

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

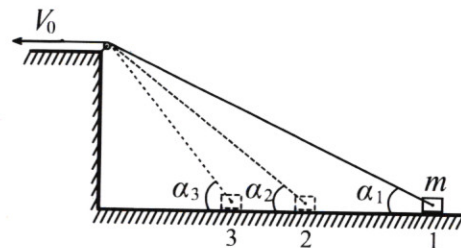
Класс 11

Вариант 11-07

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0 . Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin \alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\sin \alpha_2 = \frac{1}{2}$, $\sin \alpha_3 = \frac{4}{5}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12} .

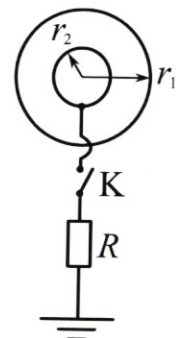


- 1) Найти скорость V_3 груза при прохождении точки 3.
 - 2) Найти работу лебедки A_{13} при перемещении груза из точки 1 в точку 3.
 - 3) Найти время t_{23} перемещения груза из точки 2 в точку 3.
2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура $T_0 = 373 \text{ K}$. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1 , в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/7$, где P_0 - нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

Функция не числ!

- 1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
- 2) Найти изменение массы Δm воды.
- 3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

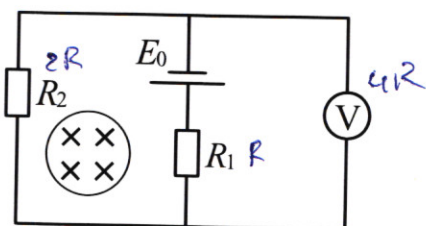
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится отрицательный заряд $-Q_0$, где $Q_0 > 0$. Внутренний шар не заряжен и соединен с Землей через ключ K и резистор R . Ключ замыкают.



- 1) Найти заряд q внутреннего шара после замыкания ключа.
- 2) Найти энергию W_0 электрического поля вне шаров до замыкания ключа.
- 3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

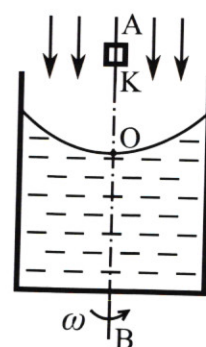
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаены резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, идеальный источник с ЭДС E_0 , вольтметр с сопротивлением $R_V = 4R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области - магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S .



- 1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
- 2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью $\omega = 5 \text{ c}^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.

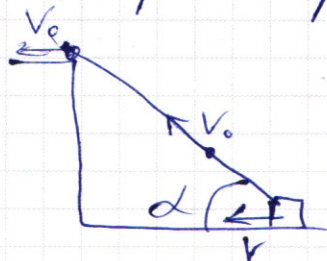


- 1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.
 - 2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?
- Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

V - скорость груза. Поскольку передка не растягивается



$$V_0 \cos \alpha = V_0 \cos \alpha$$

$$V = \frac{V_0}{\cos \alpha}$$

1) отсюда $V_3 = \frac{V_0}{\cos \alpha_3} = \frac{V_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_3}} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{9}{25}}} =$

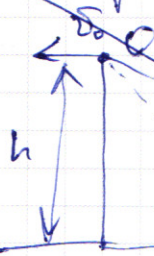
$$= \frac{5}{3} V_0$$

2) 3СЭ $A_{13} = \Delta E_k = \frac{m \bar{v}_3^2}{2} - \frac{m \bar{v}_1^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left(\left(\frac{5}{3} V_0 \right)^2 - v_1^2 \right)$

$$\bar{v}_1 = \frac{V_0}{\cos \alpha_1} = \frac{V_0}{(1 - \sin^2 \alpha_1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{16-17}{16}}} = \frac{4}{15} \cdot V_0$$

2) $A_{13} = \frac{m}{2} \left(\frac{25}{9} V_0^2 - \frac{16}{15} V_0^2 \right) = \frac{m V_0^2}{2} \left(\frac{125 - 48}{45} \right) = \frac{77}{90} m V_0^2$

3) Введём h . Тогда, при перемещении груза длина участка OA уменьшается на Δl



$$OA = \frac{h}{\cos \alpha} \quad OA' = \frac{h}{\cos \alpha'}$$

$$OA - OA' = \Delta l = \bar{v}_0 \cdot t$$

$$\bar{v}_0 \cdot t = \frac{h}{\cos \alpha} - \frac{h}{\cos \alpha'} \quad \text{Тогда } \bar{v}_0 \cdot t_{12} = \frac{h}{\cos \alpha_1} - \frac{h}{\cos \alpha_2} \quad (1)$$

$$\bar{v}_0 \cdot t_{23} = \frac{h}{\cos \alpha_2} - \frac{h}{\cos \alpha_3} \quad \text{Великие системы уравнений:}$$

$$\cos \alpha_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1} = \sqrt{\frac{15}{16}}$$

$$\cos \alpha_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_2} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\cos \alpha_3 = \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$2) \text{ (1)}: h = v_0 \cdot t_{12} \cdot \left(\sqrt{\frac{16}{15}} - \sqrt{\frac{4}{3}} \right)$$

$$2) \text{ (2)}: t_{23} = \frac{h}{v_0} \cdot \left(\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{25}{9}} \right) = t_{12} \cdot \left(\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{25}{9}} \right) \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{16}{15}} - \sqrt{\frac{4}{3}} \right)}$$

$$= t_{12} \cdot \frac{(2-5)\sqrt{3}}{4-2\sqrt{5}}$$

3) Введём h . Тогда при перемещении груза OA меняется укорачивается на Δl .



$$OA = \frac{h}{\sin \alpha} \quad OA' = \frac{h}{\sin \alpha'}$$

Ищем $\Delta l = OA - OA' = v_0 \cdot t$

Значит

$$\frac{h}{\sin \alpha_1} - \frac{h}{\sin \alpha_2} = v_0 \cdot t_{12} \quad v_0 \cdot t_{12} = h(4-2) = 2h$$

$$\frac{h}{\sin \alpha_2} - \frac{h}{\sin \alpha_3} = v_0 \cdot t_{23} \quad v_0 \cdot t_{23} = h\left(2 - \frac{5}{4}\right) = \frac{3}{4}h$$

$$t_{23} = t_{12} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{8} t_{12}$$

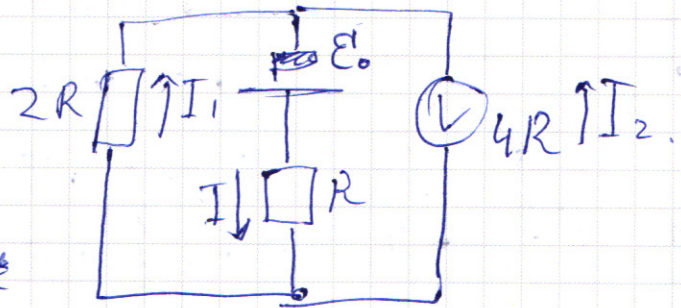
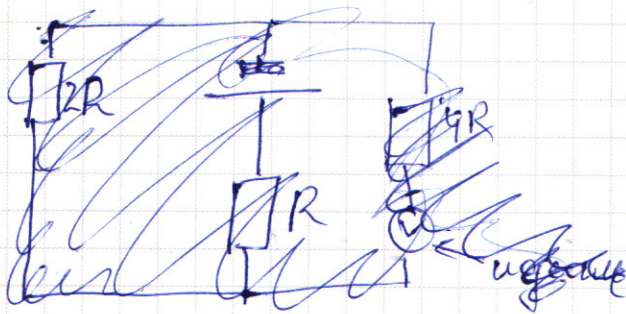
- Ответ:
- 1) $v_3 = \frac{5}{3} v_0$
 - 2) $A_{13} = \frac{77}{90} m v_0^2$
 - 3) $t_{23} = \frac{3}{8} t_{12}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

Известно, что $\oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt}$ (1)

а) Если $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, то поле магн. поле никак не влияет на цепь



$$I_1 + I_2 = I$$

$$I_1 \cdot 2R = I_2 \cdot 4R = E_0 - IR$$

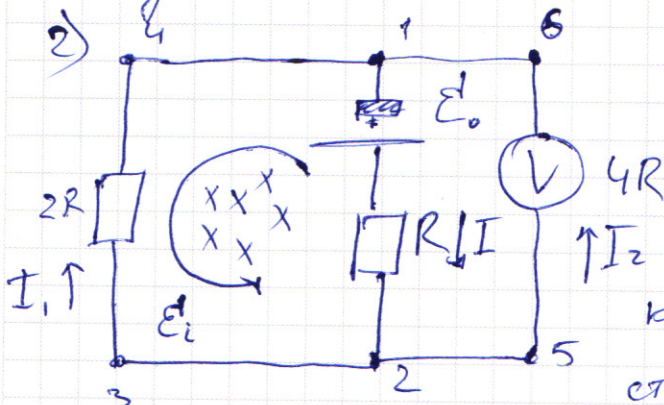
$$I_1 = 2I_2 = I = 3I_2 \Rightarrow I_2 \cdot 4R = E_0 - IR$$

$$I_2 \cdot 4R = E_0 - 3I_2 R$$

$$E_0 = 7I_2 R \Rightarrow I_2 = \frac{E_0}{7R}$$

Тогда $V_1 = I_2 \cdot 4R = \frac{E_0}{7R} \cdot 4R = \frac{4}{7} E_0$

Вопрос Ласкавску здесь



Если $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$, то в контуре возникает ЭДС индукции \mathcal{E}_i , напр. против час.

стрелки, т.к. поле напр. от нас

$\mu > 0$. Из (1): $|\mathcal{E}_i| = k \cdot S$

Тогда в II з.к. Kirchhoffa для контура 1234
запишем, как (1)

$$\begin{cases} \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_i - I \cdot R - I_1 \cdot 2R = 0, & (1) \\ \mathcal{E}_0 - IR - I_2 \cdot 4R = 0, & (2) \\ \mathcal{E}_i = k \cdot \mathcal{E}_0 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \text{ А для 1256, как (2)}$$

$$(1) - (2): IR + I_2 \cdot 4R = \mathcal{E}_i + IR + I_1 \cdot 2R$$

$$I_1 = 2I_2 - \frac{\mathcal{E}_i}{2R} \text{ подставим в (1):}$$

$$\mathcal{E}_0 - k\mathcal{E}_0 = IR + I_1 \cdot 2R.$$

$$\mathcal{E}_0 - k\mathcal{E}_0 = I_1 \cdot 3R + I_2 \cdot R.$$

$$\mathcal{E}_0 - k\mathcal{E}_0 = 2I_2 \cdot 3R - \frac{\mathcal{E}_i}{2R} \cdot 3R + I_2 \cdot R = 7I_2 R - \frac{3}{2}\mathcal{E}_i$$

$$\mathcal{E}_0 = k\mathcal{E}_0 + \frac{3}{2}k\mathcal{E}_0 = 7I_2 R \Rightarrow I_2 R = \frac{1}{7}(\mathcal{E}_0 + \frac{1}{2}k\mathcal{E}_0)$$

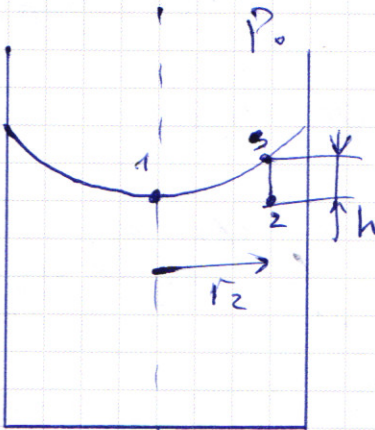
$$V_2 = I_2 \cdot 4R = 4I_2 R = \frac{4}{7}(\mathcal{E}_0 + \frac{1}{2}k\mathcal{E}_0).$$

$$\text{Ответ: 1) } V_1 = \frac{4}{7}\mathcal{E}_0$$

$$2) V_2 = \frac{4}{7}(\mathcal{E}_0 + \frac{1}{2}k\mathcal{E}_0)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

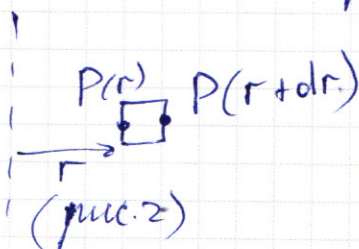


(рис. 1) ω

~~Поскольку давление во всех точках~~
~~будет одинаково, то~~

Разность давлений P_2 и P_1
(в т. 2 и 1 соотв.) обеспечивает
нужности вращение вокруг АВ, т.е. центростремительное ускорение.

Рассмотрим маленький кусочек ~~будет~~
на расст. r от АВ. (δ - площ. ~~нужности~~)



(рис. 2)

Тогда

$$\begin{aligned} \delta(P(r+dr) - P(r)) &= m\omega^2 r = \\ &= \delta \cdot \delta r \cdot \omega^2 r \end{aligned}$$

откуда

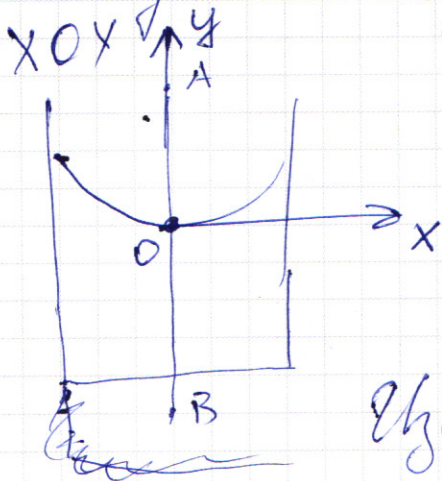
$$\int_{r_1}^{r_2} dP = \delta \omega^2 \int r dr \Rightarrow P_2 - P_1 = \delta \omega^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}, \text{ где } r_1 = 0$$

Если ~~мы~~ мы возьмем как на рис. 1, то

$$P_2 - P_1 = \delta g h, \text{ т.к. } P_3 = P_1 = P_0. \text{ Т.е.}$$

$$\delta g h = \delta \omega^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{\delta \omega^2 r_2^2}{2}$$

Тогда $h = \frac{\omega^2}{2g} r^2$ Введём систему координат



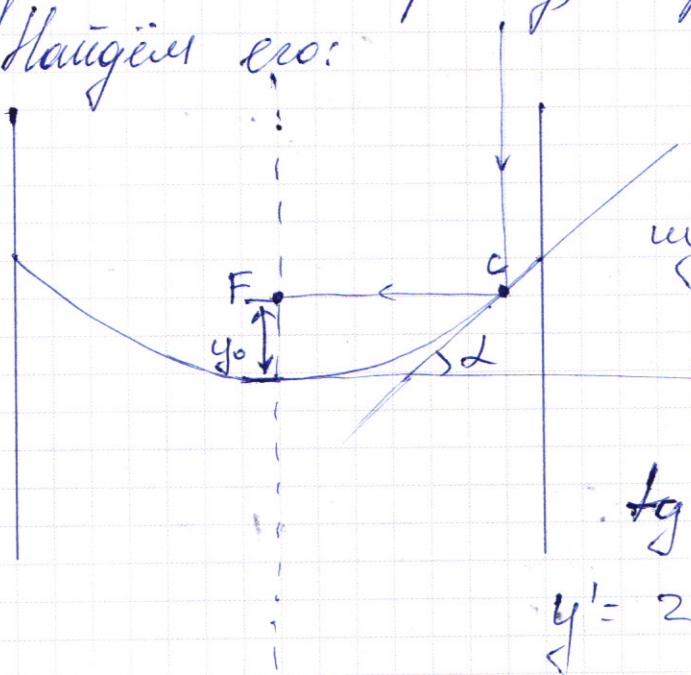
Тогда уравнение поверхности запишется в виде

$$y = \frac{\omega^2}{2g} \cdot x^2, \text{ т.е. это парабола (в разрезе)}$$

Известно, что лучи, падающие

вертикально на параболу, собираются в её фокусе.

Найдём его:



$$\text{tg} \alpha = y'$$

(убедитесь, что он равен углу APB из системы)

В точке с $\alpha = 45^\circ$ отразившись, луч падёт горизонтально, поэтому найдём верш. этой точки.

$$\text{tg} 45^\circ = 1 = y'$$

$$y' = 2 \frac{\omega^2}{2g} x = \frac{\omega^2}{g} x = 1$$

$$x = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow y_0 = \frac{\omega^2}{2g} \cdot \frac{g^2}{\omega^4} = \frac{g}{2\omega^2}$$

изобр. санитца будет кабол. на раст. $\frac{g}{2\omega^2} = \frac{10}{25 \cdot 2} =$

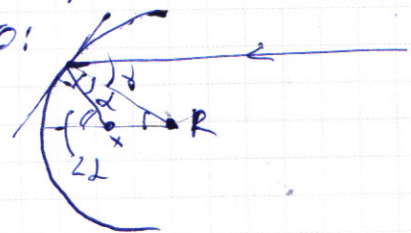
$= 0,2 \text{ м.}$

В случае шарообразной сферической формы поверхности, лучи соберутся в $\frac{R}{2}$. Докажем это:

$$x \cdot \text{tg} 2\alpha = R \cdot \text{tg} \alpha \quad \text{при } \alpha \rightarrow 0$$

$$x \cdot 2\alpha = R\alpha \Rightarrow x = \frac{R}{2}$$

в нашем случае $\frac{R}{2} = y_0 \Rightarrow R = 2y_0 = 0,4 \text{ м.}$

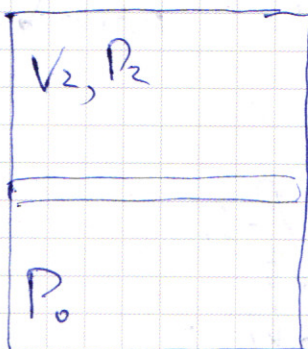
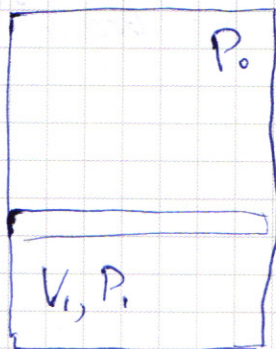


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

К задаче 5

Ответ: 1) $R = 0,4 \text{ м}$
2) $y_0 = 0,2 \text{ м}$

Задача 2



Известно, что P
наименьшего водородного
пара равно P_0 , при
 $t = 100^\circ\text{C}$
 $T_0 = 273 \text{ K} = 100^\circ\text{C}$

$$T = \text{const} = T_0 = 373 \text{ K}$$

$$P_1 = P_0 + \frac{P_0}{7} = \frac{8}{7} P_0 \quad P_2 = P_0 - \frac{P_0}{7} = \frac{6}{7} P_0$$

Ур-е сост. газа:

$$P_1 V_1 = \nu R T_0$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_0$$

$$\frac{8}{7} P_0 V_1 = \nu R T_0$$

$$\frac{6}{7} P_0 V_2 = \nu R T_0$$

$$\Rightarrow 8V_1 = 6V_2$$

$$V_2 = \frac{4}{3} V_1$$

Пусть V - объём всего сосуда

Стоит отметить, что в начальном сост. пар был насыщен. т.к. пар-я в равновесии и была вода, а в конечном сост. он также насыщен, т.к. его объём уменьшился, а не увеличился, а $T = \text{const}$.

$$P_0(V - V_1) = \frac{m_1}{\mu} RT_0 \quad m_1 - \text{кач. масса пара}$$

$$P_0(V - V_2) = \frac{m_2}{\mu} RT_0 \quad m_2 - \text{кач. масса пара}$$

$$\Delta m' = m_2 - m_1 = \frac{\mu P_0}{RT_0} (V_1 - V_2) = -\frac{\mu P_0}{3RT_0} \cdot V_1$$

Поскольку температура всего содержимого сосуда остается неизменной, то изм. вн. энергии ΔU связано лишь с конденсацией воды массой Δm .
Значит энергия увеличится на ΔU , равно

$$\Delta U = \cdot L \cdot |\Delta m| = \frac{\mu P_0 V_1}{3RT_0} \cdot L \quad \left. \begin{array}{l} \Delta m = -\Delta m' \text{ (кач. масса} \\ \text{пара} \rightarrow \text{масса воды} \uparrow) \end{array} \right\}$$

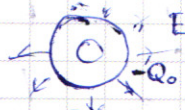
Ответ: 1) $V_2 = \frac{4}{3} V_1$

2) $\Delta m = +\frac{\mu P_0 V_1}{3RT_0}$

3) $\Delta U = \frac{\mu P_0 V_1}{3RT_0} \cdot L$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3



2) Найдем W_0 : Поле вне шаров определяется как $E \cdot 4\pi R^2 = -\frac{Q_0}{\epsilon_0} \Rightarrow E = -\frac{Q_0}{4\pi R^2 \epsilon_0}$

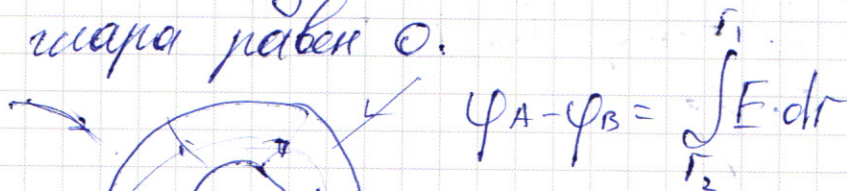
$$W = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \cdot V \Rightarrow dW = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \cdot dV = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot E^2 \cdot 4\pi R^2 dR$$

$$\cdot 4\pi R^2 \cdot dR = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \frac{Q_0^2}{(4\pi \epsilon_0)^2 \cdot R^4} \cdot 4\pi R^2 \cdot dR =$$

$$= k \frac{Q_0^2}{R^2} \cdot dR \Rightarrow W_0 = k Q_0^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{R^2} dR = k Q_0^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

При $R_1 = r_1$, а $R_2 \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{R_2} \rightarrow 0 \Rightarrow W_0 = k \frac{Q_0^2}{r_1}$

1) Поле замык. ключа потенциал внутреннего шара равен 0.



Известно, что $\int E \cdot dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Найдем $E(r)$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \cdot r^2} = k \frac{q}{r^2}$$

$$\phi_A - \phi_B = k q \int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{r^2} dr = k q \cdot \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_2}^{r_1} =$$

$$= k q \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = k q \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

$$\phi_A = 0 = \phi_B = -k q \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

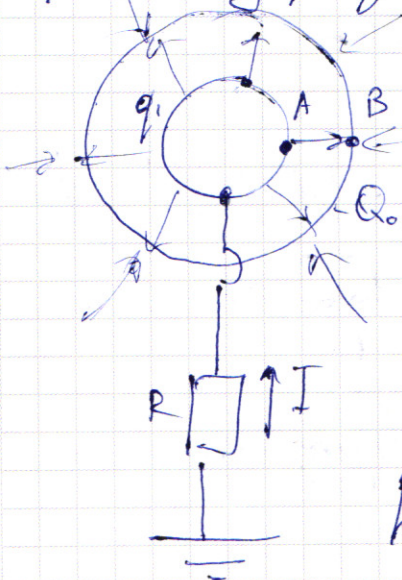
Тогда этот потенциал на ∞ всё ещё равен нулю

$$\varphi_B - \varphi_\infty = \varphi_B = - \int_{r_1}^{\infty} E dr = -k(Q_0 - q) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - 0 \right)$$

итого $kq \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = k(Q_0 - q) \cdot \frac{1}{r_1}$

$$Q_0 \cdot \frac{1}{r_1} = q \cdot \frac{1}{r_2} \quad \boxed{q = \frac{r_2}{r_1} \cdot Q_0} \quad (q > 0)$$

3) Во время зарядки внутреннего шара (q_1 - его заряд в произв. момент) (в начале внутри нашей же обложки)



$$0 - \varphi_A = IR$$

на бесконечности:

$$0 - \varphi_B = -k(q_1 - Q_0) \frac{1}{r_1}$$

$$\varphi_B - \varphi_A = \varphi_A - \varphi_B = \int_{r_2}^{r_1} E dr = kq_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

знаем:

$$kq_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = -k(q_1 - Q_0) \frac{1}{r_1} - IR$$

тут этот $I = \dot{q}_1$

$$\dot{q}_1 R + k \frac{q_1}{r_2} - k \frac{Q_0}{r_1} = 0$$

$$\dot{q}_1 + k \frac{q_1}{r_2 R} - k \frac{Q_0}{r_1 R} = 0$$

$$q_1 = A \cdot e^{-\frac{k}{r_2 R} t} + \frac{r_2}{r_1} Q_0 \cdot C \quad \dot{q}_1(0) = 0$$

$$A = -C$$

$$\dot{q}_1 = -\frac{k}{r_2 R} \cdot (-C) \cdot e^{-\frac{k}{r_2 R} t} \Rightarrow C \cdot k \frac{1}{r_2 R} = \dot{q}_1(0)$$

$$\Rightarrow C = Q_0 \cdot \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \dot{q}_1 = Q_0 \cdot k \frac{1}{r_1 R} \cdot e^{-\frac{k}{r_2 R} t}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

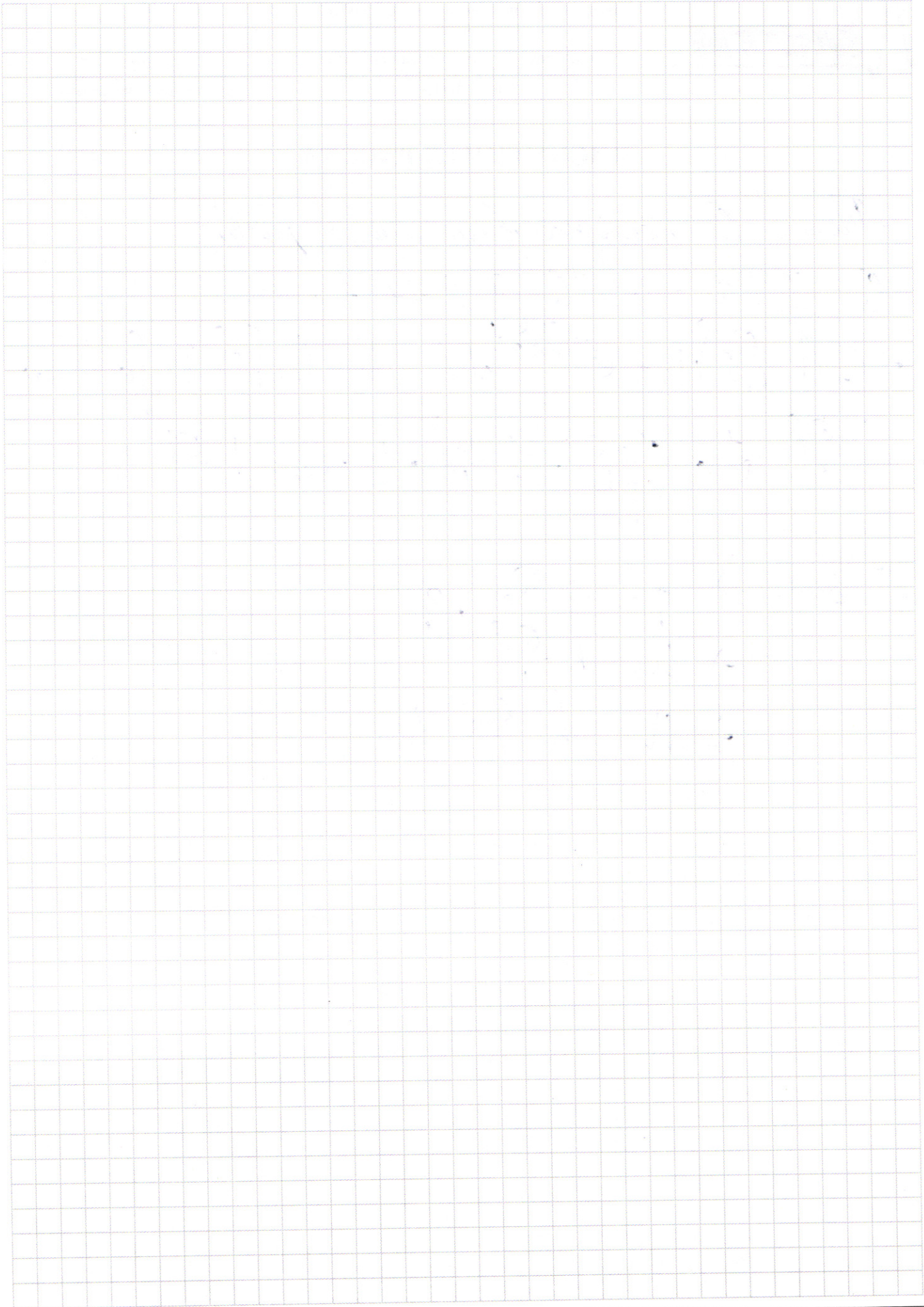
Меню Q , которое выданы, равно

$$\begin{aligned}
 Q &= I^2 R \tau \Rightarrow dQ = I^2 R \cdot dt = \\
 &= \left(k \frac{Q_0}{\Gamma_1 R} \right)^2 R \cdot e^{-\frac{2k}{2\Gamma_2 R} t} dt \Rightarrow Q = \left(k \frac{Q_0}{\Gamma_1} \right)^2 \frac{1}{R} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{2k}{\Gamma_2 R} t} dt = \\
 &= \left(k \frac{Q_0^2}{\Gamma_1^2} \right) \frac{1}{R} \cdot \frac{1-0}{\frac{2k}{\Gamma_2 R}} = k \frac{Q_0^2}{\Gamma_1^2} \cdot \frac{\Gamma_2}{2} \Rightarrow W = k \frac{Q_0^2}{\Gamma_1^2} \cdot \frac{\Gamma_2}{2}
 \end{aligned}$$

Ответ: 1) $q = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} Q_0$, $q > 0$

2) $W_0 = k \frac{Q_0^2}{\Gamma_1^2}$

3) $W = k \frac{Q_0^2}{\Gamma_1^2} \cdot \frac{\Gamma_2}{2}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

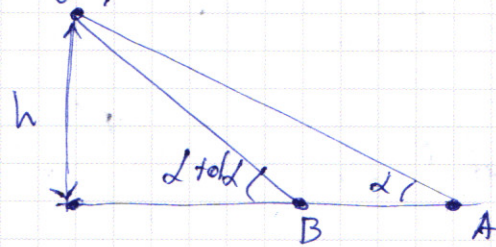
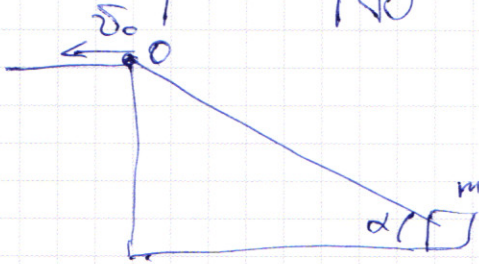
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

V - скорость груза. Найдём $\Rightarrow V(t)$.

Пусть прошло dt ; тогда $(dt \rightarrow 0)$



h - высота груза

$$AB = v \cdot dt \quad OA = \frac{h}{\sin \alpha} \quad OB = \frac{h}{\sin(\alpha + d\alpha)} = OA - \delta_0 \cdot dt$$

По Th косинусов:

$$OA^2 + AB^2 - 2OA \cdot AB \cdot \cos \alpha = OB^2$$

$$OA^2 + AB^2 - 2OA \cdot AB \cdot \cos \alpha = OA^2 - 2OA \cdot \delta_0 \cdot dt + (\delta_0 \cdot dt)^2$$

$$v^2 (dt)^2 - 2OA \cdot \delta_0 \cdot dt \cdot \cos \alpha = (\delta_0 \cdot dt)^2 - 2OA \cdot \delta_0 \cdot dt$$

$$dt \cdot (v^2 - \delta_0^2) = 2OA \cdot \delta_0 \cdot dt (\delta_0 \cdot \cos \alpha - \delta_0)$$

$$v \cdot \cos \alpha = \delta_0 \quad v = \frac{\delta_0}{\cos \alpha}$$

$$t_{12} = \int_1^2 v \cdot dt = \int_1^2 \frac{\delta_0}{\cos \alpha} \cdot dt \quad \frac{dt}{\cos \alpha} = d\alpha \quad ?$$

$$\cos \alpha \cdot d\alpha = dt \quad \frac{\cos \alpha}{\frac{d\alpha}{dt}} = \frac{dt}{\cos \alpha} \quad dt = \cos \alpha \cdot d\alpha$$

$$v_3 = \frac{v_0}{\cos \alpha_3} = \frac{5}{3} v_0 \quad \frac{h}{\sin \alpha} - \frac{h}{\sin(\alpha + d\alpha)} = \delta_0 \cdot dt$$

$$\frac{h(\sin \alpha + \cos \alpha \cdot d\alpha - \sin \alpha)}{\sin^2 \alpha} = \delta_0 \cdot dt \Rightarrow dt = \frac{h \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha = \cot^2 \alpha \cdot d\alpha.$$

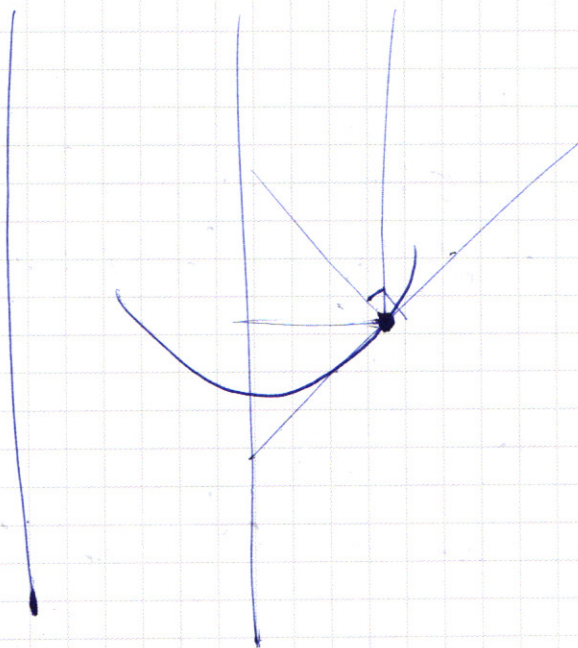
$$\frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} = d\alpha \quad \frac{d\alpha}{d\alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{d \left(-\frac{2}{2\sin^2 \alpha} \right)}{d\alpha} = -\frac{2}{-2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{h}{\cos \alpha_1} - \frac{h}{\cos \alpha_2} = v_0 \cdot t_{12}$$

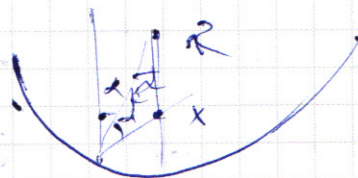
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = -kS.$$

$$E_0 - IR = E_0 - 3I_2 R \frac{E_1}{2R}$$



$$y = x^2$$

$$y' = 2x.$$



$$R \sin \alpha \quad R \cdot \operatorname{tg} \alpha = x \operatorname{tg} \alpha$$

$$x = \frac{R}{2}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{h}{\sin(\theta+d\theta)} = \frac{h}{\sin\theta + \cos\theta \cdot d\theta} = \frac{h}{\cos\theta} \left(\frac{1}{\sin\theta + d\theta} \right) = \frac{h}{\cos^2\theta} \cdot \sin\theta - \frac{h \cdot d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\sigma_0 \cdot d\theta = \frac{h}{\sin\theta} - \frac{h}{\cos^2\theta} \cdot \sin^2\theta + \frac{h \cdot d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{h}{\sin\theta} (1 - \sin^2\theta)$$

$$\textcircled{3} dW_0 = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi E^2 \cdot dR^3$$

$$E \cdot 4\pi R^2 = - \frac{Q_0}{\epsilon_0} \quad E = - \frac{Q_0}{4\pi R^2 \epsilon_0}$$

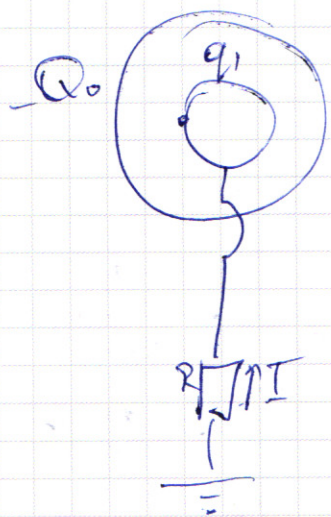
$$dW_0 = \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{Q_0^2}{(4\pi)^2 \cdot R^4 \epsilon_0^2} \cdot dR^3$$

$$\frac{dR^3}{R^4} \quad dR^3 = 3R^2 dR$$

$$q = |Q_{in}| \quad \text{Q}_{out}$$

$$E \cdot dR = U$$

$$U = \frac{Q_0 q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{R} \right) \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{Q_0}{4\pi} k q \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = k \frac{Q_0 \cdot q}{r_2}$$



$$+k(Q_0 - q_1) \cdot \frac{1}{r_1} =$$

$$= kq_1 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + IR$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a}$$