



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

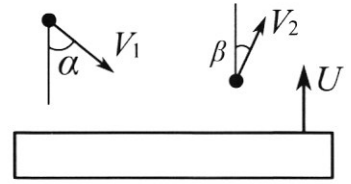
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 6$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

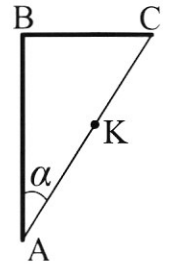


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве  $\nu = 6/25$  моль. Начальная температура гелия  $T_1 = 330$  К, а неона  $T_2 = 440$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными.  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

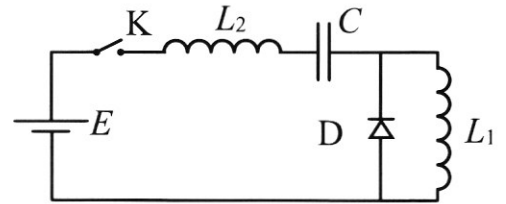
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



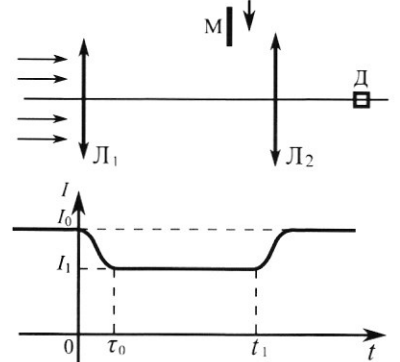
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/8$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 3L, L_2 = 2L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_2$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{01}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{02}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $F_0$  и  $F_0/3$ , соответственно. Расстояние между линзами  $1,5F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $5F_0/4$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 8I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
  - 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .
- Известными считать величины  $F_0, D, \tau_0$ .



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#### Задача 1

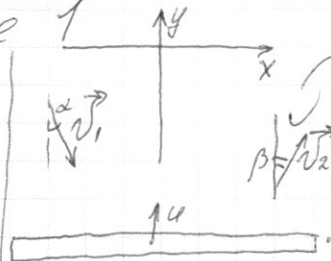
Дано:

$$v_1 = 6 \frac{m}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$u_2, u_1$  - ?

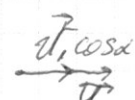


Решение

1) Поверхность гладкая, что означает отсутствие трения при соударении и выполнении закона сохранения импульса на  $Ox$ .

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

2) Рассмотрим движение по  $Oy$ .



Относительно плиты тело будет иметь скорость  $v_1 \cos \alpha + u$ . При абс. неупр. соударении  $v_{2y} = u$ , а при абс. упругом -  $v_1 \cos \alpha + v_1 \cos \beta$ .

тогда относительно ИО -  $v_1 \cos \alpha + 2u$ . Получаем возможные значения  $v_{2y}$ :

$$u \leq v_1 \cos \alpha + 2u \leq v_2 \cos \beta \Leftrightarrow \begin{cases} u \geq -v_1 \cos \alpha \\ u \leq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} \end{cases}$$

$$-v_1 \cos \alpha \leq u \leq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$-6 \frac{2\sqrt{5}}{3} \frac{m}{c} \leq u \leq \frac{12 \frac{2\sqrt{5}}{3} - 6 \frac{2\sqrt{5}}{3} m}{2 c}$$

$$-5\sqrt{5} \frac{m}{c} \leq u \leq (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}, \quad 4\sqrt{2} > \sqrt{5}$$

$$-25\sqrt{5} \frac{m}{c} \leq u \leq (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}$$

$$(4\sqrt{2} > \sqrt{5})$$

Ответы: 1)  $12 \frac{m}{c}$ , 2)  $-25\sqrt{5} \frac{m}{c} \leq u_y \leq (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}$  ( $u_y$  - проекция на  $Oy$ )

## Задача 2

Дано:

$$\nu = \frac{6}{25} \text{ моль}$$

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K}$$

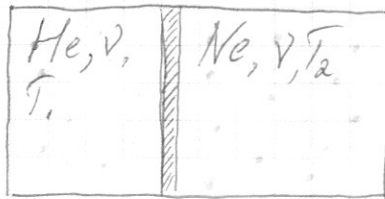
$$i = 3$$

1)  $\frac{V_{10}}{V_{20}} - ?$

2)  $T_{\text{уср}} - ?$

3)  $Q_{\text{He}} - ?$

Решение:



1) В начальной момент, когда температура не успела перебраться из Ne к He,  $p_{10} = p_{20}$

$$\begin{cases} p_{10} V_{10} = \nu R T_1 \\ p_{20} V_{20} = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

2) Система теплоизолирована  $\Rightarrow Q = 0$

$$\Delta U_1 + A_1 + 0 \cdot \Delta U_2 - A_1 = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{уср}} - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{уср}} - T_2) = 0$$

$$T_{\text{уср}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = 385 \text{ K}$$

3)  $V_{10} = \frac{3}{4} V_{20}$ ,  $V = V_1 + V_2 = V_{10} + V_{20}$ ,  $V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$  (объемы после процесса,  $V$  - общий объем сосуда):

$$V - V_{20} = \frac{3}{4} V_{20} \Rightarrow V_{20} = \frac{4}{7} V$$

Запишем отношение давлений Ne до и после процесса:

$$\frac{p_2}{p_{20}} = \frac{V_{20} T_{\text{уср}}}{T_2 V_2} = \frac{\frac{4}{7} V \cdot 385 \text{ K}}{\frac{1}{2} V \cdot 440 \text{ K}} = \frac{8 \cdot 385}{5 \cdot 440} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 55 \cdot 8}{5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 11} = 1$$

Это значит, что в нашем квазистатическом процессе начальное и конечное давления одинаковы. Таким образом будет только изобарный процесс.

$$Q_{\text{He}} = \frac{5}{2} \nu R (T_{\text{уср}} - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}} \cdot (385 - 330) \text{ K} \ominus$$

$$\ominus \frac{5 \cdot 6 \cdot 8,31 \cdot 55}{25 \cdot 2} \text{ Дж} = 8,31 \cdot 33 \text{ Дж} \approx 274 \text{ Дж}$$

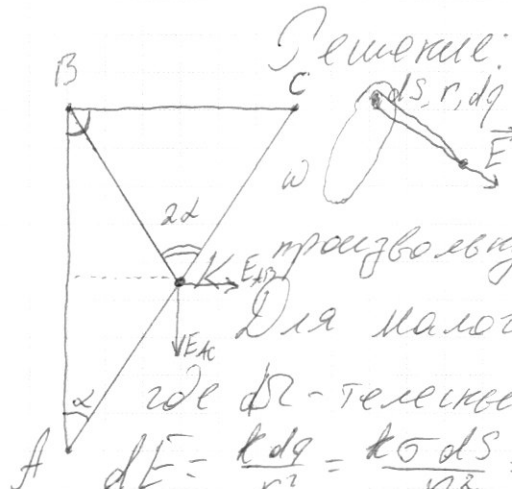
### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#### Задача 3

Дано:

- $\alpha = \frac{\pi}{4}$
- $\alpha = \frac{\pi}{8}, \sigma_{BC} = 4\sigma$

- $\sigma_{AC} = \sigma$
- $E_K = ?$
  - $E_K = ?$



Решение:

1) Рассмотрим же произвольную площадку  $\omega$ .

Для малого  $dE = \frac{k dq}{r^2}$ ; ясно, что  $d\Omega = \frac{dS}{r^2}$ , где  $d\Omega$  - телесный угол.

$$dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \sigma dS}{r^2} = k \sigma d\Omega$$

$\Omega$ -величина аддитивная  $\Rightarrow E = k \sigma \Omega$

общие направления и телесный угол соответственно

По суперпозиции  $E_K = E_{AB} + E_{BC}$

$E_{BC} = k \sigma \Omega_{BC}$ . Так как пластинка бесконечная, ясно, что  $\Omega_{BC} = \frac{\Omega_{полн}}{n} = \frac{4\pi}{n}$ , где  $n$  - сколько раз угол  $2\alpha$  "вошёл" в плоский угол  $360^\circ$ .  $2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \Omega_{BC} = \pi$

Смежный с  $\angle BKC$  равен  $\pi - 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E_{BC} = E_{AC} = k \sigma \pi$

$$\Rightarrow \frac{E_K}{E_{BC}} = \frac{\sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2}}{E_{BC}} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

2) для пластинки BC  $n_{BC} = \frac{3\pi}{2\alpha} = 8$ , а для AC

$$n_{AC} = \frac{2\pi}{\pi - 2\alpha} = \frac{2}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{8}{3} \Rightarrow E_{BC} = 4k\sigma \cdot \frac{4\pi}{8} = 2k\pi\sigma, E_{AB} = k\sigma \frac{4\pi}{\frac{8}{3}} = \frac{3}{2}k\pi\sigma$$

$$E_K = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AC}^2} = k\sigma\pi \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \frac{5\pi\sigma}{2} k = \frac{5\pi\sigma}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0} = \frac{5\sigma}{8\epsilon_0}$$

Ответ: 1)  $\sqrt{2} \approx 1,41$ ; 2)  $\frac{5\sigma}{8\epsilon_0}$



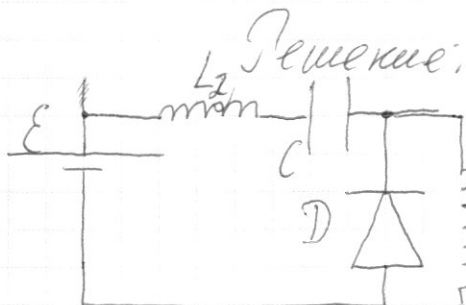
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

#### Задача 4

Дано:  
 $L_1 = 3L$   
 $L_2 = 2L$   
 $C, \epsilon$



Решение:  
1) Токаму ток будет  
L<sub>1</sub> проходить через  
каждики L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, т.к.

2) диод будет направл. против течения  $y$ .  
Запишем закон Кирхгофа:

$$\epsilon = U_{L_1} + U_{L_2} + U_C = \frac{q}{C} + L_1 \frac{dy}{dt} + L_2 \frac{dy}{dt} = \frac{1}{C} q + \dot{y} (L_1 + L_2) \quad \text{E}$$

$$\text{E} \quad \ddot{y} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C} (q - \epsilon C) = 0 \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} \Rightarrow T_{1/2} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} \quad \left( \begin{array}{l} \text{время до} \\ \text{зарядки конденсатора} \end{array} \right)$$

Затем, когда пройдет  $\frac{T_1}{2}$ , диод откроется и в колебаниях будет участвовать только L<sub>2</sub>:

$$\ddot{y} + \frac{q - \epsilon C}{L_2 C} = 0 \Rightarrow T_{2/2} = \pi \sqrt{L_2 C}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \sqrt{LC}$$

2) L<sub>2</sub> участвует только в первой "половинке" колебаний:

$$q = \epsilon C + A \sin(\omega_1 t + \varphi) \Rightarrow \begin{cases} q(0) = 0 = \epsilon C + A \sin(\varphi) \\ \epsilon q(\frac{T_1}{2}) = \frac{q(\frac{T_1}{2})}{2C} \Rightarrow q(\frac{T_1}{2}) = 2\epsilon C = \epsilon C + A \sin(\omega_1 \frac{T_1}{2} + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \epsilon C \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

$$y_{\max 1} = y_{01} = (\epsilon C + \epsilon C) \omega_1 = \epsilon \sqrt{\frac{4C}{5L}}$$

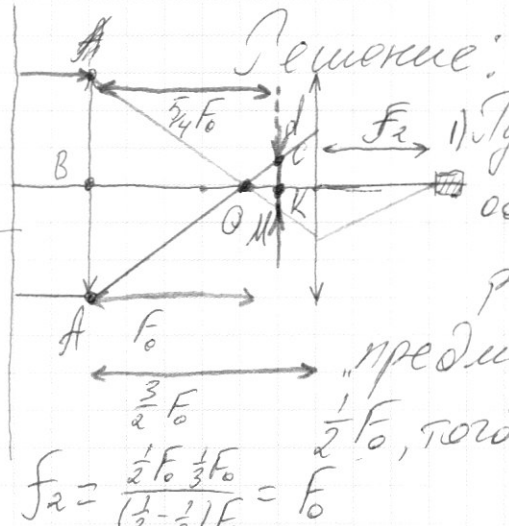
3) Тогда аналогично п.2.  $y_{\max 2} = 2\epsilon C \omega_2 = 2\epsilon \sqrt{\frac{C}{2L}} = \sqrt{2} \epsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$   
Сравним  $y_{\max 1}$  и  $y_{\max 2}$ , понимаем, что  $y_{01} = y_{\max 2}$

Ответ: 1)  $\pi (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \sqrt{LC}$ ; 2)  $\epsilon \sqrt{\frac{4C}{5L}}$ ; 3)  $\epsilon \sqrt{\frac{2C}{L}}$



Задача 5  
 $\eta = \frac{D_{\text{зад}}}{D}$   
 $\eta_1 = \frac{1}{9} \eta_0, F_0, D, c_0$

- 1)  $f_2$  - ?
- 2)  $v$  - ?
- 3)  $t_1$  - ?



2)  $t_0$  - это время, за которое  $M$  прожигает в пространстве со светом. Пусть  $d$  - диаметр  $M$ , тогда:

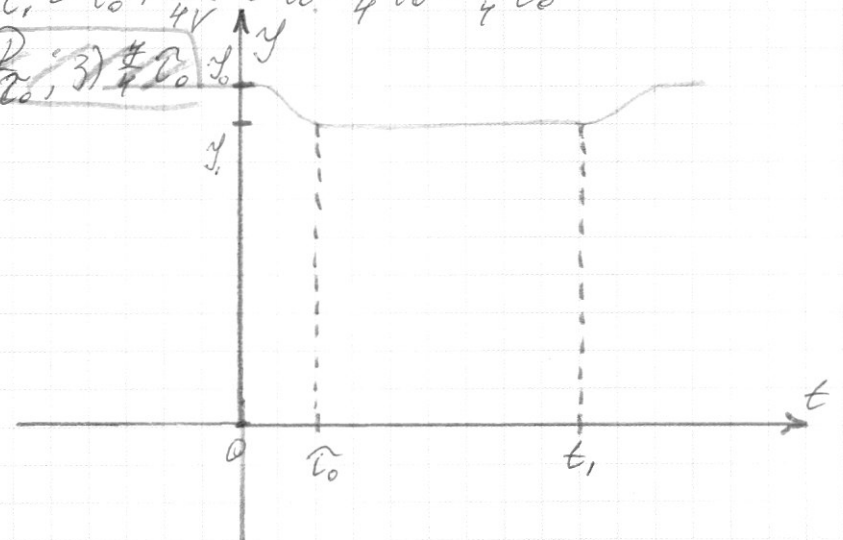
$$l = vt_0, \eta_0 \sim D^2, \eta_1 \sim D^2 - l^2 \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_0} = 1 - \left(\frac{vt_0}{D}\right)^2 \Rightarrow v = \frac{D}{t_0} \sqrt{1 - \frac{\eta_1}{\eta_0}}$$

$\Rightarrow \frac{D}{3t_0}$

3) За время  $t_1 - t_0$   $M$  проходит расстояние  $d$ :

$\Delta ABO \sim \Delta OKC$  по двум углам  $\Rightarrow \frac{F_0}{D} = \frac{\frac{5}{4} F_0 - F_0}{d} \Rightarrow d = \frac{1}{4} D$   
 $d = v(t_1 - t_0) = \frac{1}{4} D \Rightarrow t_1 = t_0 + \frac{D}{4v} = t_0 + \frac{3}{4} t_0 = \frac{7}{4} t_0$

Ответ: 1)  $F_0$ , 2)  $\frac{D}{3t_0}$ , 3)  $\frac{7}{4} t_0$



Ответ: 1)  $F_0$ , 2)  $\frac{D}{3t_0}$ , 3)  $\frac{7}{4} t_0$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Задача 1  
 $v_1 = 6 \frac{m}{c}$   
 $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \sin \beta = \frac{1}{3}$   
 $v_2, u - ?$   
 удар неупругий

$v_2 \sin \beta = v_1 \sin \alpha$   
 $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12 \frac{m}{c}$

$v_1' = v_1^2 + u^2 + 2v_1 u \cos \alpha$   
 $v_2' = v_2^2 + u^2 - 2v_2 u \cos \beta$

закон сохранения импульса  
 гладкая  $\Rightarrow F_{тр} = 0$

$\frac{\sin \alpha}{v_1'} = \frac{\sin \beta}{v_2'}$

$v_{ax} = v_1 \cos \alpha + u$   
 $v_{ax}' = v_2 \cos \beta - u$

$\frac{1}{2} \rho R \Delta V = \frac{\rho R}{2} (T_{yct} - T_1)$   
 $\Delta V = \frac{\rho R T_{yct}}{\rho_1} = \frac{\rho R T_1}{\rho_1}$

$u - \frac{m}{M} v_{ax}' = (1 + \frac{m}{M}) v_{ax}$   
 $\Rightarrow u \approx v_{ax}$

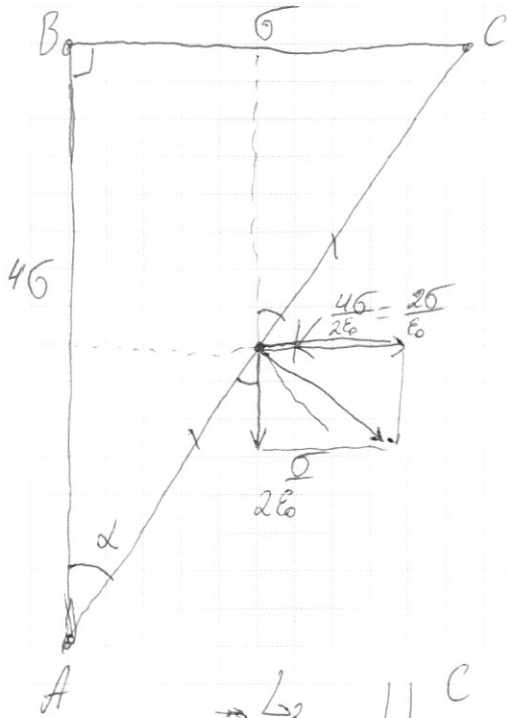
2.

$i=3$	$i=3$
$v$	$v$
$T_1$	$T_2$

$\frac{V_{10}}{V_{20}} = \alpha$   
 $\rho_0 V_{10} = \rho R T_1$   
 $\rho_0 V_{20} = \rho R T_2 \Rightarrow \alpha = \frac{V_{10} T_1}{V_{20} T_2}$   
 $\rho = \frac{\rho R T}{V}$

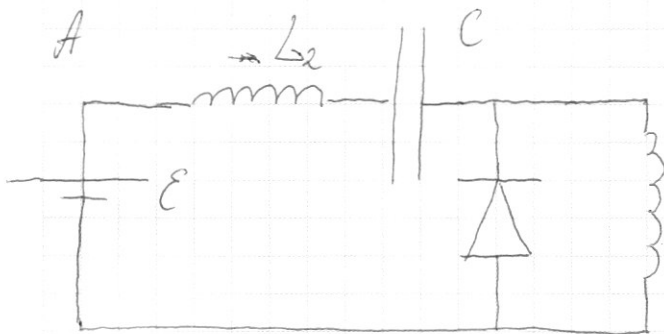
$\frac{T_{yct}}{2} = 144$   
 $\frac{4800}{5} = 960$   
 $\frac{35}{35} = 1$   
 $\frac{385}{385} = 1$

$T_{yct} \Delta Q_{yct} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} \rho R (T_{yct} - T_1) + \frac{3}{2} \rho R (T_{yct} - T_2) = 0$   
 $T_{yct} = \frac{T_1 + T_2}{2}$   
 $Q_{yct} = \frac{3}{2} \rho R (T_{yct} - T_2) + A$   
 $Q_{yct} = \frac{3}{2} \rho R T$  процесс



$$E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad E_{k1} = \frac{\sigma \sqrt{2}}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\epsilon_0} \Rightarrow \frac{E_{k1}}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$$

$$E = \frac{\sigma}{\sqrt{4 + \frac{1}{4}} \epsilon_0} = \frac{\sqrt{15}\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$E = \frac{q}{C} + (L_1 + L_2) \ddot{q}$$

$$L_1 \frac{1}{(L_1 + L_2)C} (q - EC) + \ddot{q} = 0$$

$$q - EC = A \sin \omega t \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

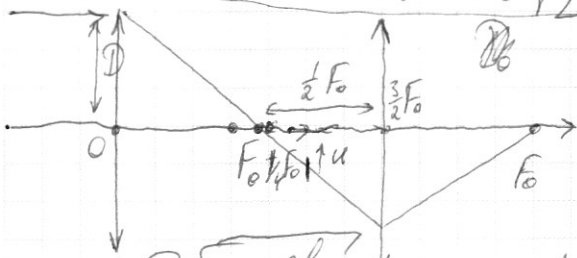
$$T_{\frac{1}{2}} = \pi \sqrt{L_2 C} \Rightarrow T = \pi (\sqrt{L_1 + L_2} + \sqrt{L_2}) = \pi (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC}$$

$$(q - EC) = A \sin \omega t \quad \omega = \sin(\omega t + \phi)$$

$$E A_1 = \frac{A_1^2}{2C} \Rightarrow A = q_1 = \sqrt{2CE}$$

$$I_{1, \max} = 2EC\omega_1 \Rightarrow \frac{2EC}{\sqrt{5L}} = 2E \sqrt{\frac{4C}{5L}} - \text{для } I_1$$

$$I_2 = 2EC\omega_2 = \frac{2EC\sqrt{(L_1 + L_2)C}}{\sqrt{2L}} = 2E \sqrt{\frac{C}{L}} - \text{для } I_2$$



$$f = \frac{\frac{1}{2}F_0 \cdot \frac{1}{3}F_0}{(\frac{1}{2} - \frac{1}{3})F_0} = F_0 \quad \text{ответ: 1) } F_0$$

$$y_0 \sim D^2 \quad l = \omega^2 r_0$$

$$y \sim D^2 - (\omega r_0)^2 \Rightarrow \frac{y}{y_0} = 1 - \left(\frac{\omega r_0}{D}\right)^2 \Rightarrow$$

$$2) u = \frac{D}{r_0} \sqrt{1 - \frac{y}{y_0}} \Rightarrow \frac{d}{\frac{1}{4}F_0} = \frac{D}{F_0} \Rightarrow d = \frac{1}{4}D$$

$$3) (t_1 - t_0) u = d \Rightarrow t_1 = t_0 + \frac{d}{u}$$

$$q = EC - EC \sin \omega t$$



