Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

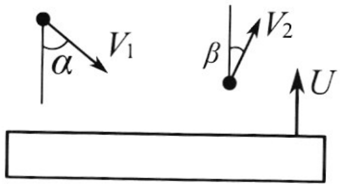
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



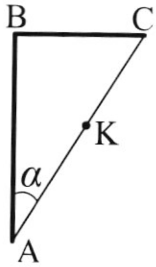
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

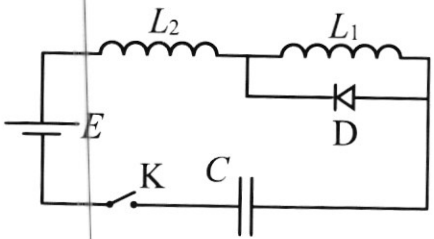
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

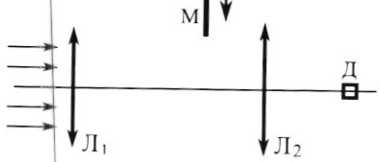
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

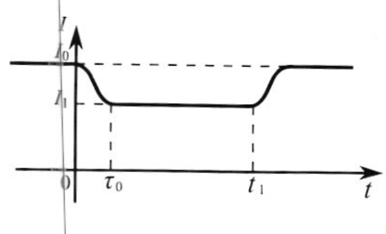
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





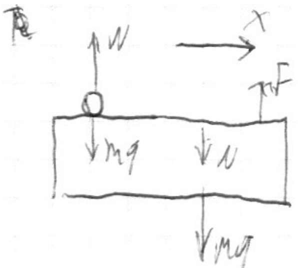
1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Дано:
$\sin\alpha = \frac{3}{4}$
$v_1 = 8$ м/с
$\sin\beta = \frac{1}{2}$

v_2 - ?
u - ?



1) Т.к. на шарик и на плиту не действуют горизонтальные силы, можно записать ЗСИ на ось x

ЗСИ: ~~x: $mv_1 \sin\alpha$ =~~

$x: \cancel{m}v_1 \sin\alpha = \cancel{m}v_2 \sin\beta \rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8\text{ м/с} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1}$

~~$v_2 = 24$ м/с~~ $v_2 = 12$ м/с

2) Т.к. плита движется с постоянной скоростью, она является ИСО. Перейдем в ее систему отсчета

В ней удар будет упругим - угол падения = углу отражения = γ

$\vec{v} = \vec{v_1} - \vec{u}$

До удара

$v^* = v$

$$\begin{cases} v_2 \cdot \cos\beta = v^* \cos\gamma + u \quad (1) \\ v_2 \cdot \sin\beta = v^* \sin\gamma \\ v_1 \sin\alpha = v^* \cdot \sin\gamma \\ v_1 \cos\alpha + u = v^* \cdot \cos\gamma \quad (2) \end{cases}$$

Подставим (2) в (1)

$\vec{v^*} = \vec{v_2} - \vec{u}$

После удара

$v_2 \cdot \cos\beta = v_1 \cos\alpha + 2u \rightarrow 2u = v_2 \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha$

$2u = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 8$, $u = 6\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 4$

$u = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с

Ответы:

1) $v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12$ м/с

2) $u = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2)

Дано:

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300$ К

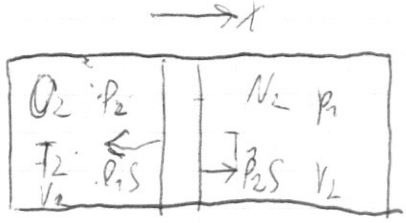
$T_2 = 500$ К

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8,31$ Дж/моль·К

$\frac{V_1}{V_2}$ - ?, Q - ?

$T_{уст}$ - ?



1) 2ЗН для поршня

$x: p_1 S = p_2 S \rightarrow p_1 = p_2 = p$

Закон Менделеева-Клапейрона для газа

$$\left.\begin{array}{l} p \cdot V_1 = \nu R T_1 \\ p V_2 = \nu R T_2 \end{array}\right\} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\cancel{\nu R} T_1}{\cancel{\nu R} T_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$V = V_1 + V_2 = V_2 + 0,6 V_2 = 1,6 V_2 \rightarrow V_2 = \frac{V}{1,6} \ (1) \quad V_1 = \frac{0,6V}{1,6}$$

2) Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона при $T_{уст}$

$T_{уст} = T^*$ — температура при установившемся режиме

$$\left.\begin{array}{l} p \cdot V_2^* = \nu R T^* \\ p \cdot V_1^* = \nu R T^* \end{array}\right\} \quad V_1^* = V_2^*$$

$$V = V_1^* + V_2^* = V_2^* + V_2^* = 2 V_2^* \rightarrow V_2^* = \frac{1}{2} V \ (2)$$

$$\frac{V_2^*}{T^*} = const \rightarrow \frac{T^*}{V_2^*} = \frac{T_2}{V_2} \rightarrow T^* = \frac{T_2}{V_2} \cdot V_2^* \text{ Подставим (1) и (2)}$$

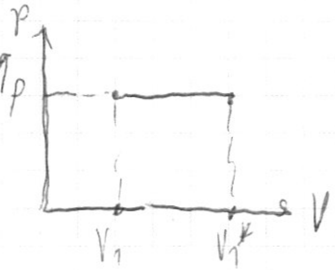
$$T^* = \frac{1,6 T_2}{V} \cdot \frac{1}{2} V = 0,8 T_2 \rightarrow T^* = 0,8 \cdot 500 = 8 \cdot 50 = 400 \text{ К}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$Q = A_{N_2} + \Delta U_{N_2}$

построим график PV



$A = (V_1^* - V_1)\cdot p = \nu R(T^* - T_1)$

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu R(T^* - T)$

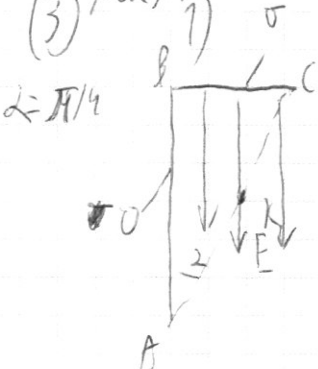
$Q = \frac{5}{2}\nu R(T^* - T) + \nu R(T^* - T) = \frac{7}{2}\nu R(T^* - T) = \frac{7}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot 8{,}31\cdot 100$

$Q = \frac{3}{2}\cdot 8{,}31\cdot 100 = \frac{3}{2}\cdot 831 = 1246{,}5$ Дж

Ответы: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0{,}6$; 2) $T_{кон} = 400$ K 3) 1246,5 Дж

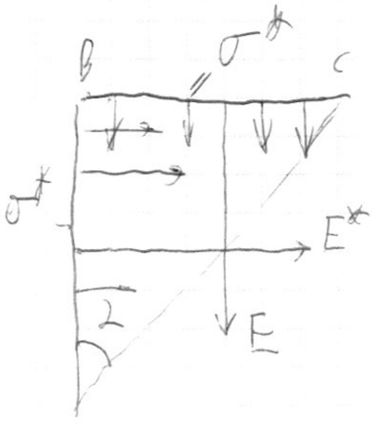
③ лист 1

1) Рассмотрим ситуацию до зарядки AB



$\longrightarrow$ $E_K = E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Рассмотрим ситуацию после зарядки AB



$E_K^* = \sqrt{E^{*2} + E^2} = \sqrt{2E^2} = E\sqrt{2}$

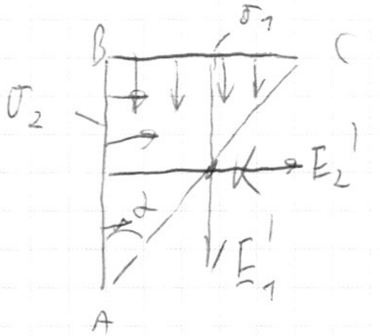
$E^* = E = \frac{\sigma^*}{2\varepsilon_0}$ $\quad \vec{E_K} = \vec{E^*} + \vec{E}$

$E_K^* = E\sqrt{2}$

$\frac{E_K^*}{E_K} = \frac{E\sqrt{2}}{E} = \sqrt{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) ③ лист 2 $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, $\alpha = \pi/7$



$$E_2' = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_1' = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0}$$

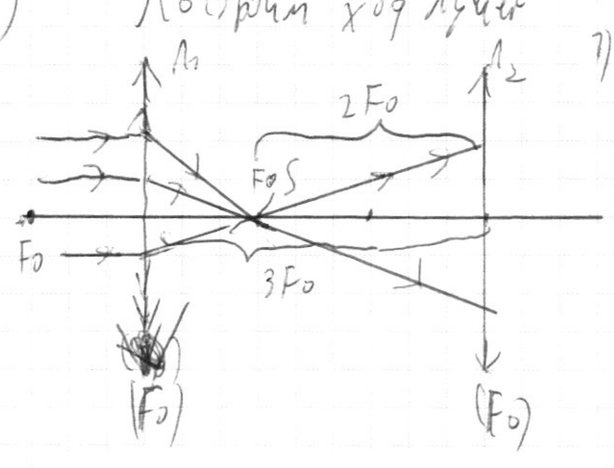
$$\vec{E}_K' = \vec{E}_1' + \vec{E}_2'$$

$$E_K^2 = E_1'^2 + E_2'^2 = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2 \cdot (2^2 + 1^2) = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2 (5)$$

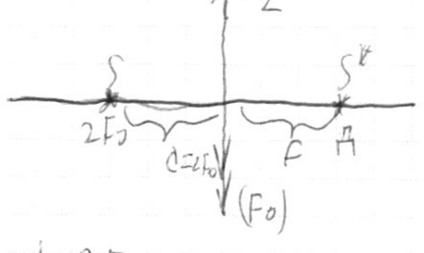
$$E_K = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$$

⑤ лист 1

Построим ход лучей



1) Параллельные лучи будут преломляться и попадать в фокусе Λ_1, в точке S, S будет действительным предметом Λ_2



$d = 2F_0$

Детектор
~~Дектор~~ находится в точке S^*. Найдем расстояние до него – f

Запишем формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \rightarrow f = \frac{F_0 \cdot d}{d - F_0} = \frac{2F_0}{1}$$

$$\rightarrow f = \frac{F_0}{2}$$

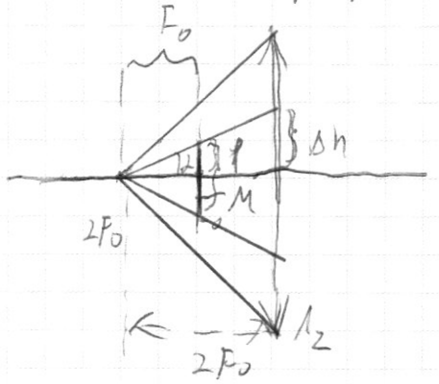
Б) лист 2
Т.к $d > F_0$, S^* – будет действительным предметом.

$\Gamma = \frac{d}{f} = 1$ ~~Γ~~ — S^* будет перевернутым в нат. величину

2) Т.К свет проходит через линзу равномерно, значит мощность излучения пропорциональна площади линзы

$P = S_{л_2} K$, где P – мощность излучения, $S_{л_2}$ – площадь линзы
K – констант $S_{л_1} = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi$

Построим рисунок при токе I_1: мишень поглощает максимальное кол-во свет



$tg\alpha = \frac{\frac{3}{2}\Delta l}{F_0} = \frac{\Delta h}{2F_0} \rightarrow \Delta l = \frac{\Delta h}{2} \rightarrow l = \Delta h$

$S^*_{л_2} = \cancel{S_{л_2}}\ S_{л_2} - (\Delta h)^2 \pi$

$S^*_{л_2} = \pi\left(\left(\frac{D^2}{2}\right) - (\Delta h)^2\right)$

$S^*_{л_2} = \pi\left(\frac{D^2}{4} - l^2\right)$

3) $P^* = S^*_{л_2} K \longrightarrow$ Т.К P пропорционален I
отношение P к P^* = отношению I_0 к I_0

$\frac{P}{P^*} = \frac{I_0}{I_1} \rightarrow \frac{\frac{D^2}{4}}{\frac{D^2}{4} - l^2} = \frac{4I_0}{3I_0}$

$3\frac{D^2}{4} = \frac{4D^2}{4} - 4l^2 \rightarrow 4l^2 = \frac{4D^2}{4} - \frac{3D^2}{4} = \frac{D^2}{4} \rightarrow l^2 = \frac{D^2}{16}$

$l = \frac{D}{4}$

~~Построим~~

~~4) Покажем движение мишени~~

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

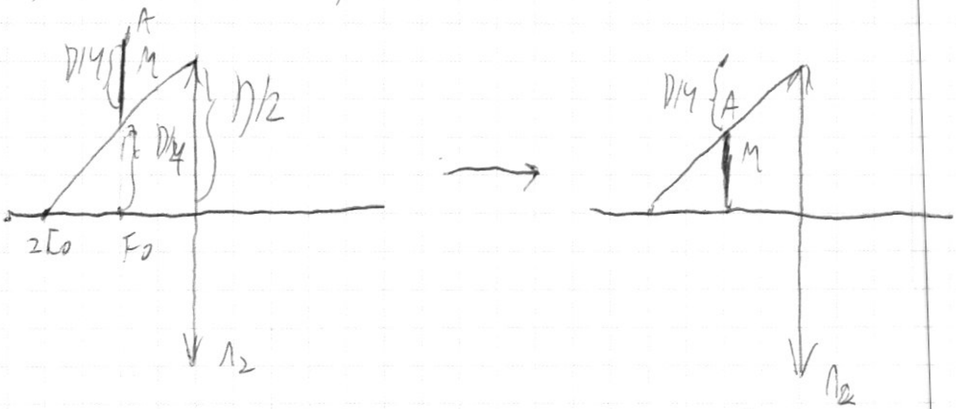
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) лист 3

4) покажем движение мишени

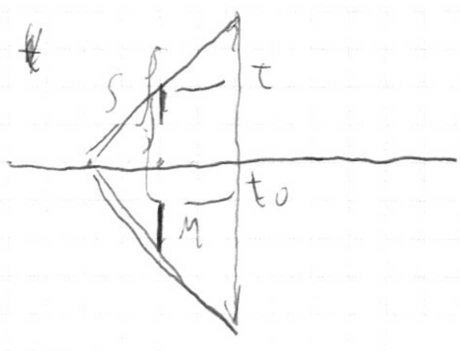


Точка A прошла расстояние $\ell = \frac{D}{4}$. И т.к. в момент t_0 у нас минимальный ток, а такое возможно, когда мишень поглощает максимальный поток света всей своей площадью $\Rightarrow$ можно сказать, что за t_0 точка A, а значит вся мишень, ~~прод~~ пройдет расстояние ℓ.

$$t_0 = \frac{\ell}{v} \rightarrow \frac{1}{v} = \frac{t_0}{\ell} = \frac{t_0}{D/4} = \frac{4t_0}{D} \rightarrow \frac{1}{v} = \frac{4t_0}{D} \rightarrow v = \frac{D}{4t_0}$$

Аналогично t_1 — момент, когда мишень будет поглощать не ~~..~~ максимальный поток света своей площадью

$$t_0 = \frac{S}{v} = \frac{D/2}{v} = \frac{D}{2v} = \frac{4t_0 \cancel{D}}{2\cancel{D}} = 2t_0$$



$S = ~~..~~ D/2$

$t_0 = 2t_0$

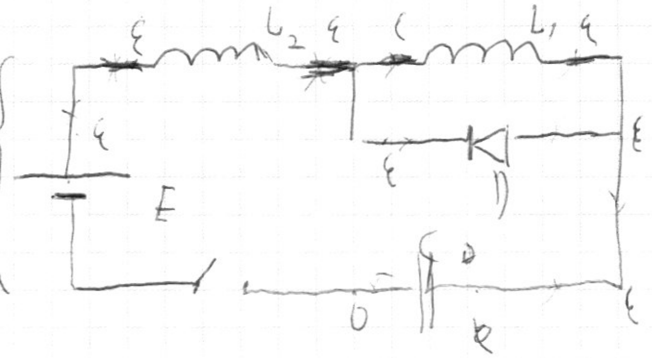
Ответы: 1) $f = 2F_0$

2) $v = \frac{D}{4t_0}$

3) $t_4 = 2t_0$

4

Используем метод узловых потенциалов



$L_1 = 2L$, $L_2 = L$

1) Рассмотрим момент до замыкания

2) Рассмотрим цепь после замыкания

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

~~Период колебаний~~ 3СЭ: $\mathcal{E}q = \frac{\mathcal{E}q}{2} + \frac{I_{max}^2 \cdot 3L}{2}$
~~Рассмотрим цепь~~

$\frac{I_{max}^2 \cdot 3L}{\cancel{2}} = \frac{\mathcal{E}q}{\cancel{2}} \rightarrow I_{max}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{3L} \rightarrow I_{max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

~~Период~~ найдем период колебан

$\frac{I^2 \cdot 3L}{2} = \frac{\mathcal{E}q}{2} = \frac{q^2}{C2} \rightarrow$ возьмем производную по времен

$\frac{2 I' \cdot I\, 3L}{\cancel{2}} = \frac{2q \cdot q'}{C\cancel{2}} \rightarrow I' \cdot 3L = \frac{q}{C} \rightarrow I' = \frac{q}{3LC}$

$T = 2\pi\sqrt{3LC}$

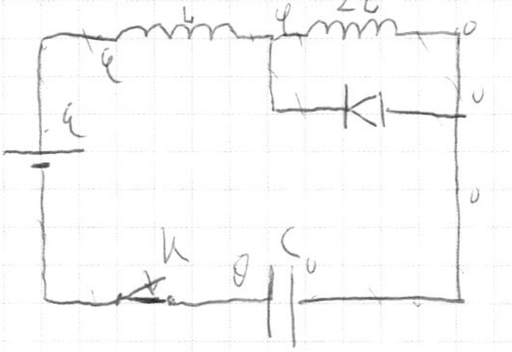
ответы:

1) $T = 2\pi\sqrt{3LC}$
2) $I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$
3) $I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

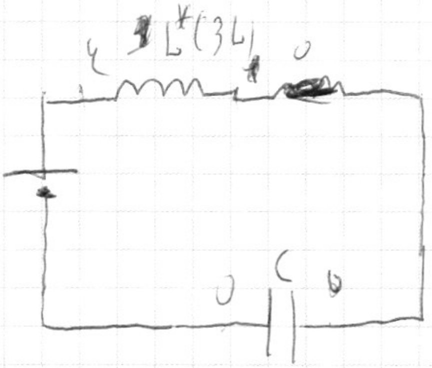
4) 1) Рассмотрим момент сразу после замыкания напряжение на конденсаторе и ток через катушки скачком не меняется



используем метод потенциалов

Предположим, что $\varphi < 0 \rightarrow$ диод закрыт

Объединим катушки L_1 и L_2



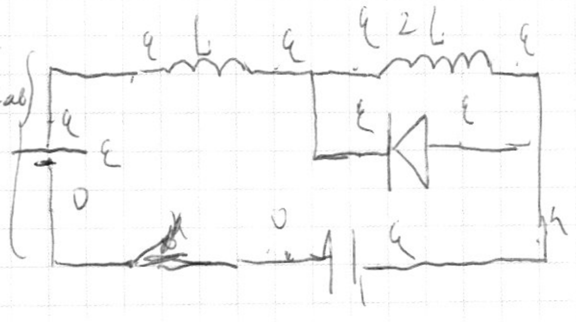
$L^* = L_1 + L = 2L + L = 3L$

$U_{3L} = \varepsilon - 0 = \varepsilon$

$U_{3L} = 3L \cdot I' = 3L \cdot \frac{dI_{3L}}{dt}$

2) рассмотрим цепь при установившимся режиме

метод потенциалов



$I_C(t_{уст}) = 0$

$\cancel{U_L = 0}$

$U_{L_1}(t_{уст}) = 0$

$U_{L_2}(t_{уст}) = 0$

$U_C(t_{уст}) = \varepsilon$

$I'_{L_2} = \frac{U_{L_2}}{L} = 0$

$\cancel{I_{L_1}(t_{уст}) = 0}$, $\cancel{I_{L_2}(t_{уст}) = 0}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_2 \cdot \cos\beta = v^* \cdot \cos\gamma + u$

$v_2 \cdot \sin\beta = v^* \cdot \sin\gamma$

$v_1 \cdot \sin\alpha = v^* \cdot \sin\gamma$

$v_1 \cdot \cos\alpha + u = v^* \cdot \cos\gamma$

$\cos\alpha^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{16-9}{16} = \frac{7}{16}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\frac{Cu^2}{2} = \frac{q \cdot u}{2}$

$v_2 \cdot \cos\beta = v_1 \cos\alpha + u + u$

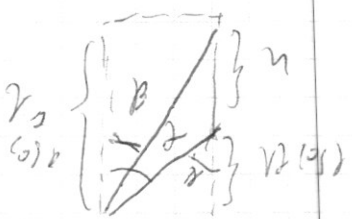
$2u = v_2 \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha$

$2u = 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$

$u = 3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\frac{Cq^2}{2C} = \frac{I_{max}^2 L}{2}$

$\frac{2q \cdot \dot{q}}{2C} = 2I^*$

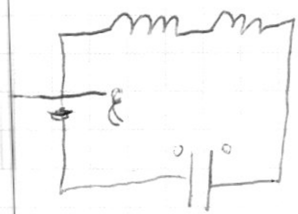


$p^* V_2^* = \nu R T^0$

$p^* V_1^* = \nu R T$

$V_1^* = V_2$

$16 - 9 = 7$



$p V_2^* = \nu R T^*$

$\frac{V_2^*}{T^*} = \frac{V_2}{T_2}$

$1{,}6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

$\frac{2493}{2} = 1246{,}5$

$\frac{D - l}{D} = \frac{3}{4}$

$4D - 4l = 3D$

$4l = D$

$\mathcal{E} = \frac{q}{2C}$

$\mathcal{E} = \frac{Cq^2}{C2}$

$l = \frac{D}{4}$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$A_{вн} = \frac{Cu^2}{2}$

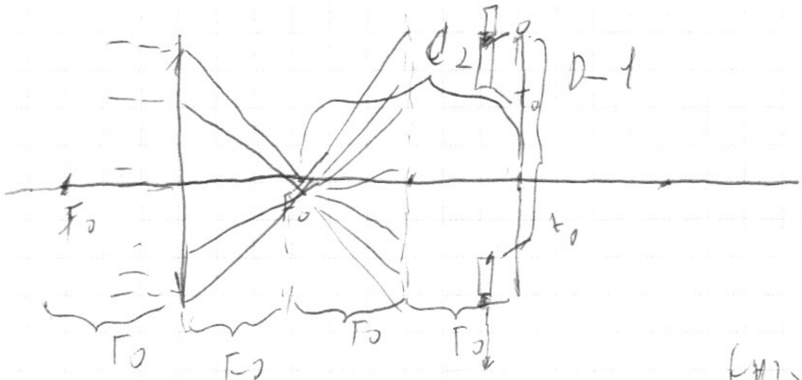
$q = 2C\mathcal{E}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

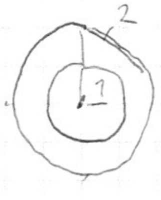
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\frac{1}{F_0} = \frac{\Delta h}{2F_0}$

$l_0 = \frac{\Delta h}{2}$



$d_2 = 2F_0$

$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \to f = 2F_0$

$t' = \frac{D}{v}$

$\tau_0 = \frac{l}{v}$

$t_1 = \frac{D-l}{v} = \frac{D}{v} - \tau_0$

$\frac{\frac{D^2}{4} - \Delta h^2}{\frac{D^2}{4}} = \frac{3}{4}$

$4\frac{D^2}{4} - 4l^2 = 3\frac{D^2}{4}$

$4l^2 = \frac{D^2}{4}$

$l^2 = \frac{D^2}{16}$

$l = \frac{D}{4}$

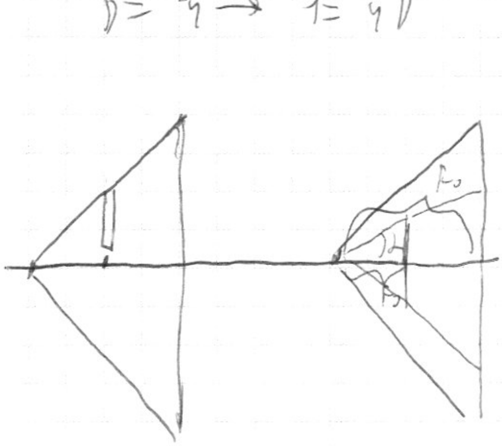
$I_1 = \frac{I_0 \cdot l}{D}$

$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \qquad \frac{3}{4} I_0 = \frac{l}{D} I_0$

$\frac{l}{D} = \frac{3}{4} \to l = \frac{3}{4} D$

$\frac{D^2}{2} - \frac{l^2}{2}$

$\frac{(D/2)^2 - l^2}{(D/2)^2} = \frac{3}{4}$



$\frac{D-l}{D} = \frac{3}{4}$

$4D - 4l = 3D$

$4l = D$

$\frac{D-2l}{D} = \frac{3}{4}$

$8l = D \to$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)