

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

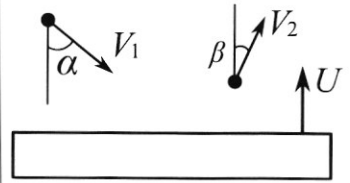
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.

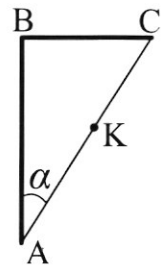
$R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

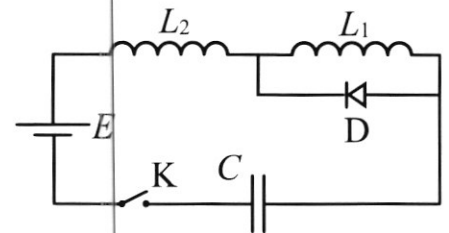
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

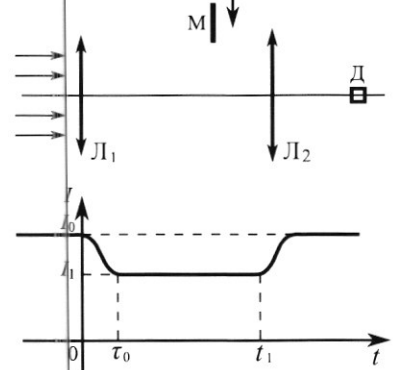


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



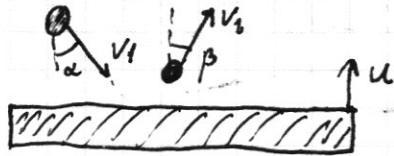
1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1



1) По в-ть шарика $\Rightarrow F_{\parallel \text{пов-ти}} = 0 \Rightarrow$

$R_{\text{шарика}} \parallel \text{пов-ти}_1 = R_{\text{шарика}} \parallel \text{пов-ти}_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow m_{\text{шар}} \cdot v_1 \sin \alpha = m_{\text{шар}} v_2 \sin \beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) В СО плиты:



$\vec{p}_{\text{до удара}} = \{ m v_1 \sin \alpha; -m(v_1 \cos \alpha + u) \}$

$\vec{p}_{\text{после удара}} = \{ m v_2 \sin \beta; +m(v_2 \cos \beta - u) \}$

При абс. упругом ударе: $m(v_2 \cos \beta - u) = -(-m(v_1 \cos \alpha + u))$

(т.к. $M_{\text{плиты}} \rightarrow \infty$) $\Rightarrow v_2 \cos \beta - u = v_1 \cos \alpha + u \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha \Rightarrow 2u = \left(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \right) \frac{\text{м}}{\text{с}} = (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Rightarrow u = (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

При абс. неупругом ударе: $m(v_2 \cos \beta - u) = 0 \Rightarrow u = v_2 \cos \beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow u = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow u = 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

При неупругом ударе $\vec{p}_{\text{после удара}}$ в СО плиты $= [0; -p_{\text{до удара}}]$

$$\Rightarrow 0 \leq v_2 \cos \beta - u < v_1 \cos \alpha + u \Rightarrow \begin{cases} u \leq v_2 \cos \beta \\ u > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \left[(3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \frac{\text{м}}{\text{с}}; 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}} \right]$$

Ответ: $12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $u \in \left\{ (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \frac{\text{м}}{\text{с}}; 6\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}} \right\}$

$$\Rightarrow T_{\text{контр}} = T_{\text{зад}} + T_{L_1} = \pi \sqrt{C} \cdot (\sqrt{L_1} + \sqrt{L_1 + L_2})$$

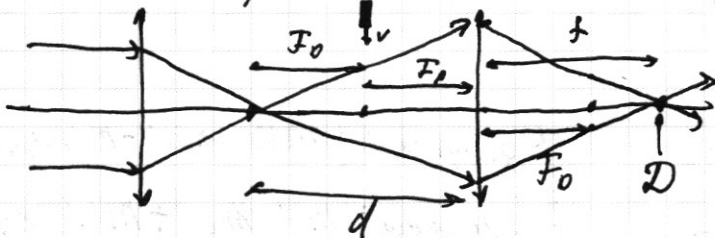
$$I_{L_1 \text{ max}} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \quad I_{L_2 \text{ max}} = \max \left(\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}; \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_2}} \right)$$

$$\Rightarrow I_{L_2 \text{ max}} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_2}} \Rightarrow T = \pi \sqrt{C} (1 + \sqrt{3}) \quad I_{M_1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}} \quad I_{M_2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: $T = \pi \sqrt{C} (1 + \sqrt{3})$; $I_{M_1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$; $I_{M_2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: $T = \pi \sqrt{C} (\sqrt{L_2} + \sqrt{L_1 + L_2})$; $I_{M_1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$
 $I_{M_2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_2}}$

1) свет, прошедший обе линзы, фокус. на детекторе \Rightarrow



\Rightarrow т.к. после первой линзы лучи расходятся в её фокус,

для ф-лы тонкой линзы $d_2 \quad d = 2F_0; f = R_{\text{от линзы D}} \rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Leftrightarrow \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow f = 2F_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{\text{от D}} = 2F_0}$$

2) через L_1 проходит пучок света диаметром D

Минимум диаметром x пересекает "поток света" на расст.

F_0 от его "источника" (точки, из которой выходит луч),

а расст от "источника" до L_2 будет больше \Rightarrow диаметр пучка $\frac{D}{2}$ в месте, где его перес. минимум $= \frac{D}{2}$ (на расст.

только та часть световых лучей, которые попадают на L_2 , а

не диаметр их пучка в месте L_2 как раз D) \Rightarrow затмевается

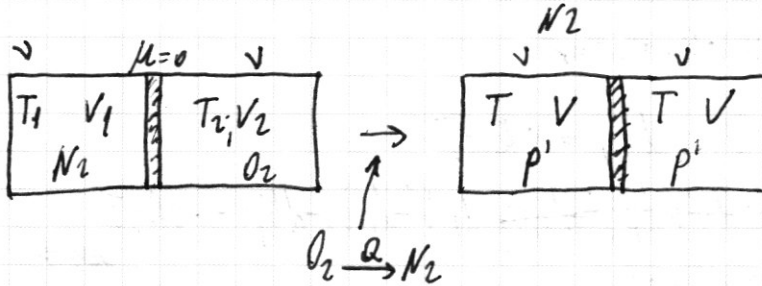
$$\frac{x^2}{(D/2)^2} = \frac{4x^2}{D^2} \text{ часть пучка} \Rightarrow \text{Если } y \text{ пучка diam } D \text{ артис.}$$

$$\text{равна } I_0, \text{ то } y \text{ нового } I_1 = I_0 \left(1 - \frac{4x^2}{D^2}\right) = \frac{3}{4} I_0 \Rightarrow \frac{4x^2}{D^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4} D$$

$$\Rightarrow \text{свой диаметр } \frac{D}{4} \text{ минимум примет за } \tau_0 \Rightarrow \boxed{V = \frac{D}{4\tau_0}}$$

$$3) \text{ на } (t_1 - t_0) \cdot V = \frac{D}{2} \Rightarrow t_1 - t_0 = 2\tau_0 \Rightarrow \boxed{t_1 = 3\tau_0} \text{ Ответ: } 2F_0; \frac{D}{4\tau_0}; 3\tau_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Из условия, что поршни с $\mu=0$ гарантирует, что $P_{N_2} = P_{O_2} = P$ в любой момент времени

$$1) \begin{cases} pV_1 = \nu RT_1 \\ pV_2 = \nu RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = 0,6 \Rightarrow V_1 = 0,6 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{0,6}{1,6} V_{\text{сосуда}}$$

$$2) \begin{cases} p'V = \nu RT \\ p'V = \nu RT \\ pV_1 = \nu RT_1 \\ V + V = V_{\text{сосуда}} \Rightarrow V = 0,5 V_{\text{сосуда}} \end{cases} \Rightarrow \frac{p'V}{pV_1} = \frac{T}{T_1} = \frac{p' \cdot \frac{0,8}{1,6} V_{\text{сосуда}}}{p \cdot \frac{0,6}{1,6} V_{\text{сосуда}}} = \frac{4}{3} \frac{p'}{p}$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{4}{3} \frac{p'}{p}$$

$$U_{N_2 \text{ до}} + U_{O_2 \text{ до}} = U_{N_2 \text{ после}} + U_{O_2 \text{ после}} - \text{сосуд} \text{ не меняем}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} \nu R (T_1 + T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T + T) = 5 \nu R T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

$$3) \Delta U_{N_2} = U_{N_2 \text{ после}} - U_{N_2 \text{ до}} = A_{\text{полн}} + Q = A_{O_2} + Q$$

$$P_{in} V_{O_2} = \nu R T_{O_2}$$

$$P_{in} V_{O_2} = \nu R T_{O_2} \Rightarrow P_{in} = \nu R \cdot \frac{T_{O_2}}{V_{O_2}}$$

$$(P_{in} dV_{O_2} - dV) = \nu R (T_{O_2} - dT) \Rightarrow P_{in} V_{O_2} - P_{in} dV - dP V_{O_2} + dP V = \nu R T_{O_2} - \nu R dT$$

$$P_{in} dV = \nu R dT - dP V_{O_2} = dA$$

$$pV_1 = \nu RT_1 \quad \text{Эн}$$

$$p(V - V_1) = \nu RT_2$$

\Rightarrow

$$p(V_1 + dV) = \nu R(T_1 + dT)$$

$$p(V - V_1 - dV) = \nu R(T_2 - dT)$$

$$dT_1 + dT_2 - U_{N_2} + U_{O_2} = \text{const}$$

$$\Rightarrow p dV = \nu R dT \quad dpV_1 + dVp = \nu R dT$$

$$-pdV + dpV - dpV_1 - dVp = -\nu R dT$$

$$pV_1 = \nu RT_1$$

$$p(V - V_1) = \nu RT_2$$

\Rightarrow

$$dp \cdot V_1 + dV \cdot p = \nu R dT$$

$$dT = \frac{1}{\nu R} (dp \cdot V_1 + dV \cdot p - dp \cdot V)$$

$$\Rightarrow dp \cdot V_1 + dV \cdot p = dp \cdot V + dV \cdot p - dp \cdot V$$

$$pV_1 = \nu RT_1$$

$$p(V - V_1) = \nu RT_2$$

$$p_1 = p_2 \quad V_1 = V_2 \Rightarrow V_1 = V \cdot \frac{T_1}{T_1 + T_2} \quad V_2 = V \cdot \frac{T_2}{T_1 + T_2}$$

$$\Rightarrow pV_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p = \frac{\nu RT_2}{V_1} = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{V} = \text{const}$$

$$\left(\frac{5}{2} \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu RT_2 = U_{\text{общ}} = \text{const} \right) \Rightarrow \text{изобарный процесс}$$

$$\Rightarrow Q = \Delta U_{N_2} - A_{\text{общ}} = \Delta U_{N_2} + A_{N_2} = \frac{5}{2} p \left(V_{\text{общ}} \cdot 0,5 - \frac{0,6}{1,6} V_{\text{общ}} \right) +$$

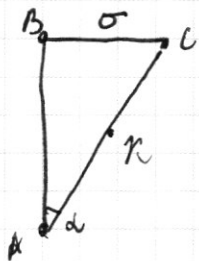
$$+ p \cdot \left(V_{\text{общ}} \cdot 0,5 - \frac{0,6}{1,6} V_{\text{общ}} \right) = \frac{7}{2} p \Delta V = \frac{7}{2} \nu R \Delta T =$$

$$= \frac{7}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ Дж} = 150 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 1246,5 \text{ Дж}$$

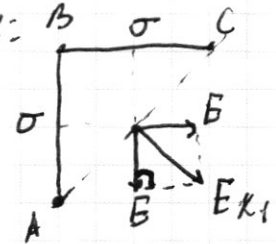
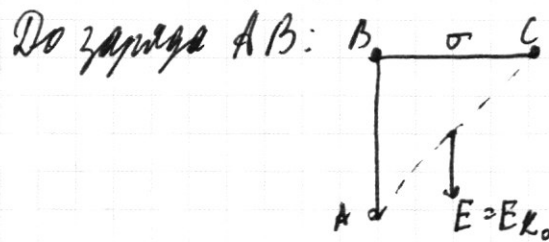
Ответ: 0,6; 400 K; 1246,5 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



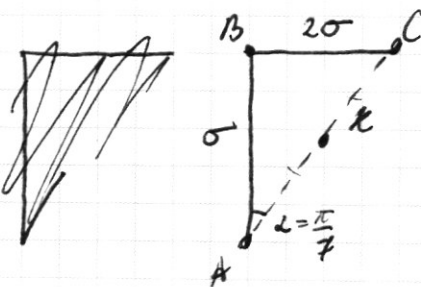
1) Если $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $AB = BC$ ($AB = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$) \Rightarrow



Очевидно, что до заряда AB $E_{k0} = E$, а после $E_{k1} = \sqrt{2} E$
(поле от AB такое же, как и от BC - заряд симметричен)

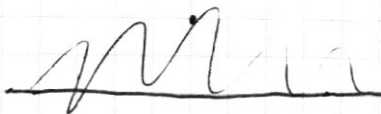
$$\Rightarrow \frac{E_{k1}}{E_{k0}} = \sqrt{2}$$

2)

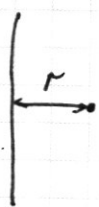


Посчитаем поле от 1 пластины с
поверхн. плотностью заряда σ на
средней линии:

Для этого посчитаем поле бесконечной пластины.



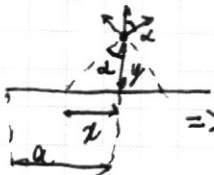
заряд. нити с плотностью $\rho = \sigma dx$:



По теореме Гаусса поток через боковую поверхность цилиндра
радиуса r и выс. H $\Phi = \frac{QH}{\epsilon_0} = 2\pi r \cdot H \cdot E(r) \Rightarrow$

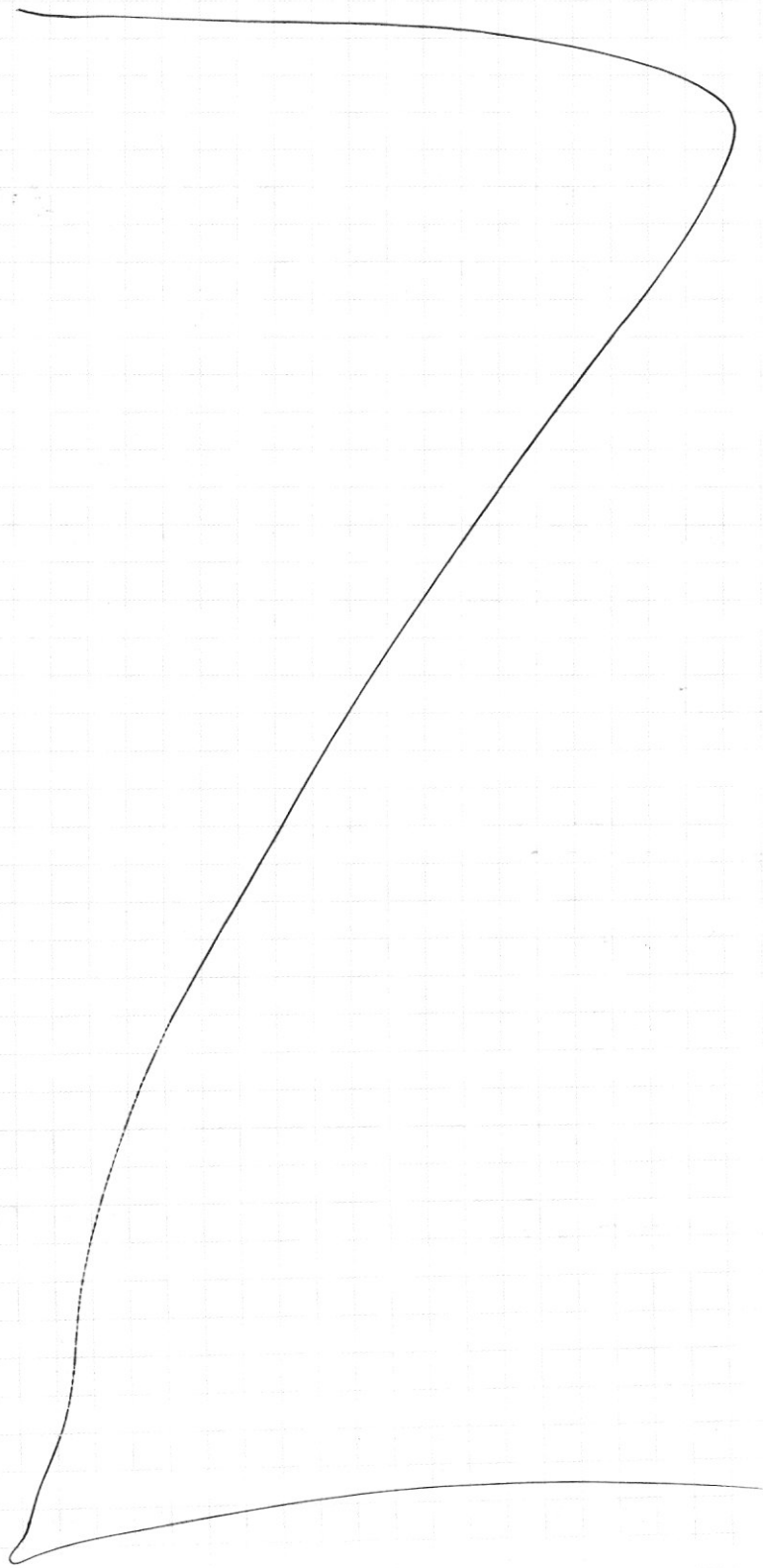
$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0 r}$$

Сумма полей заряд. нитей на расстоянии y (высота точки над пластиной) до $\sqrt{y^2 + a^2}$ (где a - половина ширины пластины)



Из-за симметрии все ~~полюсы~~ перпендику. пластины компенс. сокращаются

$$\Rightarrow E(y) = \sum dE \cdot \cos \alpha = \sum dE \cdot \frac{y}{\sqrt{z^2 + y^2}} = \sum \frac{\rho}{2\pi \epsilon_0 \sqrt{z^2 + y^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{z^2 + y^2}} =$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= \int_{-a}^a \frac{\rho dx \cdot y}{2\pi\epsilon_0 (x^2+y^2)} = \int_{-a}^a \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{y dx}{x^2+y^2} = \frac{\rho y}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{d(x^2+y^2)}{x^2+y^2} = \frac{\rho y}{4\pi\epsilon_0} \ln(a^2+y^2)$$

$$= \frac{\rho y}{2\pi\epsilon_0} \int_{-a}^a \frac{dx}{x^2+y^2} = \frac{\rho y}{2\pi\epsilon_0 y^2} \int_{-a}^a \frac{dx}{(\frac{x}{y})^2+1} = \frac{\rho y^2}{2\pi\epsilon_0 y^2} \int_{-a/y}^{a/y} \frac{d(\frac{x}{y})}{(\frac{x}{y})^2+1} =$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \int_{-a/y}^{a/y} \frac{d(\frac{x}{y})}{(\frac{x}{y})^2+1} = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{a}{y}\right) - \operatorname{arctg}\left(-\frac{a}{y}\right) \right) = \frac{\rho}{\pi\epsilon_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{y}\right)$$

$$\Rightarrow E_{\text{плоск BC}}(y) = \frac{\rho}{\pi\epsilon_0} \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{y}\right)$$

Для BC: $\rho = 2\sigma$, $\frac{a}{y} = \frac{AC \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}}{AC \cos \alpha \cdot \frac{1}{2}} = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \frac{\pi}{7}$

$$\Rightarrow E_{\text{плоск BC}} = \frac{2\sigma}{\pi\epsilon_0} \cdot \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) = \frac{2\sigma}{7\epsilon_0}$$

Для пластины AB: $\rho = \sigma$, $\frac{a}{y} = \frac{AC \cos \alpha \cdot \frac{1}{2}}{AC \sin \alpha \cdot \frac{1}{2}} = \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}$

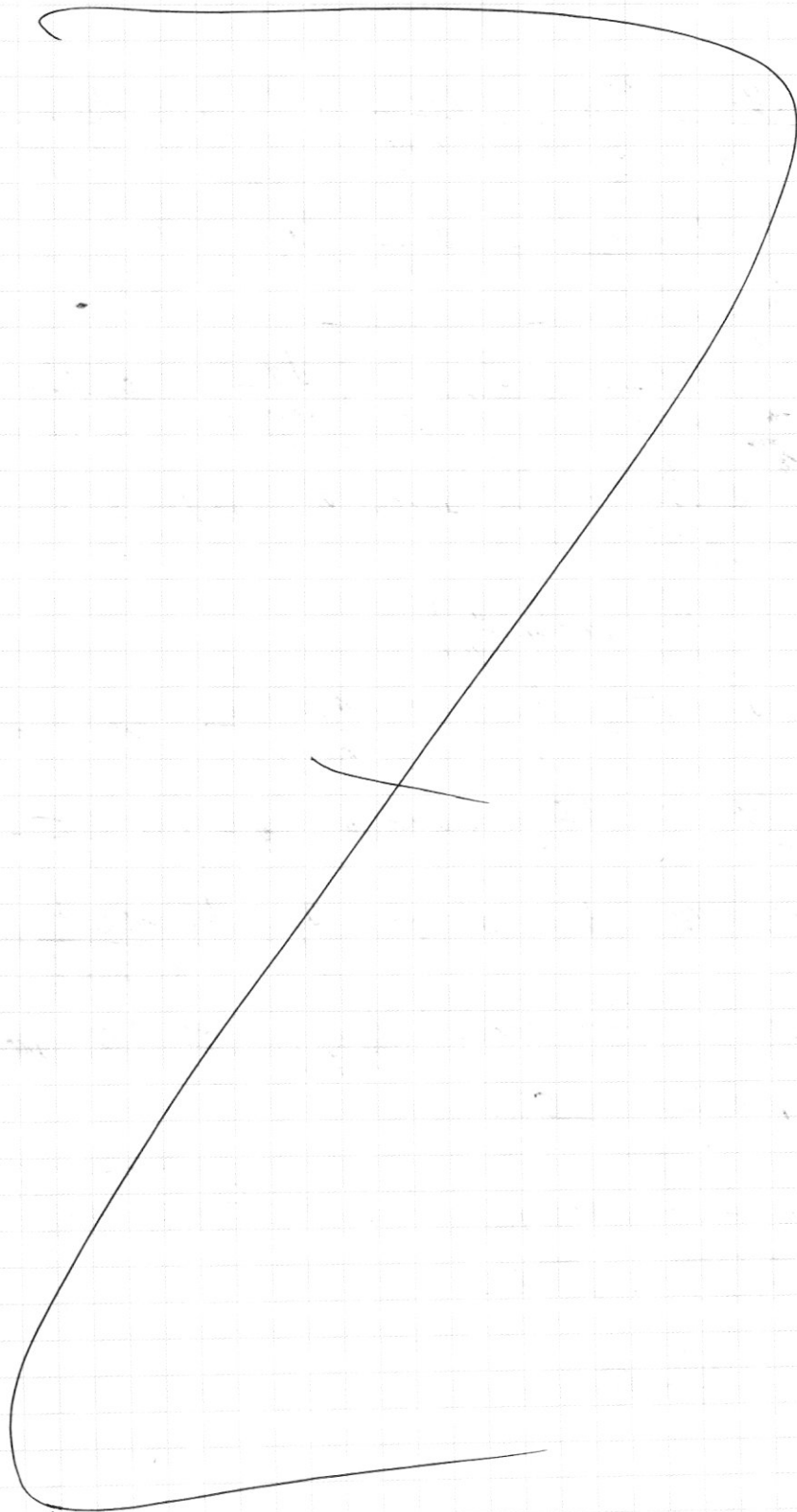
$$\Rightarrow E_{\text{плоск AB}} = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0} \operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}\right) = \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) \right) =$$

$$= \frac{\sigma}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{5\pi}{14} = \frac{5\sigma}{14\epsilon_0}$$

$$E_{\text{плоск AB}} \perp E_{\text{плоск BC}} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\left(\frac{5}{14}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^2} =$$

$$= \frac{\sigma}{14\epsilon_0} \cdot \sqrt{25+16} = \frac{\sqrt{41}\sigma}{14\epsilon_0}$$

Ответ: $\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{41}\sigma}{14\epsilon_0}$

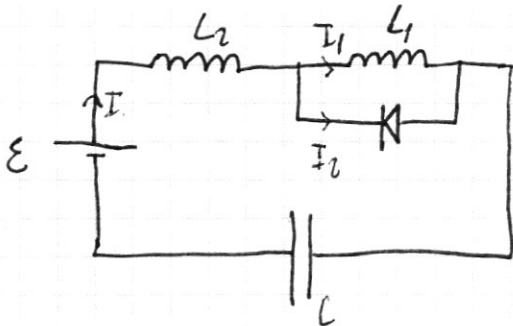


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) Диод открыт:

$$I_2 \neq 0 \quad (I_2 < 0) ; \quad U_{L1} = 0$$

$$\varepsilon - \frac{dI}{dt} L_2 - \frac{q_c}{C} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon - \dot{q}_c L_2 - \frac{q_c}{C} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (q_c - CE) + \dot{q}_c L_2 C = 0 \Rightarrow (q_c - CE) = A \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}} + \varphi_0\right)$$

Второй диод открыт, тогда $I_2 = I \Rightarrow$ т.к. $I_2 < 0$,
то $I < 0 \Rightarrow$ заряд стекает с конденсатора \Rightarrow

если $t=0$ момент открытия диода, то $q_c(0) = A + CE$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow q_c = CE + A \cos\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right) \quad I_c = -\frac{A}{\sqrt{L_2 C}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right) - \text{max при } \cos=0$$

~~З.С.Э. $\Delta \left(\frac{q_c^2}{2C} + \frac{\dot{q}_c^2 L}{2} \right) = A_{const} = \frac{\varepsilon q_c}{C}$~~

$$\Rightarrow \frac{(CE+A)^2}{2C} + 0 - \frac{CE^2}{2C} + \frac{AL}{2} = -\varepsilon \cdot A$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon^2 C}{2} + \frac{A^2}{2C} + AE - \frac{\varepsilon^2 C}{2} + \frac{A^2}{2C}$$

$$A = CE \quad (q_c - CE) = 0; \quad [CE] \Rightarrow q_c = CE \left(1 + \cos\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right)\right)$$

связь равновесия

$$\Rightarrow I_c(t) = -CE \cdot \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right) = -\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_2}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{L_2 C}}\right)$$

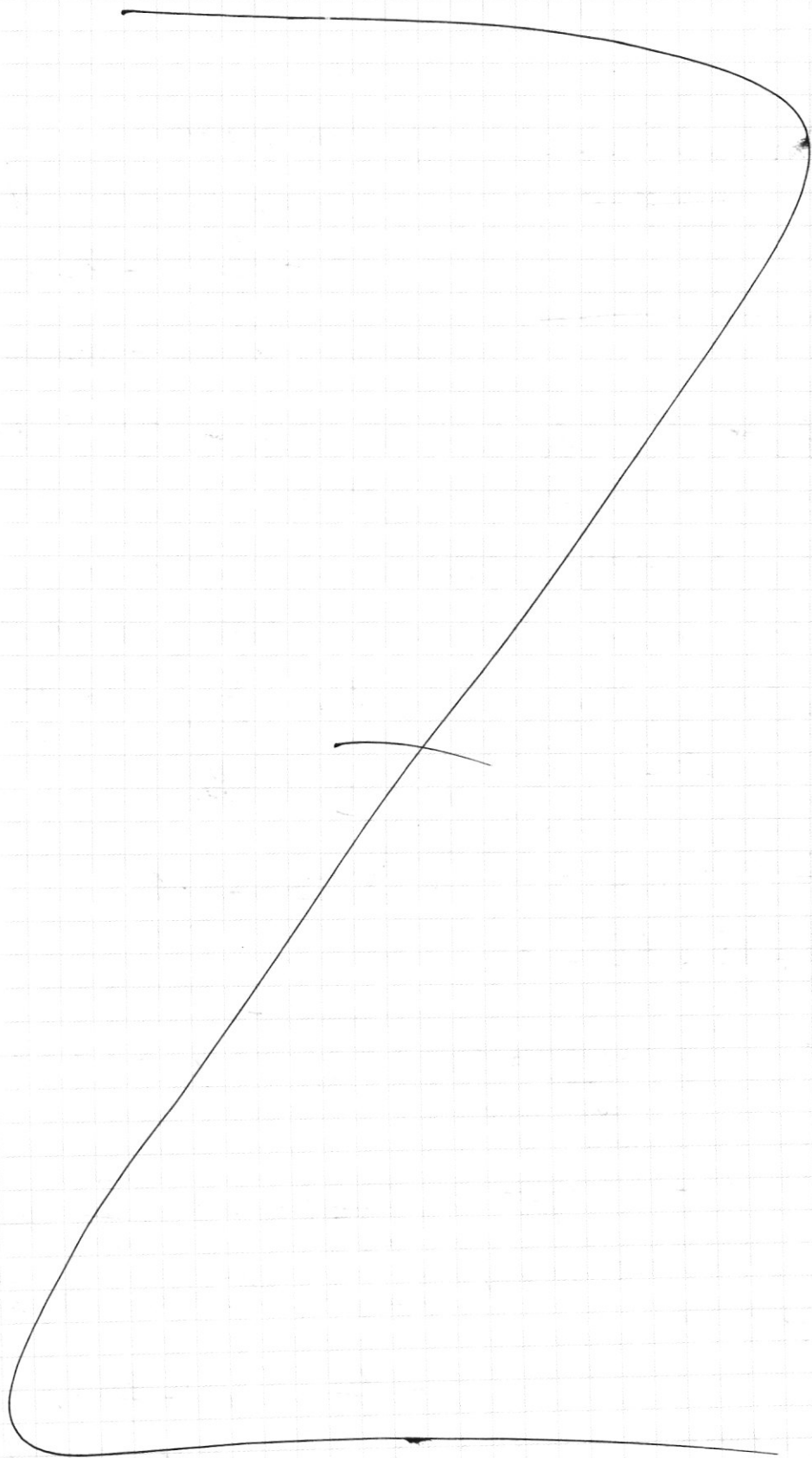
$$\Rightarrow I < 0 \quad \text{на протяжении } T_{диод} = \frac{2\pi \sqrt{L_2 C}}{2} = \pi \sqrt{L_2 C}$$

2) Диод закрыт:

$$I_2 = 0, \quad I_1 > 0; \quad I_1 = I \Rightarrow \varepsilon - \frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) - \frac{q_c}{C} = 0 \quad \text{уравн}$$

как в 1), но вместо L_2 $L_1 + L_2 \Rightarrow q_c = CE + A \cos\left(\frac{t}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}\right)$ (при $\sin(\cdot) < 0$)

$$I = -\frac{A}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}\right) - \text{больше нуля на протяжении } T_{L1} = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)