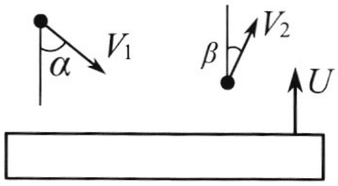
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

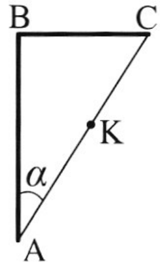
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

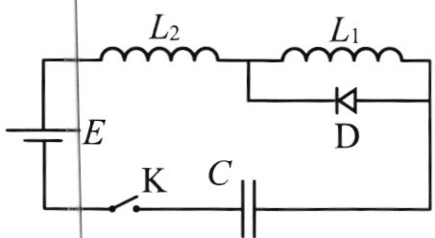
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.

1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.



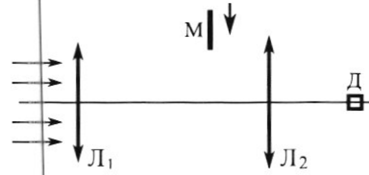
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

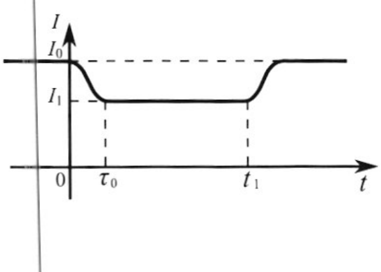
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

1

$P_1 V_1 = \nu R T_1$

$P_1 V_2 = \nu R T_2$

2

$P_2 V_1' = \nu R T$

$P_2 V_2' = \nu R T$

1

N_2; ν; P_1; T_1; V_1	ν; P_1; T_2; V_2 O_2

2

N_2; ν; P_2; V_1'; T	ν; P_2; O_2; V_2'; T

Т.к. поршень двигается медленно:

в 1 $P_{O_2} = P_{N_2} = P_1$;

в 2 $P_{O_2} = P_{N_2} = P_2$

из 1: $\frac{P_1 V_1}{P_1 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow \underline{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{300\text{к}}{500\text{к}} = \boxed{0,6}$

Т.к. поршень двигается медленно:

ЗСЭ: $U_1 + U_2 = U_1' + U_2'$

$\frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{5}{2}\nu R T + \frac{5}{2}\nu R T$

$\frac{5}{2}\nu R (T_1 + T_2) = 5\nu R T \Rightarrow \underline{T = \frac{T_1+T_2}{2}}$; $T = \frac{300\text{к} + 500\text{к}}{2} = \boxed{400\text{к}}$

$Q_{21} = \Delta U_1 = U_1' - U_1 = \frac{5}{2}\nu R T - \frac{5}{2}\nu R T_1 = \underline{\frac{5}{2}\nu R (T - T_1)} = \underline{\frac{5}{2}\nu R \cdot \frac{T_2 - T_1}{2}}$

$Q_{21} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 = \frac{15 \cdot 831}{14} = \frac{12465}{14} = \boxed{890,36 \text{ Дж}}$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 0,6$; $T = 400\text{к}$; $Q_{21} = 890,36$ Дж

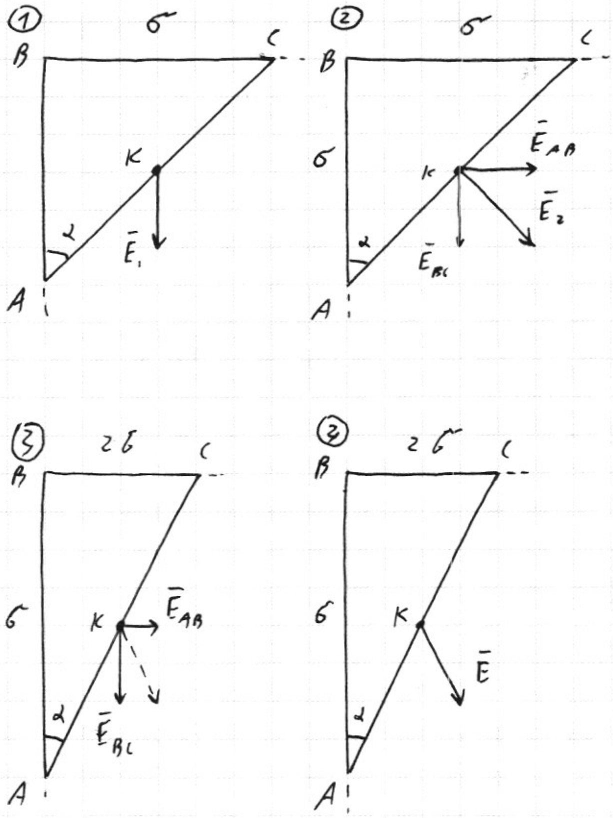
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

№ 3



1

в ①: $E_K = E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

в ②: $\vec{E}_K = \vec{E}_2 = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$.

т.к. $AB \perp BC \Rightarrow \vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ по Т Пиф.: $E_2 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2}$

$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = E_{AB} \Rightarrow E_2 = \frac{\sigma\sqrt{2}}{2\varepsilon_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sigma\sqrt{2}\, 2\varepsilon_0}{2\varepsilon_0 \sigma} = \boxed{\sqrt{2}}$

2

$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

т.к. $AB \perp BC \Rightarrow \vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$; $E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$ по Т Пиф.

$E = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5} = \boxed{\frac{\sigma\sqrt{5}}{2\varepsilon_0}}$

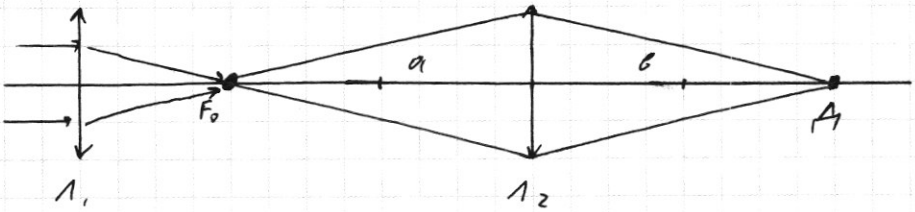
Ответ: $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$; $E = \frac{\sigma\sqrt{5}}{2\varepsilon_0}$

№ 5

1) после прохождения $Л_1$: лучи || ГОО пересекутся в $F_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ на расстоянии F_0 от $Л_1$ и $2F_0$ от $Л_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ для $Л_2$ лучи будут вести себя так, как будто они выходят из точечного источника находящегося на $2F_0$ от $Л_2$



2) A находится там, где лучи пересекутся после $Л_2$

по формуле тонкой линзы: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$; $a = 2F_0$; $F = F_0$

$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \boxed{b = 2F_0}$ - расстояние между $Л_2$ и A

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

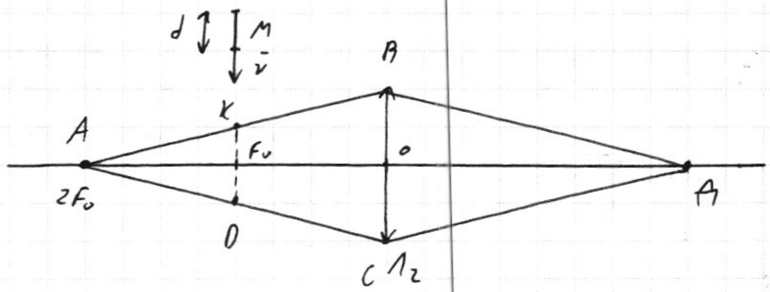
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим $\triangle ADK$ и $\triangle ABC$:

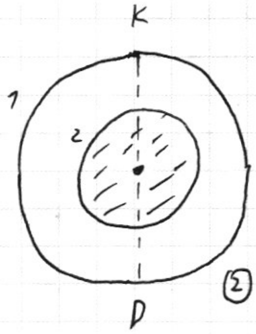
$\triangle ADK \sim \triangle ABC$ (по углам) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{KD}{BC} = \frac{AK}{AO} = \frac{F_0}{2F_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow KD = \frac{BC}{2} = \frac{D}{2}$



Когда M будет пересекать ГОО так, что центр M будет на ГОО:



Посмотрим вдоль ГОО из A на KD

окружность 1 – множество лучей из A которые пройдут через $Л_2$;

окружность 2 – M – через неё лучи не пройдут

(2): $P_2 = k(\pi R^2 - \pi r^2)$; P – мощность света; R – радиус 1, r – радиус 2

(1): без M: $P_1 = k(\pi R^2) \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = 1 - \frac{r^2}{R^2}$

исходя из зависимости $I(t)$: в (2): $I = \frac{3}{4} I_0$

в (1): $I = I_0$

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{4} = 1 - \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{4}$

$R = \frac{KD}{2} = \frac{D}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{R^2}{4} = \frac{D^2}{64} \Rightarrow r = \frac{D}{8}$ – радиус M

из $I(t)$ понятно, что за τ_0 M полностью вошла в окр.1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow v = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{2D}{8\tau_0} = \boxed{\frac{D}{4\tau_0}}$

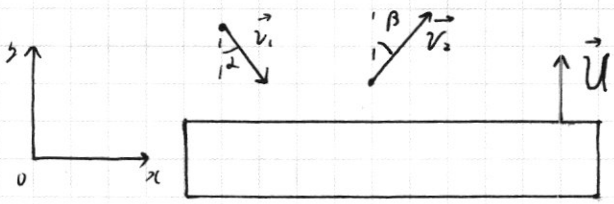
в момент t_1: M начнёт выходить из окр.1 $\Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = \frac{KD}{v} = \frac{D \cdot 4\tau_0}{2D} = \boxed{2\tau_0}$

Ответ: $b = 2F_0$; $v = \frac{D}{4\tau_0}$; $t_1 = 2\tau_0$

№1

1) на оси Ox:



выполняется ЗСИ

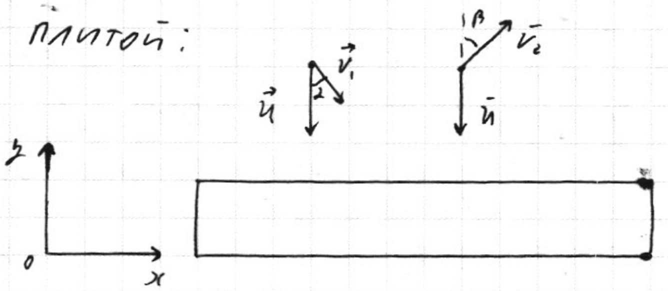
т.к. проекции сил равны 0:

~~m~~ $mv_{1x} = mv_{2x}$

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta \Rightarrow \underline{v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$

$v_2 = 8\frac{м}{с}\cdot\frac{3\cdot 2}{4\cdot 1} = \frac{3}{2}\cdot 8\frac{м}{с} = \boxed{12\frac{м}{с}}$

2) Рассмотрим абсолютно упругий удар и найдём в этом случае u: перейдём в СО связанную с ~~ЗСИ: Oy~~: неподвижной плитой:



т.к. удар упругий ⇒

⇒ $v_{2y} = -v_{1y}$

$v_2\cos\beta - u = v_1\cos\alpha + u$

$2u = v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha \Rightarrow \underline{u = \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2}}$

$\cos\beta = \pm\sqrt{1-\sin^2\beta} = \pm\sqrt{1-\frac{1}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \pm\sqrt{1-\frac{9}{16}} = \pm\frac{\sqrt{7}}{4}$; т.к. $\alpha \in (0;90)$ и $\beta \in (0;90) \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$u = \frac{12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 8\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}}{2} = \frac{6\sqrt{3}-2\sqrt{7}}{2} = \underline{(3\sqrt{3}-\sqrt{7})\frac{м}{с}}$

• при $u < 3\sqrt{3}-\sqrt{7}$: даже при абсолютно упругом ударе не получится набрать v_2,

• а при $u > 3\sqrt{3}-\sqrt{7}$: лишняя энергия может уйти в тепло и тогда ~~мож~~ может получиться v_2

• $u \neq 3\sqrt{3}-7$, потому что по условию удар неупругий ⇒

⇒ $\boxed{u > (3\sqrt{3}-\sqrt{7})\frac{м}{с}}$

Ответ: $v_2 = 12\frac{м}{с}$; $u > (3\sqrt{3}-\sqrt{7})\frac{м}{с}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

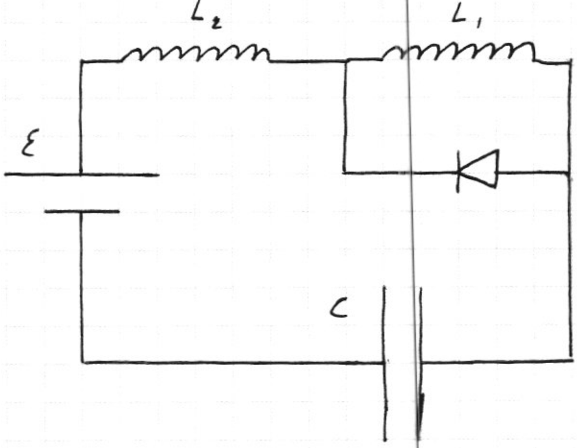
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



$\mathcal{E} = U_2 + U_1 + U_C$

$\mathcal{E} = L_2 \dot{I}_2 + L_1 \dot{I}_1 + \frac{q}{C}$

$\mathcal{E} = L \ddot{q}_2 + 2L \ddot{q}_1 + \frac{q}{C}$

$T = 2\pi\sqrt{L_0 C}$, где $L_0 = L_1 + L_2$

$L_0 = L + 2L = 3L \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{3LC}}$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{3LC}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$V_1; P_1$ $\nu; T_1$	$V_2; P_1$ ν T_2

$\longrightarrow$

V_1' ν P_2 T	V_2' ν P_2 T

724

$P_1V_1 = \nu RT_1$ $\qquad P_2V_1' = \nu RT$ $\qquad V_1' = V_2' = \frac{V}{2}$

$P_1V_2 = \nu RT_2$ $\qquad P_2V_2' = \nu RT$

$\frac{PV_1}{PV_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ $\qquad V_1 = \frac{3}{8}V$

$V_2 = \frac{5}{8}V$

2) $P_1 \frac{3}{8}V = \nu RT_1$

$P_1 \frac{5}{8}V = \nu RT_2$

$\frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\nu RT + \frac{5}{2}\nu RT$

$\frac{5}{2}\nu R(T_1+T_2) = 5\nu RT$ $\qquad 2T = T_1 + T_2$

$T = \frac{T_1+T_2}{2} = \frac{300+500}{2} = 400$

3) $U_1 = \frac{5}{2}\nu RT_1 =$ $\qquad U_2 = \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}$

$U_1' = \frac{5}{2}\nu RT$ $\qquad U_2' = \frac{5}{2}\nu RT$

$Q = \Delta U = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T)$

$Q = A + \Delta U$

$Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot 8{,}31\cdot 100 = \frac{831\cdot 15}{14}$

$= \frac{12465}{14} = 12460\frac{5}{14}$

$\frac{T_1+T_2 - 2T_1}{2} = \frac{T_2 - T_1}{2}$

$\begin{array}{r} 831 \\ \times\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12465 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 89 \\ \times\ 14 \\ \hline 356 \\ 89 \\ \hline 1246 \end{array}$ $\quad 12460$

$12465 : 14 = 889,$ $\quad 112,\ 126,\ 126,\ 50$ $\quad 6$

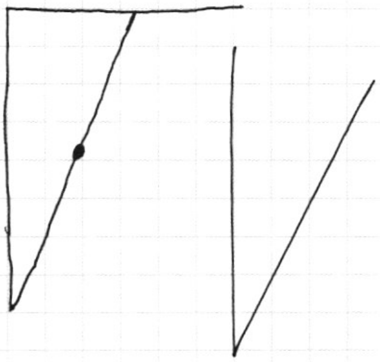
$12465 : 14 = 890{,}357$ $\quad 112,\ 126,\ 126,\ 050,\ 42,\ 80,\ 70,\ 100,\ 98,\ 20$

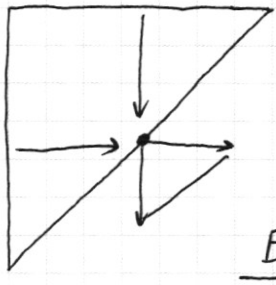
$100 : 14$, 70, 20, $\cdot 5$ $\quad 180 : 10 = 25$, 14, 40, 35

$E_1 = \frac{k}{2\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{k}{2\varepsilon_0}$

k $\quad +$





$E = \frac{k}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}$

$a^2 + a^2 = 2a^2$

$a\sqrt{2}$

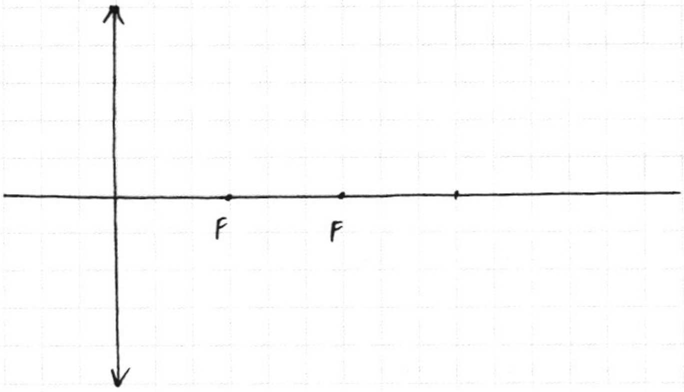
$\frac{E}{E_1} = \frac{k\sqrt{2}\,\cancel{2\varepsilon_0}}{\cancel{2\varepsilon_0}\,k} = \boxed{\sqrt{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

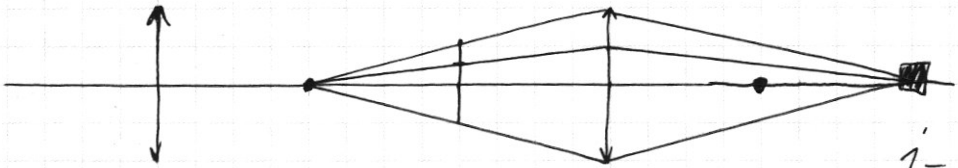


$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{2F_0}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{b}=\frac{2}{2F_0}-\frac{1}{2F_0}=\frac{1}{2F_0}$$

$$b=2F_0 \qquad d=\frac{1}{2}D$$



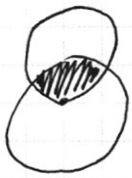
$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{d-r}{d}=\frac{I_1}{I_0}=\frac{3}{4}$$

$$1-\frac{r}{d}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{r}{d}=\frac{1}{4} \qquad r=\frac{d}{4}=\frac{D}{8}$$

$$\frac{r}{\tau_0}=\frac{D}{8\tau_0}=\cancel{4}\,v$$

$$v=\frac{D}{8\tau_0}$$



$$t_1=\frac{d}{v}=\frac{D}{2v}=\frac{D8\tau_0}{2D}=4\tau_0$$

$$\frac{\pi R^2}{\pi r^2}=\frac{3}{4} \qquad \frac{R^2}{r^2}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{D^2}{4r^2}=\frac{3}{4}$$

$$r^2=\frac{D^2}{3} \qquad r=\frac{D}{\sqrt{3}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$v_0^2 = v_1^2 + v^2 - 2v_1 v\cos\alpha =$

$= 64 + 64 + v - 128$

$\sin\frac{1}{2}$ $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$m v_1 \sin\alpha = m v_2 \sin\beta$ $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \frac{3\cdot 2}{4\cdot 1} = \frac{3}{2} v_1 = \frac{3}{2}\cdot 8 = \boxed{12}$

$v_2 \cos\beta - U > 0$

$U < v_2\cos\beta = 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ $\cancel{U < 6\sqrt{3}}$

$8\cdot\frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7}$; $6\sqrt{3}$ $v_{1x} = 8\frac{3}{4} = 6$

$\sqrt{28}$ $28 + 36$ 64

$36 \cdot 4 = 128$ ... 146

$6 = \frac{1}{2} v_2$ 6

$v_1\cos\alpha + U = v_2\cos\alpha - U$

$2\sqrt{7}$ $3U$

$2U = -8\cdot\frac{\sqrt{7}}{4} + 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$, $U = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

$\underline{U > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}}$ $\downarrow$ $3\sqrt{3} - \sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 3\sqrt{3} + \sqrt{7}$

$3\sqrt{3} + \sqrt{7} + 3\sqrt{3} - \sqrt{7} = 6\sqrt{3}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

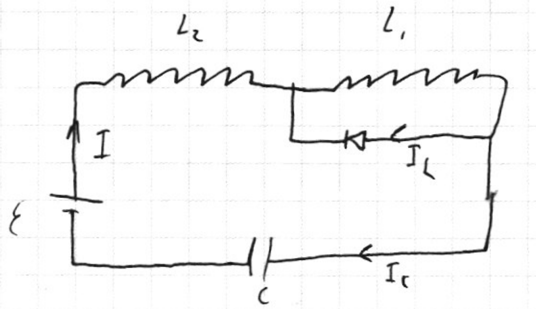
(Нумеровать только чистовики)

№4

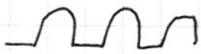
$\varepsilon = U_2 + U_1 + U_C$

$\varepsilon = L\dot{I} + \frac{q}{C}$

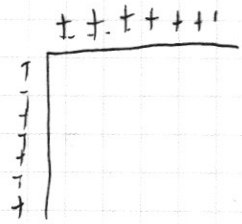
$\varepsilon = L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

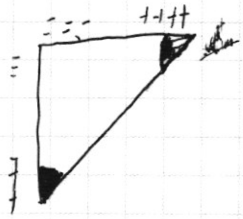


$T = \sqrt{LC}$ $\quad$ $T = 2\pi\sqrt{L_1C}$ $\quad$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



$\cancel{2\pi\sqrt{2LC}}$ $\quad$ $T = 2\pi\sqrt{3LC}$





$2\pi\sqrt{\cancel{2\pi}\,3CL}$