Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

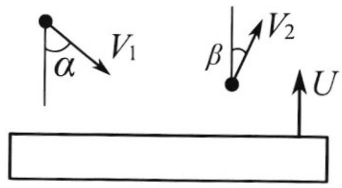
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



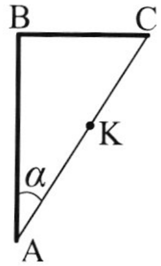
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

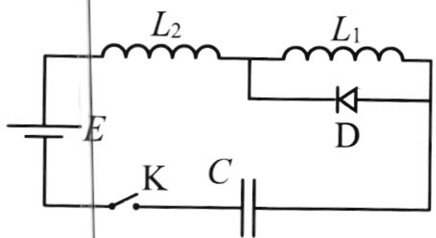
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

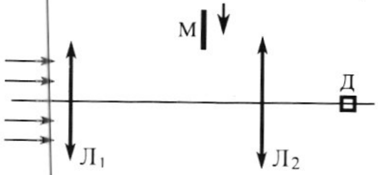
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

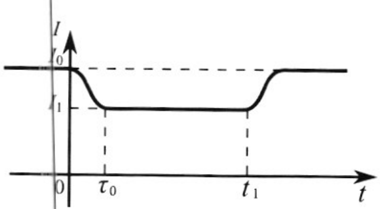
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

1) Т.к. пов-сть гладкая, то горизонт. составляющая ск-ти шарика не меняется:

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$\Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2} V_1 = 12$ м/с

2) Перейдем в систему отсчета стенки. В ней ск-ть шарика постоянна по модулю и равна $v_{отн.} = V_1 \cdot \cos\alpha + U$. После отскока (изменением ск-ти стенки пренебрегаем: $M_{стены} >> m_{шарика}$), согласно преобразованию Галилея:

$|v_{абс 2}| = |-(V_1 \cos\alpha + U) - U| = V_1 \cdot \cos\alpha + 2U = V_2 \cdot \cos\beta$.

Отсюда $U = \frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2} = \frac{12\sqrt{1-\frac{1}{4}} - 8\sqrt{1-\frac{9}{16}}}{2} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} =$
$= 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$.

$\boxed{\text{Ответ: 1) 12 м/с; 2) } 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}}$

№2.

1) Т.к. поршень в начальный момент был в равновесии, то давление в обоих отсеках было одинаковым, $\Rightarrow$

$$p_0 V_{N_2} = \nu R T_1$$
$$p_0 V_{O_2} = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{T_1}{T_2} = 0,6.$$

2) Сосуд теплоизолирован, поэтому общая внутренняя энергия системы не изменилась:

$$U_{N_2} + U_{O_2} = U_{уст}$$

$$\Rightarrow \nu C_V T_1 + \nu C_V T_2 = 2\nu C_V T_{уст}$$

$$\Rightarrow T_{уст} = \frac{T_2 + T_1}{2} = 400\,K.$$

3) Запишем первое начало термодинамики для азота:

$$Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \Delta U_{N_2} + A_{N_2}$$

В течении всего процесса давление оставалось постоянным, т.к. поршень двигался медленно (т.е. давление „успевало" уравновешиваться).

$$\Rightarrow Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \nu C_V (T_{уст} - T_1) + p_0 \Delta V$$

$$\Rightarrow Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \nu C_V (T_{уст} - T_1) + p_0 \left(\frac{\nu R T_{уст}}{p_0} - \frac{\nu R T_1}{p_0}\right)$$

$$\Rightarrow Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \nu (C_V + R)(T_{уст} - T_1) = \frac{3}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{7}}{2} R \cdot 100 = 150 \cdot 8,31 \approx 1250\,Дж$$

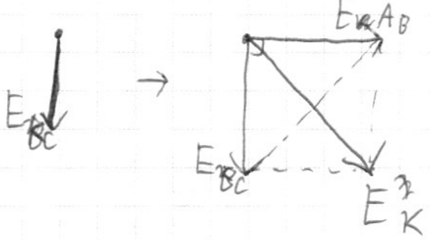
— отданное кислородом тепло.

$\boxed{\text{Ответ: 1) 0,6; 2) 400 K; 3) 1250 Дж.}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

1) Увеличится в $\sqrt{2}$ раз. Кстати не зависит ни от L, ни (каждая пластина создаёт однородн. эл. поле) от положения на AC.



$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2E_{BC}^2} = \sqrt{2}\,E_{BC}.$$

2) $E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$, где $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, $E_{BC} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

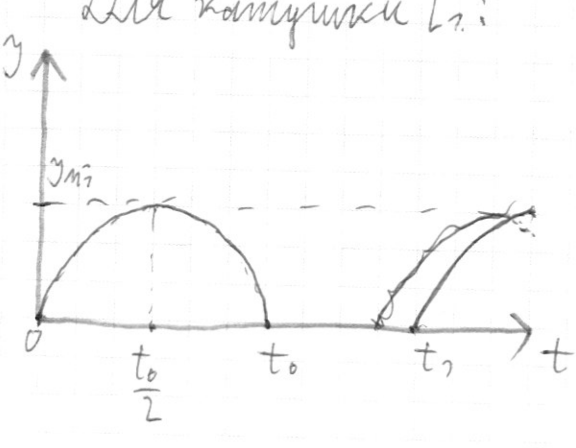
$$\Rightarrow E_K = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Ответ: 1) увелич в $\sqrt{2}$ раз; $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$.

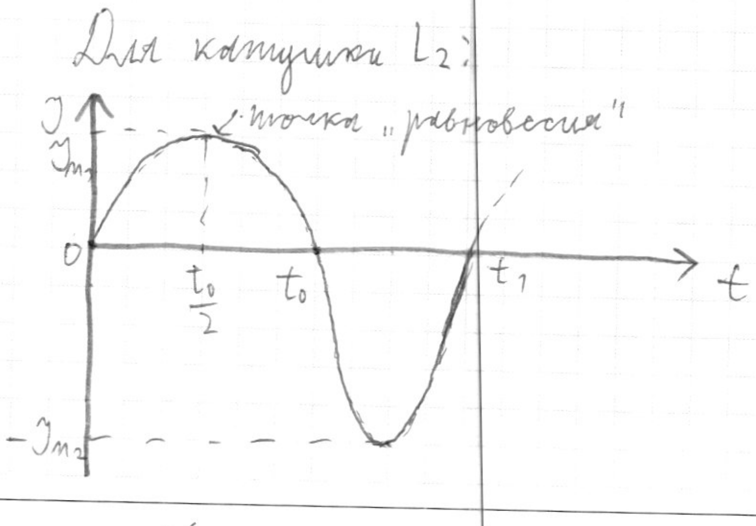
№4.

2),3) Графически колебания в цепи можно представить примерно так:

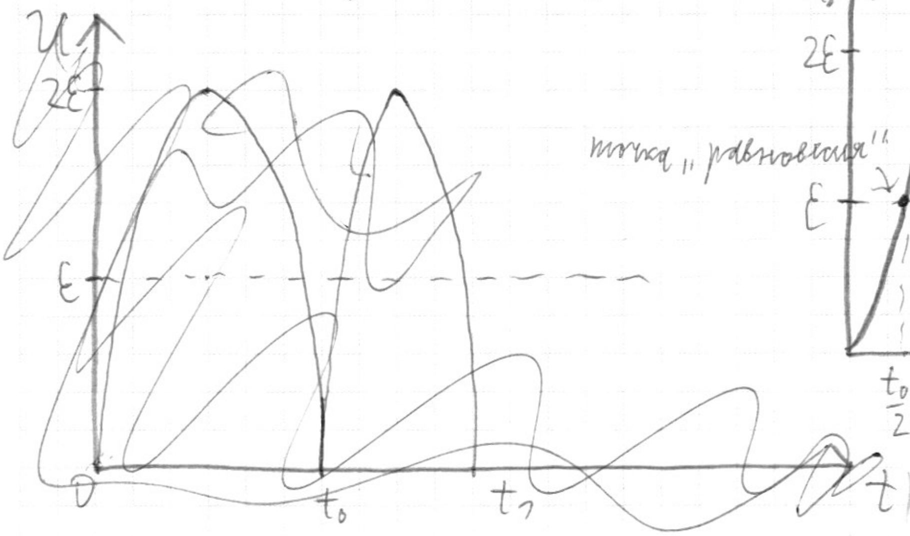
Для катушки L_1:

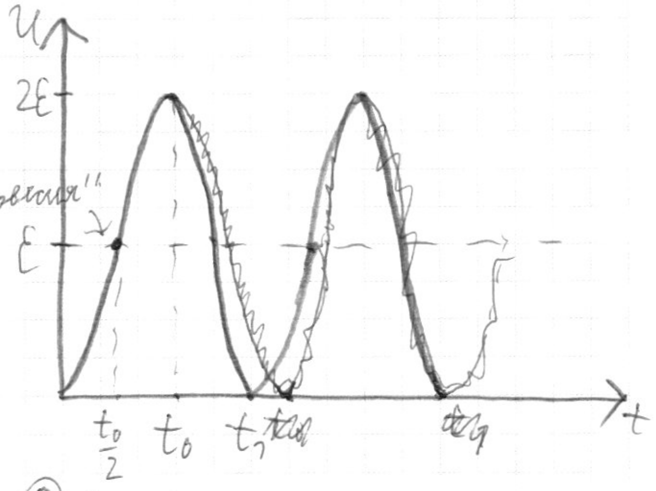


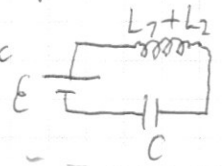
Для катушки L_2:



Для конденсатора:





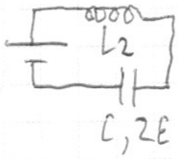
Т.е. с 0 до t_0 цепь ведёт себя как ,

Из ЗСЭ:

$$A_{ист.} = \Delta W_C + \Delta W_{L_1} + \Delta W_{L_2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}\cdot C\mathcal{E} = \left(\frac{C\mathcal{E}^2}{2} - 0\right) + \left(\frac{2L I_{m_1}^2}{2} - 0\right) + \left(\frac{L I_{m_1}^2}{2} - 0\right).$$

$$\Rightarrow \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{3}{2} L I_{m_1}^2 \Rightarrow \boxed{I_{m_1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}}$$

а с t_0 до t_1, как . Затем всё повторяется.

Далее, $-\mathcal{E}\cdot C\mathcal{E} = \left(\frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C(2\mathcal{E})^2}{2}\right) + \left(\frac{L I_{m_2}^2}{2} - 0\right).$

$$\Rightarrow \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{L I_{m_2}^2}{2} \Rightarrow \boxed{I_{m_2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}.}$$

Как и ожидалось, $I_{m_2} > I_{m_1}$.

2) $T = \cancel{t_0+t_1}\ t_0 + (t_1 - t_0)$.

Найдём t_0:

$$\mathcal{E} = \ddot{q}(L_1+L_2) + \frac{q}{C} \Rightarrow t_0 = 2\pi\sqrt{3LC}.$$

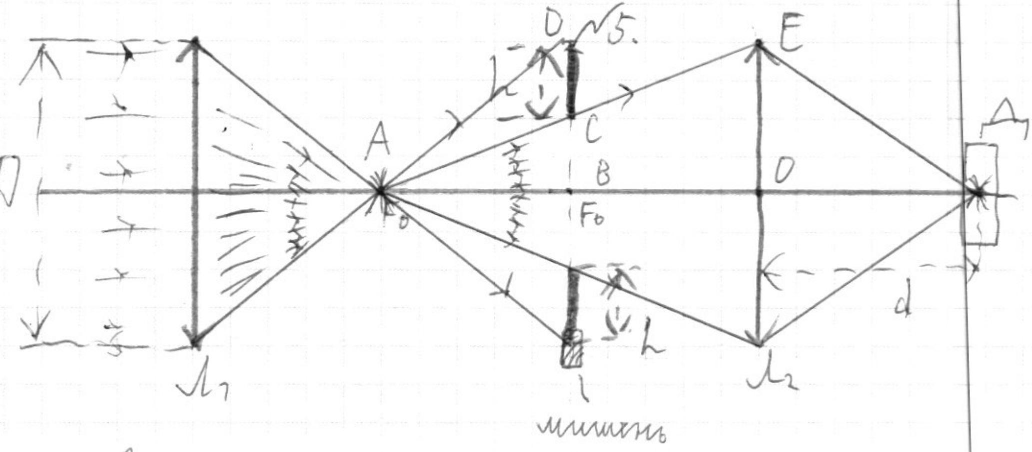
Найдём $t_1 - t_0$:

$$\mathcal{E} = \ddot{q} L_2 + \frac{q}{C} \Rightarrow t_1 - t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}(1+\sqrt{3})}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



1) Воспользуемся ф-лой тонкой линзы:

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{d} \Rightarrow \boxed{d = 2F_0.}$$

2) Пусть мощность светового пучка определяется ф-лой $P = I \cdot S$, где I – интенсивность пучка в сечении, а S – его (сечения) площадь.

Пусть входная интенсивность равна I_0, тогда мощность входного пучка равна $P_0 = I_0 \cdot \pi \frac{D^2}{4}$, а из соображений симметрии можно сказать, что пучок в сечении плоскостью, по которой движется мишень, обладает той же интенсивностью I_0. Значит, в детектор поступает пучок мощностью $P_1 = I_0 \cdot \pi \frac{(D-2h)^2}{4}$.

Найдём h:

$\triangle ABC = \triangle CDE$ – по стороне и 2 углам.

$\triangle ABC \sim \triangle AOE$, где коэфф. подобия равен 2.

$\Rightarrow h = \frac{D}{4}$.

$\Rightarrow P_1 = I_0 \pi \frac{(D-2h)^2}{4} = I_0 \pi \frac{D^2}{16}$, где $\pi \frac{D^2}{16}$ пусть равно $S_п$.

Найдём диаметр мишени:

Для тока в детекторе справедливо:

$\mathcal{I} \sim P_{пучка}$

$\Rightarrow \mathcal{I} \sim I_0 \cdot S_{пучка}$

$\Rightarrow \mathcal{I} \sim S_{пучка} \Rightarrow \frac{\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}_1} = \frac{S_п}{S_п - S_м}$, где $S_м$ – площадь, перекрываемая мишенью.

Отсюда находим диаметр мишени ($D_м$):

$\frac{4}{3}(S_п - S_м) = S_п$

$\Rightarrow \frac{1}{3} S_п = S_м \Rightarrow \frac{1}{3} \cancel{\pi} \frac{D^2}{\cancel{16} 8} = \cancel{\pi} \frac{D_м^2}{\cancel{4}} \Rightarrow D_м = D\frac{\sqrt{24}}{24} = D\frac{\sqrt{6}}{12}$.

Нам известно, что мишень полностью „вошла" в пучок за τ_0. Значит, её ск-ть $\boxed{V = \frac{D_м}{\tau_0} = \frac{D\sqrt{6}}{12\tau_0}}$.

3) За время „пребывания в пучке ($t_1 - \tau_0$), мишень успела пройти расстояние $l = D - 2h - D_м = \frac{D}{2} - D\frac{\sqrt{6}}{12} = D\left(\frac{6-\sqrt{6}}{12}\right)$. Значит, $l = V(t_1 - \tau_0)$. $\Rightarrow$

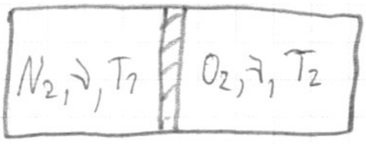
$\Rightarrow \cancel{D}\cancel{\sqrt{6}}\left(\frac{\sqrt{6}-1}{\cancel{12}}\right) = \cancel{D}\frac{\cancel{\sqrt{6}}}{\cancel{12}} \frac{t_1 - \tau_0}{\tau_0} \Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{6}\,\tau_0}$.

Ответ: $\boxed{1)\ d = 2F_0}$

$\boxed{2)\ V = \frac{D}{\tau_0}\frac{\sqrt{6}}{12} \approx 0{,}2\frac{D}{\tau_0}}$

$\boxed{3)\ t_1 = \sqrt{6}\,\tau_0 \approx 2{,}45\,\tau_0}$

№2.



теплопровод. поршень

$C_V = \frac{5}{2}R$

1) $p_0 V_{N_2} = \nu R T_1$
$p_0 V_{O_2} = \nu R T_2$ $\Rightarrow \frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$
$\Rightarrow V = V_{N_2} + V_{O_2}$.

2) $U_{N_2} + U_{N_{O_2}} = U_{общ.}$

$\Rightarrow \cancel{\nu C_V} T_1 + \cancel{\nu C_V} T_2 = 2\cancel{\nu C_V} T_{уст.}$

$\Rightarrow T_{уст.} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\ K.$

3) $Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \Delta U_{N_2} + A$, всё >0.

$-Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \Delta U_{O_2} - A.$

$Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \nu C_V \Delta T + p_0 \Delta V$

$\Rightarrow Q_{N_2 \leftarrow O_2} = \nu C_V (T_{уст.} - T_1) + \cancel{p_0}\left(\frac{\nu R T_{уст.}}{\cancel{p_0}} - \frac{\nu R T_1}{\cancel{p_0}}\right) = (\nu C_V + \nu R)(T_{уст.} - T_1).$

№3.

$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = E \cdot 2S \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

№4.

1) $\mathcal{E} = \dot{I}(L_1 + L_2) - \frac{q}{C}$

2) $A_{ист.} = \Delta W_C + \Delta W_{L_1} + \Delta W_{L_2}.$

$\mathcal{E} \Delta q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{2L I_{m_1}^2}{2} + \frac{L I_{m_1}^2}{2}$, где $\Delta q = C\mathcal{E}$

$\Rightarrow \frac{C\mathcal{E}^2}{\cancel{2}} = \frac{3}{\cancel{2}} L I_{m_1}^2 \Rightarrow I_{m_1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}.$

3) $-C\mathcal{E}^2 = \left(\frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C(2\mathcal{E})^2}{2}\right) + \frac{L I_{m_2}^2}{2}$

$\Rightarrow \frac{3}{\cancel{2}} C\mathcal{E}^2 - 2C\mathcal{E}^2 = \frac{L I_{m_2}^2}{\cancel{2}} \Rightarrow I_{m_2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\cancel{\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_1^2}{2}}$

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$\Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2} V_1 = 12$ м/с.

ЗСИ:

$\cancel{\vec{R} = const.} \Rightarrow$

$\cancel{v_1 \cos\alpha + U = v_2 \cos\beta + 2U}$ $v_{абс} = v_{отн.} + v_{пер.}$

$v_{абс_1} = V_1 \cos\alpha$; $v_{абс_2} = V_2 \cdot \cos\beta$

$v_{отн.1} = v_{отн.2} = V_1 \cos\alpha + U.$

$\Rightarrow V_2 \cos\alpha = V_1 \cos\alpha + 2U.$

$\Rightarrow U = \frac{\cos\alpha (V_2 - V_1)}{2} = \sqrt{1 - \sin^2\alpha}\ \frac{V_2 - V_1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{(\cancel{12} - 8)}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$ м/с.

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)