



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

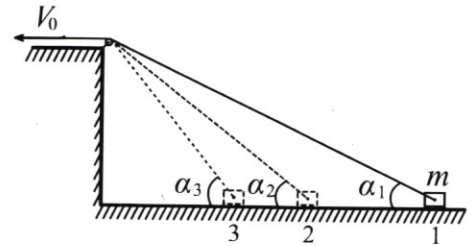
Класс 11

Вариант 11-07

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой  $m$  подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью  $V_0$ . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых  $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$ ,  $\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$ ,  $\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$ . От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время  $t_{12}$ .

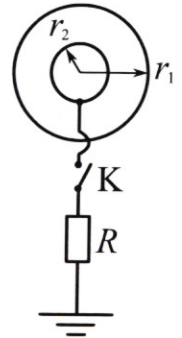


- 1) Найти скорость  $V_3$  груза при прохождении точки 3.
- 2) Найти работу лебедки  $A_{13}$  при перемещении груза из точки 1 в точку 3.
- 3) Найти время  $t_{23}$  перемещения груза из точки 2 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура  $T_0 = 373 \text{ K}$ . Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом  $V_1$ , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление  $P_0/7$ , где  $P_0$  - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

- 1) Найти объем  $V_2$  воздуха в сосуде после переворачивания.
  - 2) Найти изменение массы  $\Delta m$  воды.
  - 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.
- Удельная теплота испарения воды  $L$ , молярная масса воды  $\mu$ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

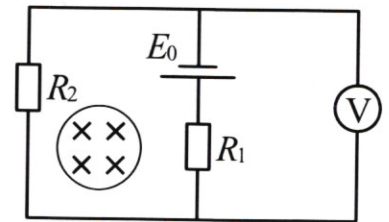
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами  $r_1$  и  $r_2$  образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд  $-Q_0$ , где  $Q_0 > 0$ . Внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ  $K$  и резистор  $R$ . Ключ замыкают.



- 1) Найти заряд  $q$  внутреннего шара после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию  $W_0$  электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты  $W$  выделится в резисторе  $R$  после замыкания ключа?

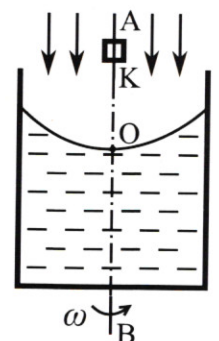
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 2R$ , идеальный источник с ЭДС  $E_0$ , вольтметр с сопротивлением  $R_V = 4R$  (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения  $S$ .



- 1) Найти показание  $V_1$  вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- 2) Найти показание  $V_2$  вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью  $\Delta B / \Delta t = k > 0$ .

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью  $\omega = 5 \text{ c}^{-1}$  вокруг вертикальной оси  $AB$ , совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры  $K$ , расположенной на оси вращения.



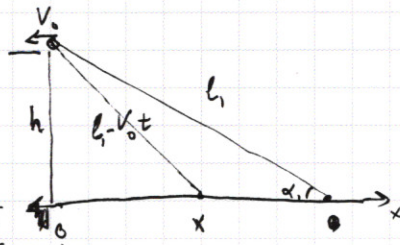
- 1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке  $O$ .
  - 2) На каком расстоянии от точки  $O$  будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?
- Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $l_1$  - длина троса в момент времени  $t_1$ , когда угол с осью  $\alpha_1$ ,  
 $h$  - высота сместа



$$\begin{cases} \sin \alpha_1 = \frac{h}{l_1}; \\ \sin \alpha_2 = \frac{h}{l_1 - V_0 t_{12}}; \end{cases} \Rightarrow \frac{l_1 - V_0 t_{12}}{l_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{V_0 t_{12}}{l_1} = \frac{1}{2}; \Rightarrow \frac{V_0 t_{12}}{l_1} = \frac{1}{2}; \quad l_1 = 2 V_0 t_{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{h}{2 V_0 t_{12}} \Rightarrow h = \frac{1}{2} V_0 t_{12}$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{h}{l_1 - V_0 t_{12} - V_0 t_{23}} = \frac{4}{5}; \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} V_0 t_{12}}{V_0 t_{12} - V_0 t_{23}} = \frac{4}{5}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 V_0 t_{12} = 8 V_0 t_{12} - 8 V_0 t_{23}; \Rightarrow 8 V_0 t_{23} = 3 V_0 t_{12} \Rightarrow t_{23} = \frac{3}{8} t_{12}$$

$x(t) = \sqrt{(l_1 - V_0 t)^2 - h^2}$  - зависимость расстояния от ~~момента~~ <sup>сместа</sup> ~~вм~~ <sup>времени</sup>

$x(t) = \sqrt{(2 V_0 t_{12} - V_0 t)^2 - (\frac{1}{2} V_0 t_{12})^2} = V_0 \sqrt{(2 t_{12} - t)^2 - \frac{1}{4} t_{12}^2}$

с момента когда угол с осью  $\alpha_1$

$$\frac{dx}{dt} = V_0 \frac{-2(2 t_{12} - t)}{2 \sqrt{(2 t_{12} - t)^2 - \frac{1}{4} t_{12}^2}} = -V_0 \frac{2 t_{12} - t}{\sqrt{(2 t_{12} - t)^2 - \frac{1}{4} t_{12}^2}} = V(t)$$

$$t_{13} = t_{12} + t_{23} = \frac{11}{8} t_{12}$$

$$V(t_{13}) = -V_0 \frac{\frac{5}{8} t_{12}}{\sqrt{\frac{25}{64} t_{12}^2 - \frac{1}{4} t_{12}^2}} = -V_0 \frac{\frac{5}{8} t_{12}}{\sqrt{\frac{9}{64} t_{12}^2}} = -V_0 \cdot \frac{\frac{5}{8} t_{12}}{\frac{3}{8} t_{12}} = -\frac{5}{3} V_0; \quad V_3 = \frac{5}{3} V_0$$

$$V(0) = -V_0 \frac{2 t_{12}}{\sqrt{4 t_{12}^2 - \frac{1}{4} t_{12}^2}} = -V_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{15}}; \quad V_1 = \frac{\sqrt{15}}{15} V_0$$

$V_1; V_3$  - скорости в моменты  $t_1$  и  $t_3$  соответственно.

Продолжите на стр. 2



продолжение задачи 1.

$$A_{13} = E_{k3} - E_{k1} = \frac{mV_3^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} \left( \frac{25^{15}}{9} - \frac{1^{13}}{15} \right) = \frac{mV_0^2}{2} \cdot \frac{122}{45} = \frac{61}{45} mV_0^2$$

Ответ: 1)  $V_3 = \frac{5}{3} V_0$

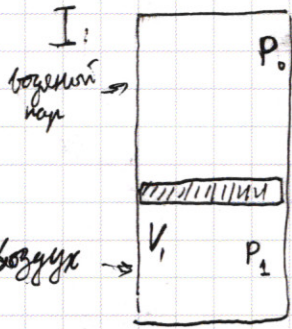
2)  $A_{13} = \frac{61}{45} mV_0^2$

3)  $t_{23} = \frac{3}{8} t_{12}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

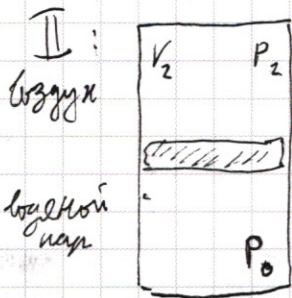
2.  $P_{н.п.} = P_0$  (при температуре  $T_0 = 373\text{K} = 100^\circ\text{C}$  давление насыщенного пара водяного пара равно нормальному атмосферному давлению)



$P_1$  - давление воздуха до переворота.

$$P_1 = P_0 + \frac{P_0}{7} = \frac{8}{7} P_0$$

$P_1 V_1 = \nu R T_0$ ;  $\nu$  - кол-во вещества (воздуха).  
уравнение состояния идеального газа.



$$P_0 = P_2 + \frac{P_0}{7} \Rightarrow P_2 = \frac{6}{7} P_0$$

$P_2$  - давление воздуха после переворота.

$P_2 V_2 = \nu R T_0$  (уравнение состояния идеального газа)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{8}{7} P_0 V_1 = \frac{6}{7} P_0 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{4}{3} V_1$$

так как  $V_2 > V_1$ ,  $\Rightarrow$  часть воды конденсировалась.

$V$  - объем всего сосуда.

(I)  $P_0 (V - V_1) = \nu_{\text{пара}} R T_0$  - уравнение состояния идеального газа для водяного пара до переворота.

(II)  $P_0 (V - V_2) = \nu_{\text{пара}} R T_0$  - ... после переворота.

(I) - (II):

$$P_0 (V_2 - V_1) = \Delta \nu R T_0 \quad (\Delta \nu \text{ изменение количества вещества водяного пара})$$

$$\frac{P_0 V_1}{3} = \Delta \nu R T_0 \Rightarrow \Delta \nu = \frac{P_0 V_1}{3 R T_0}$$

$$\Delta m = \mu \Delta \nu = \mu \frac{P_0 V_1}{3 R T_0} \quad (\Delta \nu \text{ водяного пара конденсировалось и ушло в нижнюю часть})$$

Продолжение на стр. 4.



Продолжение задачи 2.

Содержимое сосуда изменило свою внутреннюю энергию только за счет конденсации водяного пара:

$$\Delta U = L \Delta m = \mu L \frac{p_0 V_1}{3RT_0}$$

Ответ: 1)  $V_2 = \frac{4}{3} V_1$

2)  $\Delta m = \mu \frac{p_0 V_1}{3RT_0}$

3)  $\Delta U = \mu L \frac{p_0 V_1}{3RT_0}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. После замыкания ключа  $K$  через некоторое время потенциалы внутреннего шара и Земли сравнялись.

Найдем потенциал на поверхности внутреннего шара после замыкания ключа  $K$ .  $q$  - заряд внутреннего шара.

$$\varphi = \frac{kQ_0}{r_1} + \frac{kq}{r_2} \quad \text{— по принципу суперпозиции.}$$

$\varphi = 0$  так как шар заземлен.

$$\frac{q}{r_2} = -\frac{Q_0}{r_1} \Rightarrow q = -\frac{r_2}{r_1} Q_0 > 0$$

$\varphi_1$  - потенциал на поверхности внешнего шара до замыкания ключа.

$$\varphi_1 = \frac{kQ_0}{r_1}; \quad W_0 = Q_0 \varphi_1 = \frac{kQ_0^2}{r_1}$$

Эн. поле вне шаров равно нулю энергии нет, так как функции нет зарядов и как следствие нет поле.

$$W_1 = Q_0 \left( \frac{k(Q_0+q)}{r_1} + q \left( \frac{kQ_0}{r_1} + \frac{kq}{r_2} \right) \right) \quad \text{— энергия поля после замыкания ключа.}$$

$\nearrow$  потенциал на внешней сфере       $\nwarrow$  потенциал на внутренней сфере.

$$W_1 = \frac{kQ_0^2}{r_1} + \frac{kQ_0 q}{r_1}; \quad (W_1 < W_0)$$

$$W = W_0 - W_1 = -\frac{kQ_0 q}{r_1} = \frac{kQ_0^2}{r_1^2} r_2$$

Продолжение на стр. 6



Продолжите задачу 3.

Так как единственное место где могла бы сосредоточиться энергия это резистор, то вся энергия равная изменению энергии электрического поля сосредоточится на резисторе.

Ответ: 1)  $-\frac{\sqrt{2}}{r_1} Q_0 = q$

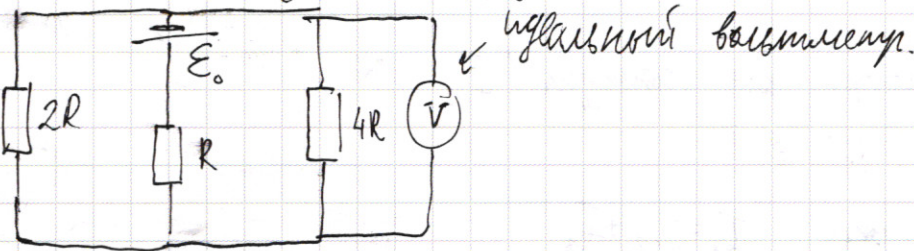
2)  $W_0 = \frac{k Q_0^2}{r_1}$

3)  $W = \frac{k Q_0^2}{r_1^2} r_2$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

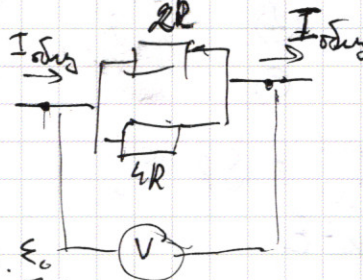
4.5) Когда магнитное поле не изменяется, то оно не создаст вокруг себя вихревое ~~магнитное~~ электрическое поле. Таким образом не оказывая никакого влияния на эл. цепь.



Резисторы  $2R$  и  $4R$  — параллельны, и подключены последовательно с резистором  $R$ .

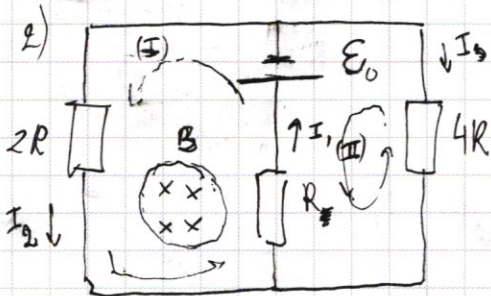
$$R_{\text{экв.}} = \frac{2R \cdot 4R}{2R + 4R} + R = \frac{4}{3}R + R = \frac{7}{3}R$$

$$I_{\text{общ.}} = \frac{E_0}{\frac{7}{3}R} = \frac{3}{7} \cdot \frac{E_0}{R}$$



$$V_1 = \frac{2R \cdot 4R}{2R \cdot 4R} \cdot I_{\text{общ.}} = \frac{4}{3}R \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{E_0}{R} = \frac{4}{7}E_0$$

$V_1 = \frac{4}{7}E_0$



Так как магнитное поле возрастает, то по правилу Ленца, в контуре будет создаваться вихревое электрическое поле, противодействующее его возрастанию, то есть направленно:



Такое поле создает вихревое эл. поле направленно против часовой стрелки.

Продолжение на стр. 8.



используем закон 4.  
 Запишем уравнение э. тока по внутренней контуре, в  
 которой находится магнитный сердечник (I)

$$\epsilon_0 + I_2 \cdot 2R + I_1 R = \epsilon_{\text{вихр.}}$$

$$|\epsilon_{\text{вихр.}}| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| -\frac{S \Delta B}{dt} \right| = \left| -\frac{S \Delta B}{dt} \right| = |Sk| = Sk$$

Берем по модулю, так как мы уже определили ~~свои~~ направление  
 вихревого э. тока.

Запишем закон Кирхгофа для контура (II)

$$-I_3 \cdot 4R + \epsilon_0 - I_1 R = 0$$

$$\text{Закон Кирхгофа для тока: } I_1 = I_2 + I_3$$

$I_1 < 0$ ;  $I_2 < 0$ ;  $I_3 < 0$  - так как ток направит вправо

$$\begin{cases} \epsilon_0 + I_2 \cdot 2R + I_1 R = Sk & (1) \\ I_3 \cdot 4R + \epsilon_0 + I_1 R = 0 & (2) \\ I_1 = I_2 + I_3 & (3) \end{cases}$$

$$\text{из (1)} \quad 2R \cdot I_2 + R(I_2 + I_3) = Sk - \epsilon_0$$

$$3R I_2 + R I_3 = Sk - \epsilon_0$$

$$(2) \quad 4R \cdot I_3 + R(I_2 + I_3) = -\epsilon_0$$

$$R I_2 + 5R I_3 = -\epsilon_0$$

$$\begin{cases} (1) \quad 3R I_2 + R I_3 = Sk - \epsilon_0 \\ (2) \quad 3R I_2 + 5R I_3 = -\epsilon_0 \end{cases} \Rightarrow 14R I_3 = -2\epsilon_0 - Sk; \quad R I_3 = -\frac{2\epsilon_0 + Sk}{14}$$

$$V_2 = |I_3 \cdot 4R| = \frac{4}{7} \cdot \frac{2\epsilon_0 + Sk}{2} \quad (\text{при } k=0 \quad V_1 = V_2)$$

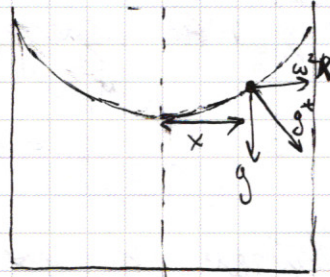
$$\text{Ответ: 1) } V_1 = \frac{4}{7} \epsilon_0$$

$$2) \quad V_2 = \frac{4}{7} \cdot \frac{2\epsilon_0 + Sk}{2}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Найдите эквивалентное ускорение свободного падения  $g^*$  на поверхности тонкой, на расстоянии  $x$  от оси вращения.



$a = \omega^2 x = \frac{v^2}{x}$  - центростремительное ускорение по окружности радиуса  $x$ .

Вектор эквивалентного ускорения  $g^*$  направлен перпендикулярно поверхности тонкости.

Так как поверхность тонкой тонкости будет параболой, то её можно задать уравнением:  $y = kx^2$   $k$  - коэффициент при  $x^2$

$$y' = 2kx$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2kx; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 x}{g} \Rightarrow k = \frac{\omega^2}{2g}$$

Уравнение, задающее поверхность тонкости:  $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$

Рассмотрим окружность радиуса  $R$  касательную к параболы «сверху» в точке  $O$ :

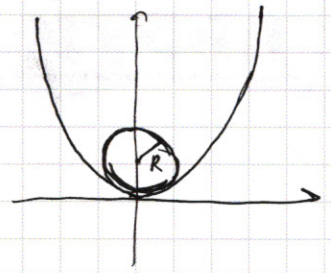
$$x^2 + (y - R)^2 = R^2 \quad \text{— уравнение окружности}$$

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 \quad \text{— уравнение параболы.}$$

Продолжение на стр. 10



$$\frac{2gy}{\omega^2} + (y - R)^2 = R^2 \quad \text{изобразиме график 5}$$



$$y^2 + \frac{2gy}{\omega^2} - 2Ry = 0; \quad y=0$$

$$y = 2R - \frac{2g}{\omega^2}$$

Радиус кривизны равен наибольшему радиусу касающейся окружности, которая не пересекает параболу.

$$R = \frac{g}{\omega^2}$$

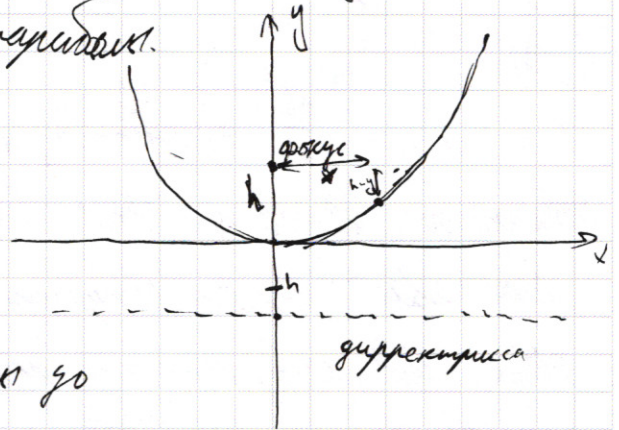
$$R = \frac{10 \frac{m}{c^2}}{(5 \frac{1}{c})^2} = 0,4 \text{ м}$$

~~Рассмотрим~~ Найдем фокусное расстояние, используя главным оптическим свойством параболы.

$h$  - фокусное расстояние,

Тогда парабола задается уравнением:

$$\sqrt{x^2 + (h-y)^2} = h+y$$



расстояние от любой точки параболы до фокуса, равно расстоянию до директрисы.

$$x^2 + h^2 - 2hy + y^2 = h^2 + 2hy + y^2$$

$$x^2 = 4hy; \quad y = \frac{x^2}{4h} \Rightarrow k = \frac{1}{4h} \Rightarrow \frac{\omega^2}{2g} = \frac{1}{4h}$$

$$h = \frac{g}{2\omega^2}; \quad h = \frac{10 \frac{m}{c^2}}{2 \cdot (5 \frac{1}{c})^2} = 0,2 \text{ м}$$

Главное оптическое свойство параболы — все лучи параллельные ей или вертикально облучаются в её фокусе.

Случай 1)  $R = \frac{g}{\omega^2} = 0,4 \text{ м}$

2)  $h = \frac{g}{2\omega^2} = 0,2 \text{ м}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$\sin \alpha = \frac{h}{l_0 - \sigma t}$ ;  $\cos \alpha = \frac{x}{l_0 - \sigma t}$

$\text{ctg}^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1$

$\text{ctg} \alpha = \frac{x}{h}$

$x = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} h$

$x_1 = \sqrt{h^2 - (l_0 - \sigma t_1)^2}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{2(l_0 - \sigma t_1)^2}{2\sqrt{h^2 - (l_0 - \sigma t_1)^2}}$

$x = \sqrt{(l_0 - \sigma t)^2 - h^2}$ ;  $\sigma_x = \frac{2(l_0 - \sigma t) \cdot (-\sigma)}{2\sqrt{(l_0 - \sigma t)^2 - h^2}}$

$\frac{h}{l_0 - \sigma t_1} = \frac{1}{4}$ ;  $4h = l_0 - \sigma t_1$

**E.S.d**

$I(t) = \frac{\Delta \varphi}{R}$

$\Delta \varphi = \frac{k Q_0}{r_1} + \frac{k q(t)}{r_2}$

2.

$T_0 = 100^\circ\text{C}$   $P_{\text{н.п}} = P_0$

$P_1 = P_0 + \frac{P_0}{7} = \frac{8}{7} P_0$

$P_0 V_1 = \nu R T_0$

$P_0 V_2 = \nu R T$

$P_0 = P_2 + \frac{P_0}{7}$ ;  $P_2 = \frac{6}{7} P_0$

3.

$\varphi_1 = \frac{k(Q_0 + q)}{r_1}$

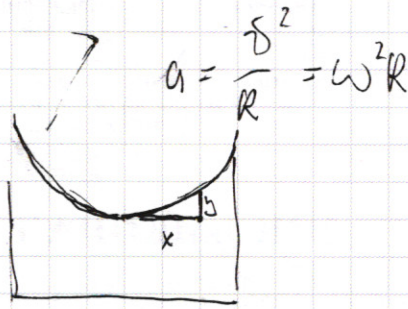
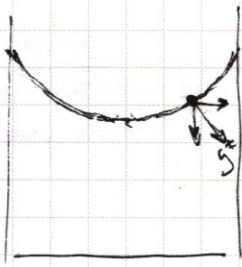
$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{kq}{r_2}$

$\varphi_2 = \int_{+\infty}^{r_2} \frac{k(Q_0 + q)}{r^2} dr = \frac{k(Q_0 + q)}{r_2}$ ;  $\varphi_2 = \varphi_1 + \int_{r_1}^{r_2} \frac{kq}{r^2} dr = \varphi_1 + \frac{kq}{r_2} - \frac{kq}{r_1}$

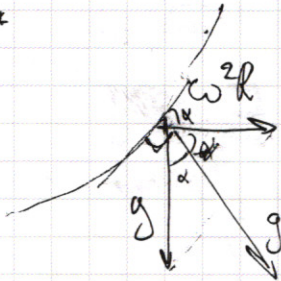
$-\frac{Q_0}{r_1} = \frac{q}{r_2}$ ;  $q = -\frac{r_2}{r_1} Q_0$

$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{kq}{r_2} - \frac{kq}{r_1} = \frac{kQ_0}{r_1} + \frac{kq}{r_2} = 0$





$\alpha^*$



$$yz = \rho g h = \rho g y = \rho \omega^2 R$$

$$\frac{c^2}{M}$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{c^2}{M} \cdot M^2 = M$$

$$y = kx^2$$

$$y' = 2kx$$

$$\tan \alpha = \frac{\omega^2 R}{g}$$

$$2kx = \frac{\omega^2 R}{g}$$

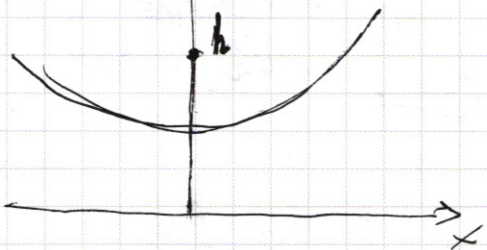
$$k = \frac{\omega^2 R}{2g}$$

$$y = \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2$$

~~xxxx~~

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

$$k = \frac{\omega^2}{2g}$$



$$x^2 + (h-y)^2 = y^2$$

$$x^2 + h^2 - 2ky = 0$$

$$x^2 + h^2 = 2ky$$

$$xy = \frac{x^2 + h^2}{2k}$$

$$\int x^2 + (y-R)^2 = R^2$$

$$y = kx^2$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$I(t) = \frac{\Delta\varphi}{R};$$

$$\frac{dq}{dt} R = \frac{kQ_0}{r_1} + \frac{kq}{r_2};$$

$$q = -\frac{r_2}{r_1} Q_0.$$

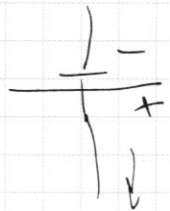
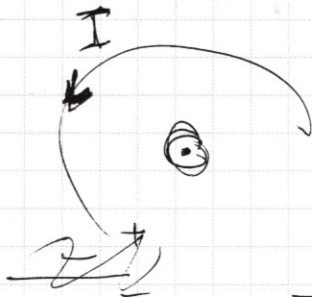
$$q(t) = q_0 e^{\lambda t}$$

~~q\_0 R \lambda / k~~

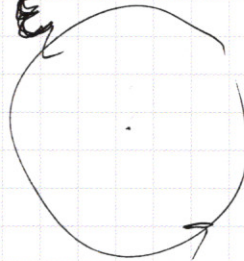
$$Q_0 \frac{k(Q_0 + q)}{r_1} + q \left( \frac{kQ_0}{r_1} + \frac{kq}{r_2} \right) =$$

$$= Q_0 \frac{k(Q_0 + q)}{r_1} +$$

4.

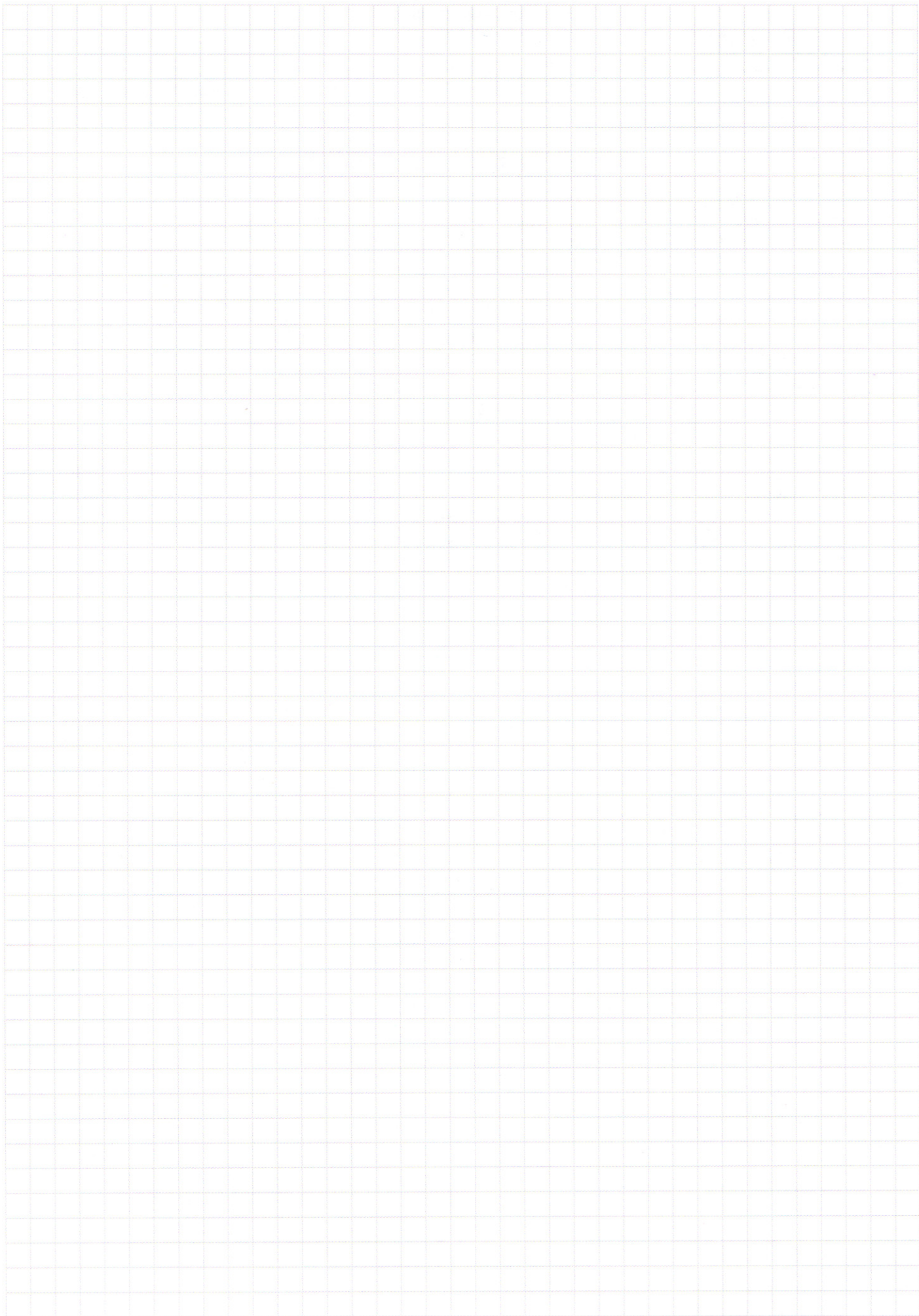


$B \rightarrow$



$$E = -\frac{dB}{dt}$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)