

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

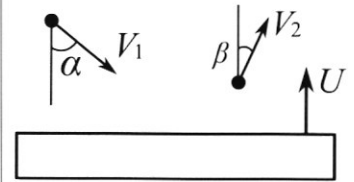
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

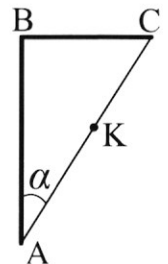
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

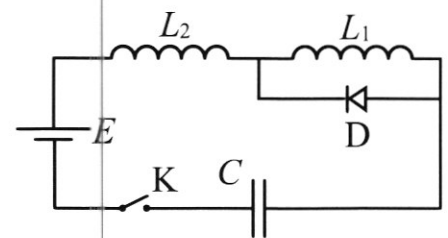
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

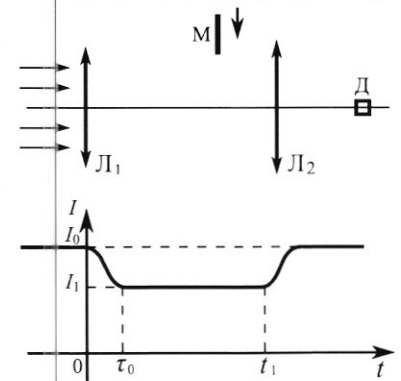


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

Дано:

$$\nu_1 = \nu_2 = \nu = \frac{3}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K (A)}$$

$$T_2 = 500 \text{ K (K)}$$

$$C_v = \frac{5}{2} R$$

Решение:

уравнение состояния идеального газа:

$$p_1 \cdot V_1 = \nu R T_1 \quad \text{— для азота}$$

$$p_2 \cdot V_2 = \nu R T_2 \quad \text{— для кислорода}$$

поршень изначально покоился $\Rightarrow p_1 = p_2$

$$\frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

решим начало термодинамики:

$$\delta Q = \delta A + dU; \quad dU = C_v \cdot \nu R dT; \quad \delta A = p dV$$

Сосуд теплоизолирован \Rightarrow азот отдаёт Q_{AK} , кислород получает Q_{AK} .

$$\text{кислород: } -Q_{AK} = A_K + \frac{5}{2} R \nu (T - T_2)$$

$$\text{азот: } +Q_{AK} = A_A + \frac{5}{2} R \nu (T - T_1) \quad \downarrow \oplus$$

Движение поршня медленное \Rightarrow давления успевают выравниваться \rightarrow

$$\delta A_K = p_i \cdot dV; \quad \delta A_A = p_i \cdot (-dV) \quad (\text{т.к. } V_A + V_K = \text{const}) \Rightarrow \delta A_K + \delta A_A = 0 \Rightarrow A_A = -A_K$$

$$0 = \frac{5}{2} R (T - T_2 + T - T_1); \quad T = \frac{T_2 + T_1}{2}; \quad T = 400 \text{ K}$$

~~$p = \frac{\nu R T}{V}$~~ в конце газы снова в равновесии $\Rightarrow p_1' = p_2' = p; V_1' = V_2' = V$,

$$\text{где } V = \frac{1}{2} (V_2 + \frac{3}{5} V_2) = \frac{4}{5} V_2 \Rightarrow p \cdot \frac{4}{5} V_2 = \nu R T \Rightarrow p = \frac{5}{4} \cdot \frac{T}{T_2} \cdot p_2 = p_2 = p_1$$

$$\Rightarrow A_K = p_2 \left(\frac{4}{5} V_2 - V_2 \right) = -\frac{1}{5} p_2 V_2 = -\frac{1}{5} \nu R T_2$$

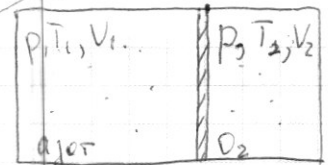
$$-Q_{AK} = -\frac{1}{5} \nu R T_2 + \frac{5}{2} \nu R \cdot \frac{T_1 - T_2}{2}; \quad Q_{AK} = \nu R \left(\frac{T_2}{5} + \frac{5}{4} T_2 - \frac{5}{4} T_1 \right)$$

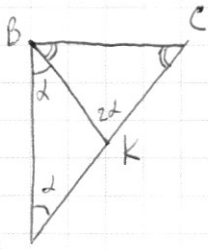
$$Q_{AK} = \frac{\nu R}{20} (29 T_2 - 25 T_1); \quad Q_{AK} = \frac{3 \cdot 8,31}{7 \cdot 20} (29 \cdot 500 - 25 \cdot 300) = \frac{3 \cdot 8,31}{14} \cdot 50 (29 - 15) =$$

$$= 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}; T = 400 \text{ K}; Q_{AK} = 1246,5 \text{ Дж}$.

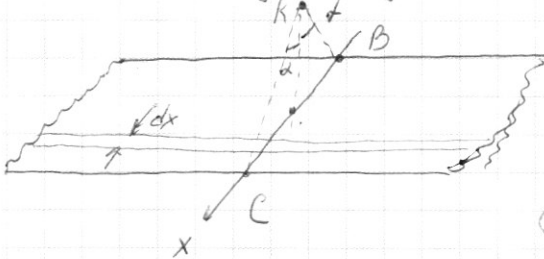
еще пошла сила
босила $F = p \cdot S$, нагрузка
наблюдается — не мед-
ленно



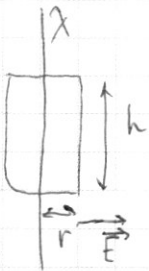


$\angle BKC = 2\alpha$ - внешний угол при вершине K $\triangle ABK$.
 $AK = KC = BK$ - медиана, проведенная к гипотенузе
 прямоугол. $\triangle ABC$.

1) Рассмотрим взаимодействие K с пластиной BC.



Возьмем пластину толщиной $dx \rightarrow 0$.
 Эквивалентно
 Пленка с нее \rightarrow пленка с беск. равномерной
 зарядкой λ ; $dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

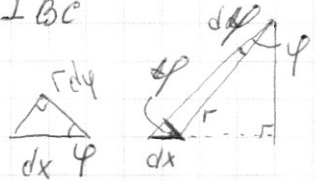


по г. Гаусса: $\frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r h \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$

$\lambda = \sigma dx$ в нашем случае

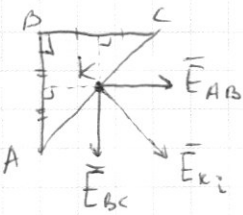
Вектор симметрично направлен вертикально \Rightarrow
 $E_{BC} = 2 \int dE \cdot \cos \varphi$; $dx = r \cdot d\varphi \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$

т.к. K лежит на сфере
 / к AB и BC.
 $\perp BC$



$E_{BC} = \int_0^\alpha \frac{\sigma \cdot \cos \varphi}{2\pi r \epsilon_0} \cdot \frac{r d\varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^\alpha d\varphi = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\sigma}{4 \epsilon_0}$

AB вынута K под углом $\pi - 2\alpha = \frac{\pi}{2} = 2\alpha \Rightarrow$ если зарядить
 ее тем же σ , $E_{AB} = \frac{\sigma}{4 \epsilon_0}$.



$\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB} = \vec{E}_{K1}$; $|\vec{E}_{K1}| = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = E_{BC} \sqrt{2}$

по г. Пифагора $\Rightarrow \frac{E_{K1}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$

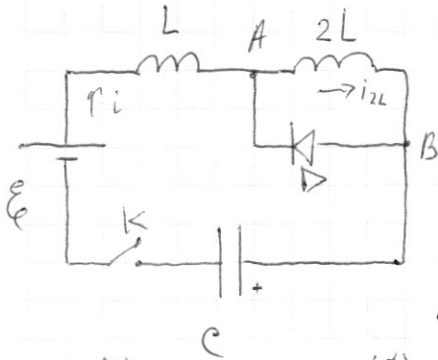
2) Уг н. 1: $E_{BC2} = \frac{2\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^\alpha dx = \frac{2\sigma}{7 \epsilon_0}$; $E_{AB2} = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^\beta d\beta = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \beta$, где

$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{5}{14} \pi \rightarrow E_{AB2} = \frac{5\sigma}{14 \epsilon_0}$. $\vec{E}_{K2} = \vec{E}_{AB2} + \vec{E}_{BC2}$; $E_{K2} = \sqrt{E_{K2}^2 + E_{AB2}^2}$;

$E_{K2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{4}{49} + \frac{25}{4 \cdot 49}} = \frac{\sigma}{7 \epsilon_0} \sqrt{16 + 25} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sigma \sqrt{41}}{14 \epsilon_0}$

Ответ: $\frac{E_{K1}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$; $E_{K2} = \frac{\sigma \sqrt{41}}{14 \epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



нч

В условии ничего не сказано \Rightarrow

1) Диод идеальной \Rightarrow в напр. АВ ток не пропускает (соответствует случаю $i > 0$), а в напр. ВА ($i < 0$) через D течет весь ток. Учтем два решения: точки А и В равноправны, можно их поменять.

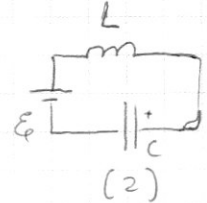
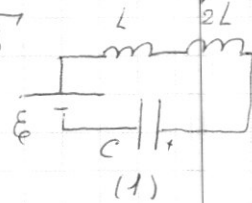
Δ (2) открыт; Δ (1) закрыт. по 3-му послед. соединению для катушек индуктивности.

(1): $L_{\Sigma} = L_1 + L_2 = 3L$; $i_L = i_{2L} = i$; $T_1 = 2\pi\sqrt{L_{\Sigma}C}$ - ср-ла Томпсона.

ε не вылетит на период, а лишь сдвигает положение равновесия.

$T_1 = 2\pi\sqrt{3LC}$. Этот период длится $t_1 = \frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{LC \cdot 3}$

(2) $L_{\Sigma} = L$; $i_L = i_L = i$; $i_{2L} = 0$. $T_2 = 2\pi\sqrt{LC}$
 $\rightarrow T = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1)$ $t_2 = \pi\sqrt{LC} = \frac{T_2}{2}$



Переключение ш/у решениями происходит мгновенно, т.к. это происходит при $i = 0$. (через катушку соот. периода, т.к. $(\omega \cdot t)_i = \pi \Rightarrow \sin(\omega t) = 0 \Rightarrow i = 0$ $\sum \text{чт} \neq 0$)

2) T не происходит во время решения 1. (т.к. во время (2) $i_{2L} = 0$)

составим ур-е колебаний: $\epsilon - 3L \cdot \ddot{q} = \frac{q}{C}$; $\ddot{q} + \frac{q}{3LC} = \frac{\epsilon}{3L}$

$\Rightarrow q_{\pm} = A \cos \omega_1 t + B \sin \omega_1 t + C_0$, где $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$

$q(0) = 0 \Rightarrow A = -C_0$; $C_0 = \epsilon \cdot 3C$ - равновесный заряд ($C_0 = \text{const}$)

$i(0) = 0 \Rightarrow B = 0 \Rightarrow q_1 = \epsilon C (1 - \cos \omega_1 t)$

$i_1 = \dot{q}_1 = \epsilon C \cdot \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t$; $i_1 = \epsilon C \cdot \frac{1}{\sqrt{3LC}} \cdot \sin \omega_1 t$. $i_1 = i_{\max} = \epsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}} = I_{\text{IM}}$

Прод. на стр 4

№4, прог.

3) найдем макс. ток в резисторе R , сравним его с I_{M1} . Если окажется больше, то это и есть требуемый I_{M2} . Если нет, то $I_{M1} = I_{M2}$.

Ур-е колебаний: $+E - L \cdot \ddot{q} = \frac{q}{C_1 + C_2} \rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = +\frac{E}{L}$

\rightarrow аналогично п.2: $q_2 = E C (-\sin \omega_2 t)$, где $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, т.к. $i_2(0) = 0 \rightarrow \beta_2 = 0$

$i_2 = -E C \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \sin \omega_2 t \Rightarrow i_{2max} = E \sqrt{\frac{C}{L}} > I_{M1}$

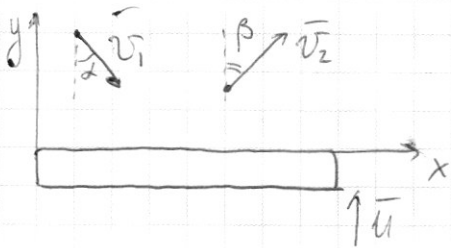
$q_2(0) = -E C = A_2 + C_2$
 $\text{т.к. } C_2 = +E C$
 const

$\Rightarrow I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$

" " говорит только о направлении.

Ответ: $T = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + 1)$; $I_{M1} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$; $I_{M2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$

№1



столкновение неупругое \Rightarrow закон сохранения импульса работает, а энергии - нет.

Плоская шероховатая \Rightarrow горизонтальных сил нет

\Rightarrow по 3ЗМ в направлении на OX: $m v_{1x} = m v_{2x}$

$\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$; $v_2 = v_1 \cdot \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{3}{2} v_1$; $v_2 = 12 \text{ м/с}$

перейдем в с.о. центра. $v_{1y} = -v_1 \cos \alpha$ - в абсолютной с.о.

$U_{1y} = +v_{1y} - u = -v_1 \cos \alpha - u$; $U_{2y} = -u_{2y} - u$ - по 3-му сохр. импульса (OY)

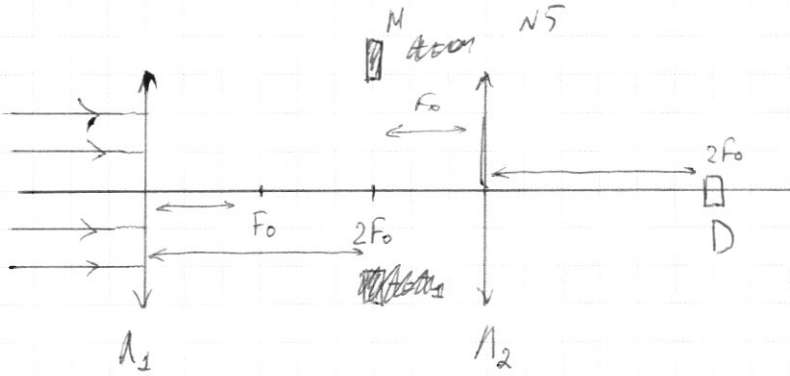
$\Rightarrow v_{2y} = +v_1 \cos \alpha + u + u = v_1 \cos \alpha + 2u$; $v_{2y} = v_2 \cos \beta$ - в абс. с.о.

$v_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{16}} + 2u = v_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}}$; $-v_1 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + v_1 \cdot \frac{3}{4} \sqrt{3} = 2u$; $2u = \frac{v_1}{4} (3\sqrt{3} - \sqrt{7})$

$\Rightarrow u = \frac{1}{8} v_1 (3\sqrt{3} - \sqrt{7})$; $u = \frac{1}{8} \cdot (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с} > 0$

Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$; $u = \frac{1}{8} (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



L_1 собирает ^{света} пучок в
фокусе (F_0) в соответствии
с формулой тонкой линзы
 $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, где d - расстояние

до предмета ($d_1 \rightarrow \infty$); f - расстояние до изображения.

$$\text{Для } L_2 \quad d_2 = 3F_0 - F_0 = 2F_0 \rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0}$$

$\Rightarrow \underline{f_2 = 2F_0}$. Мощность P зависит от того, что падает на L_2 .

2) Интенсивность света: $I_c = \frac{dW}{S \cdot dt}$, т.е. энергия, проходящая через площадку S за время dt .

но $\frac{dW}{dt} = P$, т.е. $I_c = \frac{P}{S}$. Ток падает до I_1 , потому что линза M перекрывает часть света, а вместе с ней - и энергию.

I_1 - когда M полностью прикрывает на себе свет (полностью освещена)

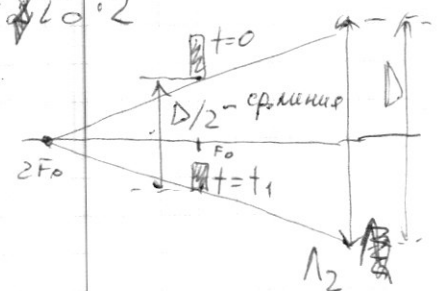
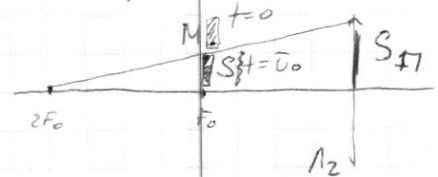
$I_c = \text{const} \Rightarrow P \sim S$; $S_0 = \pi \frac{D^2}{4}$; $S_1 = \pi \left(\frac{D^2}{4} - \frac{d^2}{4} \right)$, d - диаметр линзы, $S_{\pi} = S \cdot \frac{(2F_0)^2}{F_0^2} = 4S = 4 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$.

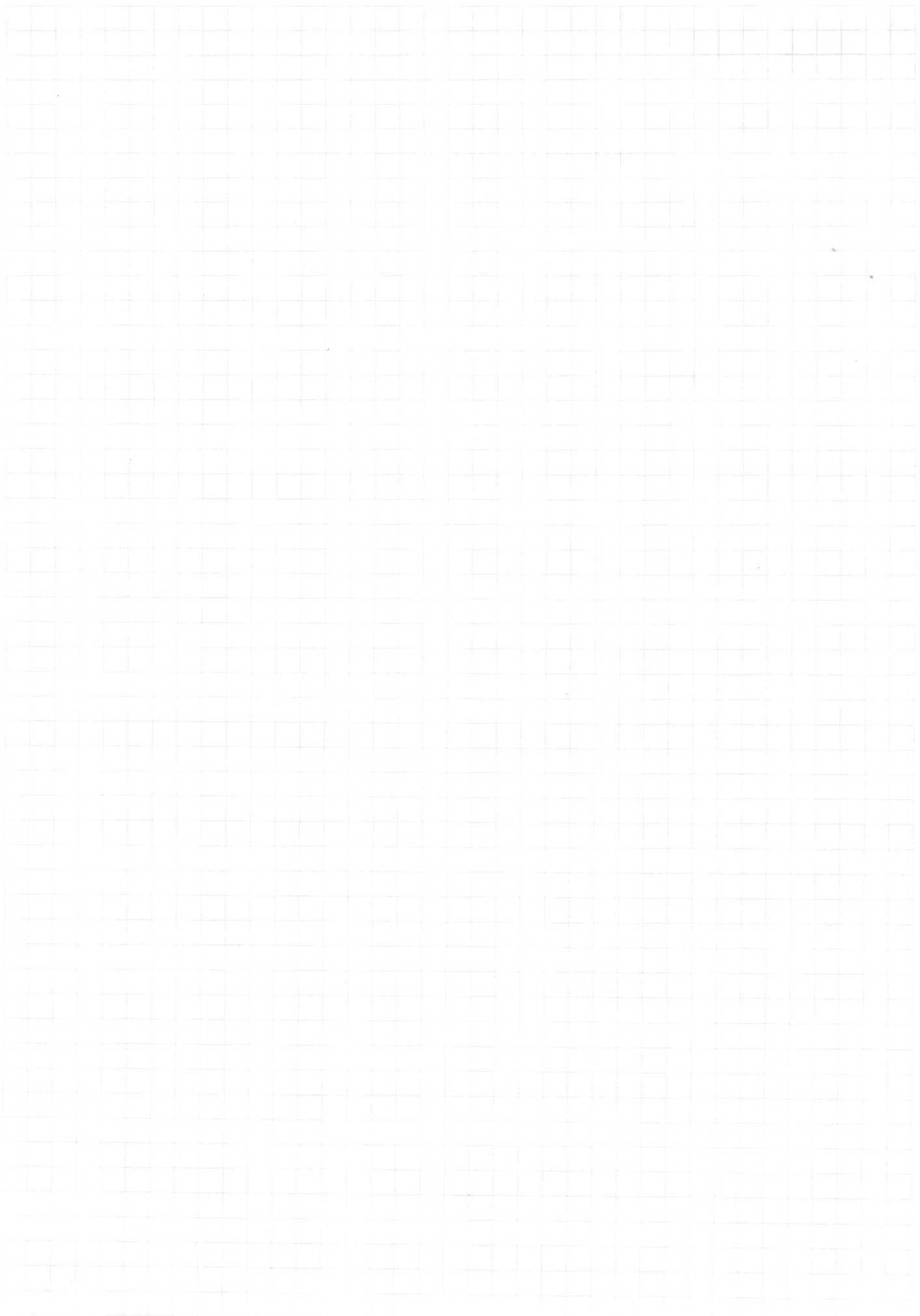
$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1}{S_0} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{D^2 - d^2}{D^2} \Rightarrow d = \frac{1}{4} D.$$

За T_0 линза "заехала" на всю свою длину $\rightarrow T_0 = \frac{d}{v} \rightarrow v = \frac{D}{4T_0}$

т.к. ток все еще I_1 $\frac{D/2}{2 \cdot \frac{D}{4T_0}} = \frac{D/2}{D/2T_0} = T_0 \cdot 2$
за t_1 линза проехала равно $\frac{D}{2}$

Ответ: $f_2 = 2F_0$; $v = \frac{D}{4T_0}$; $t_1 = T_0 \cdot 2$





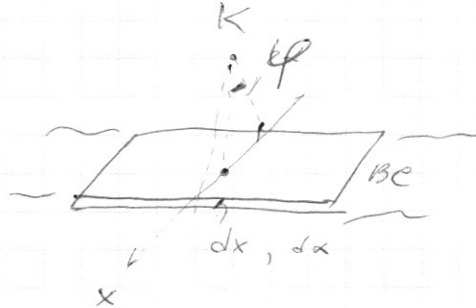
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 831 \\ 150 \\ \hline 41550 \\ 831 \\ \hline 124650 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83,1 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 1246,5 \end{array}$$



$$\frac{\lambda h}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r h$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$\lambda = \sigma \cdot dx$$

$$dE = \frac{k \cdot \sigma \cdot dx}{r^2}$$

$$dx = r d\varphi, \quad r = h / \cos \varphi, \quad dE_n = E \cdot \cos \varphi$$

$$E_z = 2 \int \frac{k \sigma dx}{r^2} = 2k \int \frac{\sigma r d\varphi}{r^2} = 2k \int \frac{\sigma \cos \varphi d\varphi}{h}$$

$$E_z = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma dx \cdot \cos \varphi}{2\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{r d\varphi \cdot \cos \varphi}{r^2} = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi} d\varphi = \frac{\sigma}{\pi \epsilon_0} \int_0^{\pi/2} 1 d\varphi = \frac{\sigma \cdot \pi/2}{\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$- \mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = \mathcal{E}, \quad i = \dot{q}$$

$$I = \frac{k r^2 \cdot \mu^2}{c^2 \cdot \mu^2} \cdot \frac{\mathcal{E}}{k r} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \cdot \frac{\mu^2}{r}$$

$$P = \sqrt{2 p v I} \rightarrow \frac{H^2}{\mu^2} = \frac{k r}{\mu^2} \cdot \frac{\mu}{c} \cdot I$$

$$P = I \cdot S = I \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} \rightarrow V_1' = V_2' = \frac{1}{2} (V_2 + \frac{3}{5} V_2) = \frac{4}{5} V_2$$

$$P \cdot \frac{4}{5} V_2 = 2RT \rightarrow \frac{P}{P_2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{T}{T_2}$$

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{A} \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ so} = 150 \cdot 8,31$$

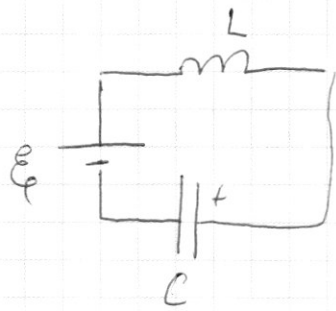
$$q(0) = \mathcal{E} C = A + C$$

$$\frac{\mathcal{E}}{L} = \ddot{q} + \frac{1}{LC} q \rightarrow C_2 = \mathcal{E} C, \quad \mathcal{E} C = A + C_2$$

$$i(t) = \omega (A \sin \omega t + B \cos \omega t), \quad A = + 2 \mathcal{E} C$$

$$q(t) = \mathcal{E} C (2 \cos \omega t - 1)$$

$$\begin{array}{r} 6,3 \\ 6,3 \\ \hline 189 \\ 378 \\ \hline 39,62 \end{array}$$



$$\mathcal{E}_0 + L\ddot{q} = \frac{q}{C}$$

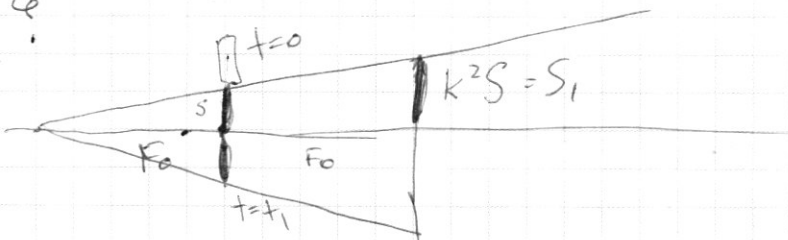
$$\dot{q} < 0;$$

$$\frac{\mathcal{E}_0}{L} = \ddot{q} + \frac{q}{LC}, \quad q(0) = 2\mathcal{E}_0 C = A + C_2$$

$$\dot{q}(0) = 0 \rightarrow B = 0$$

$$\ddot{q}(0) = -A\omega^2 \cdot \cos(\omega t)$$

\mathcal{E}_0



$$S_1 = \pi \frac{D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \cdot 4$$

$$\frac{S_0 - 4S}{S_0} = \frac{3}{4} \quad ; \quad 4S_0 - 16S = 3S_0 \rightarrow S = \frac{1}{16} S_0$$

$$d^2 = \frac{1}{16} D^2 \rightarrow \underline{d = \frac{1}{4} D}$$

$$V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$t_1 = \frac{D}{2V} = \frac{D \cdot 4\tau_0}{2 \cdot D} = 2\tau_0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)