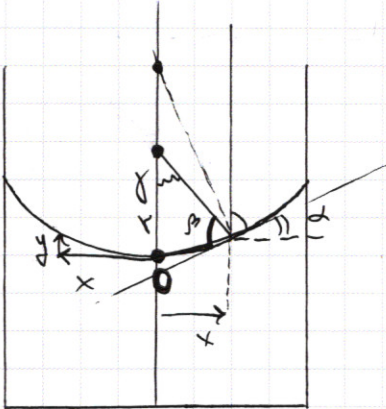
2) $\frac{5}{23} (3 E_0 + 4 k)$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~5

Это "Параболическое зеркало".

$$\Delta m \cdot \omega^2 x = \rho(y) = \rho g y$$

~~$\rho S x \cdot \omega^2$~~ ~~$\rho S g y$~~

$$\rho S x \cdot \omega^2 \cdot \frac{x}{2} = \rho S g y$$

$$\rho S \frac{\omega^2}{2} x^2 = \rho S g y \Leftrightarrow y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

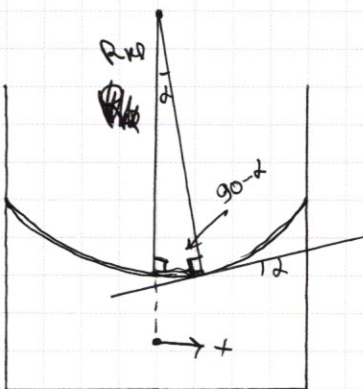
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2}{2g} \cdot 2x = \frac{\omega^2}{g} x \approx \alpha \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega^2}{g} x \quad \begin{array}{l} \text{угол} \\ \text{падающая} = \\ \text{углу} \\ \text{отражения} \end{array}$$

$$x \approx f \frac{x}{r_{\text{кр}}} \approx y \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega^2}{g} r_{\text{кр}} \cdot y$$

$$r_{\text{кр}} = \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right) \frac{g}{\omega^2 y} = \frac{g}{\omega^2} \frac{\alpha}{y} \left. \vphantom{r_{\text{кр}}} \right\} \Rightarrow r_{\text{кр}} = \frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\gamma = 180 - 2\beta = 180 - 2(90 - \alpha) = 2\alpha$$

2) На расстоянии $r_{\text{кр}} = \frac{g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{2 \cdot 16} = \frac{5}{16}$



Ответ: 1) ~~$R_{\text{кр}} = \dots$~~

2) $r = \frac{g}{2\omega^2} = \frac{5}{16} \text{ м}$

1) $R_{\text{кр}} = \frac{x}{\alpha} = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \text{ м}$

В остальных задачах (не все) численно знач. не заданы, поэтому размерность не указана



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)