

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

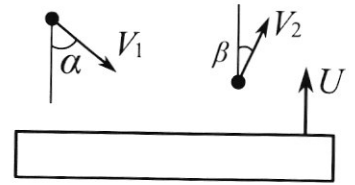
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

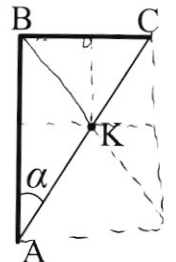


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

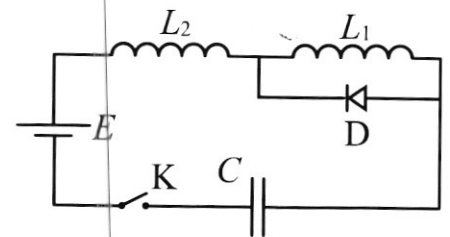
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

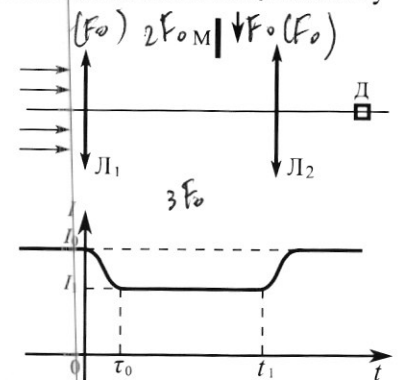
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



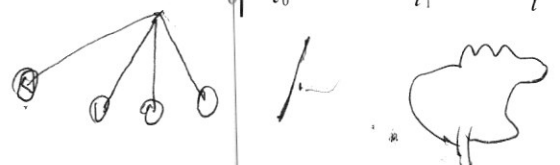
- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано:

$$v_1 = 8 \frac{м}{с}$$

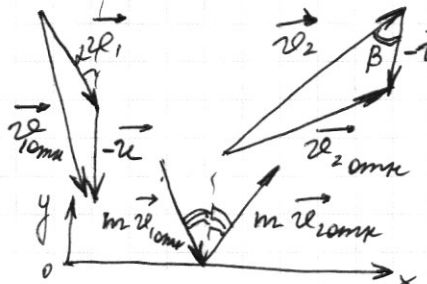
$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

1) v_2 - ?

2) u - ?

• В системе отсчета, связанной с массивной плитой удар будет упругим:



$|\vec{v}_{1отн}| = |\vec{v}_{2отн}|$
из 3СИ \Rightarrow
 \Rightarrow равны отн скорости
и равны их проекции \Rightarrow

$$\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \quad (1)$$

$$(v_{1отн x} = v_{2отн x})$$

Синт на $0x$ нет

$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u \quad (2)$$

(из треугольников скоростей;
 $v_{1отн y} = -v_{2отн y}$)

• Из (1) и (2) $\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 12 \frac{м}{с}$

$$u = \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \frac{12 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{3}{4}}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0 \frac{м}{с}$$

Ответ: 1) $v_2 = \frac{3}{2} v_1 = 12 \frac{м}{с}$; 2) $u = (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \frac{м}{с}$

Задача 2.

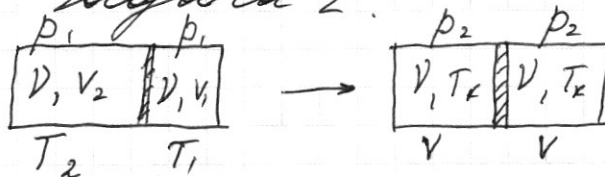
Дано:

$$V = \frac{3}{4} \text{ макс}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$C_v = \frac{5}{2} R$$



1) μ -из состоящая из кислорода
и азота в начале: $p_1 V_2 = \nu R T_2$, $p_1 V_1 = \nu R T_1$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{3}$$

1) $\frac{V_2}{V_1}$ - ?

2) T_k - ?

3) Q - ?

2) П. к. система термодинамическая,
и находится в сосуде ($K_{вн} = 0$)
и тепло, то суммарная внутренняя
энергия сохраняется.

$$C_v \nu T_1 + C_v \nu T_2 = C_v \nu T_k + C_v \nu T_k \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

3) П.к. процесс медленный ~~иде~~ можно считать γ -из состоянием для газов

и сохранение внутренней энергии системы ~~иде~~ произвольного количества.

$$p V_k = \nu R T_k, \quad p_a V_a = \nu R T_a, \quad T_1 + C_v \nu T_1 + C_v \nu T_2 = C_v \nu T_k + p V_k$$

$$(1) \qquad (2) \qquad T_1 + T_2 = T_k + T_a$$

Сложим (1) и (2): $p(V_a + V_k) = \nu R(T_k + T_a)$

$$p V_c = \nu R(T_1 + T_2) \Rightarrow p = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{V_c} = \text{const} - \text{процесс изобарный.}$$

Объем сосуда $\overset{V_c}{\text{}} \overset{T_1 + T_2}{\text{}}$

$$4) Q = C_p \nu (T_2 - T_k) = (C_v + R) \nu (T_2 - T_k) = \frac{7}{2} \nu R (T_2 - T_k)$$

$$Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8,31 \cdot 100 = 831 \cdot \frac{3}{2} = 1246,5 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{3}$; 2) $T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$; 3) $Q = 1246,5 \text{ Дж}$

Задача 4.

Дано:

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

1) T - ?

2) y_{m1} - ?

3) y_{m2} - ?

1) В начале дуга будет закрыта и цепь будет висеть в воздухе.

Дуга откроется и ток E пойдет обратно через $\frac{T_1}{2}$

$$(T_1 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2) C^2} = 2\pi \sqrt{3L C^2} - \text{формула Томсона})$$

2) В этот момент ток пойдет обратно дуга откроется и сравняет потенциалы

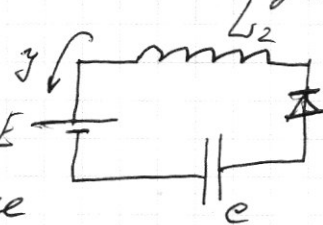
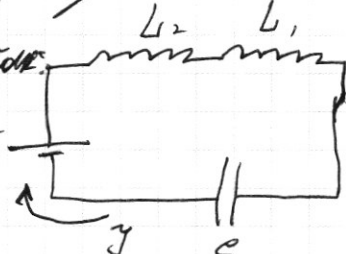
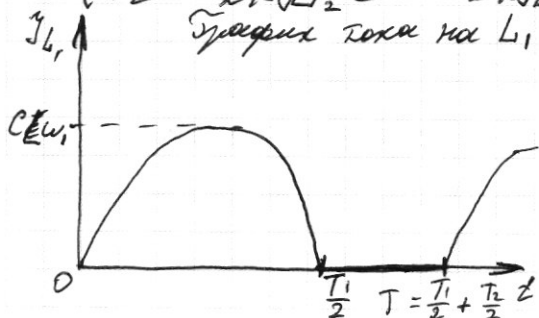
на L_1 . $U_{L_1} = L_1 \frac{dI_{L_1}}{dt} = 0 \Rightarrow I_{L_1} = \text{const}$

Это будет продолжаться $\frac{T_2}{2}$

$(T_2 = 2\pi \sqrt{L_2 C^2} = 2\pi \sqrt{L C^2})$, а затем все повторится.

$$3) T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi \sqrt{3+1} \sqrt{L C^2}$$

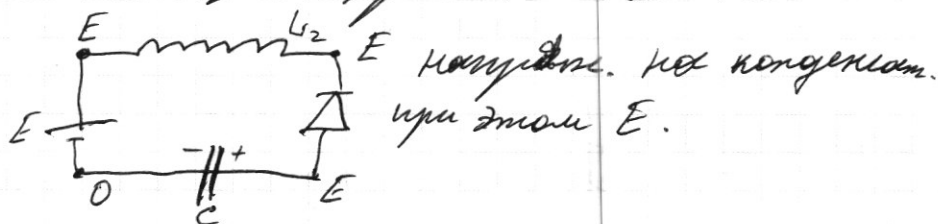
$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{1}{\sqrt{3L C^2}} \Rightarrow y_{m1} = C E \omega_1 = \frac{C E}{\sqrt{3L C^2}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Максимальный ток на L_2 будет, когда диод открыт, т.к. индуктивность здесь меньше:

При макс токе на L_2 напряжение на ней равно нулю

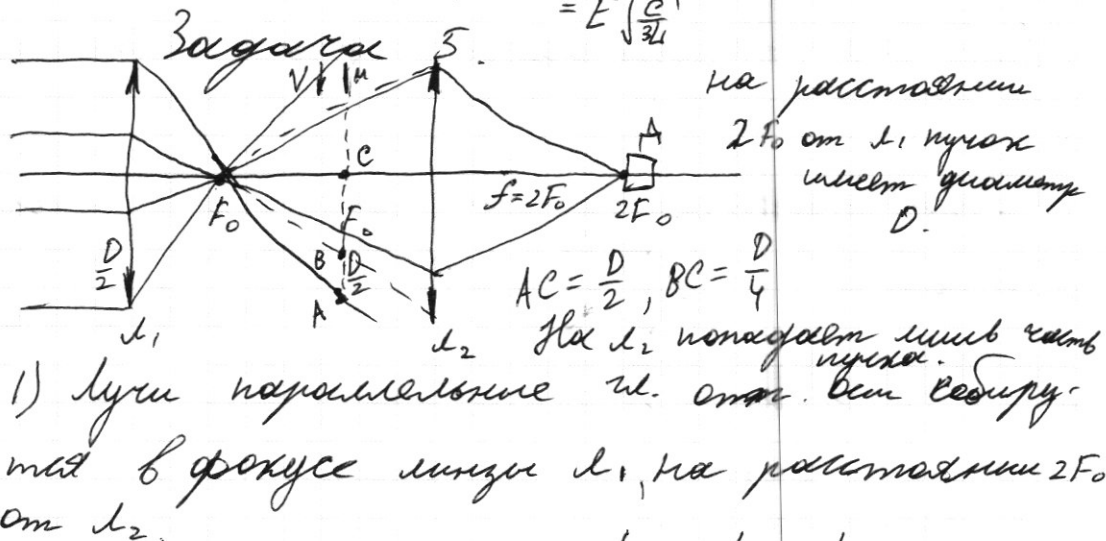


ЗСЭ: $A_{\text{ист}} = \Delta W$, $A_{\text{ист}} = E C E$, $\Delta W = \frac{C E^2}{2} + \frac{L I_{m2}^2}{2}$
 $E^2 C = \frac{1}{2} E^2 C + \frac{1}{2} L I_{m2}^2 \Rightarrow I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: 1) $T = (\sqrt{3} + 1) \pi \sqrt{L C}$; 2) $I_{m1} = \frac{C E}{\sqrt{3 L C}} = E \sqrt{\frac{C}{3 L}}$; 3) $I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$

Дано:
 F_0, D, α_0

- 1) f - ?
- 2) V - ?
- 3) δ_1 - ?



Формула тонкой линзы (L_2): $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{f} + \frac{1}{2F_0} \Rightarrow f = 2F_0$

2) $y \sim P_n \sim S_n \Rightarrow y = k S$ - ток пропорц. площади pupy
 В начале $y_0 = k \pi \frac{1}{16} D^2$

Когда pupa полностью освещена: $y_1 = k (\frac{1}{16} \pi D^2 - \frac{1}{4} \pi D_n^2)$

$y_1 = \frac{3}{4} y_0 \Rightarrow \frac{3}{4} k \pi \frac{1}{16} D^2 = k (\frac{1}{16} \pi D^2 - \frac{1}{4} \pi D_n^2)$, $\frac{D_n^2}{4} = \frac{1}{16} D^2 - \frac{3}{64} D^2$
 $\frac{3}{16} D^2 = \frac{1}{4} D^2 - D_n^2 \Rightarrow D_n = \frac{1}{4} D$

За время t_0 мишень пролетит расстояние D_M :

$$D_M = V t_0 \Rightarrow V = \frac{D}{4t_0}$$

$t_1 - t_0$ - время, за которое мишень ^{мишень} достигнет σ ^{мишень} у границы пушки $\Rightarrow V(t_1 - t_0) = \frac{D}{4}$

$$t_1 = t_0 + \frac{D}{4V} = 2t_0$$

Ответ: 1) $f = 2F_0$; 2) $V = \frac{D}{4t_0}$; 3) $t_1 = 2t_0$

Задача 3.

Дано:

$$\sigma_1, \theta = \frac{\pi}{4}, \sigma_2, \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$1) \frac{E_2}{E_1} = ?$$


$$2) E_K = ?$$

1) В силу симметрии поле в т.к будет направлено от пластины. По в первом случае пластины имеют одинаковые размеры,

$\sigma_1 = \sigma_2$ и т.к. равноудалены от них \Rightarrow они создают одинаковые ^(по модулю и направлению) напряженности в К.

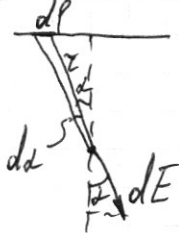
E_{π} - напряженность одной пластины в К.

$$E_1 = E_{\pi}$$

Когда заряжены обе пл. $\Rightarrow E$ складывается векторно \Rightarrow  $\Rightarrow E_2 = \sqrt{2} E_{\pi} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

2) Задача. Рассмотрим пластину и симметричную точку на расстоянии h :

Разобьем пластину на маленькие ^{бесконечное} заряженные листы $(E_H = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z})$.



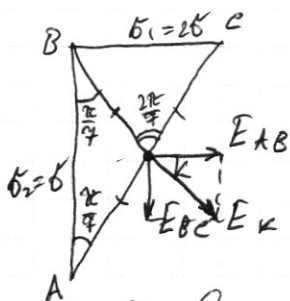
$dl \cos \theta = z dx \Rightarrow$ линейная плотность заряда на краях одной из таких лент: $\lambda = \sigma dl$

$$dE = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z}, \quad dE_{\perp} = dE \cos \theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 z^2} \cos \theta = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0 z} \cdot d \cos \theta$$

$$dE_{\perp} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0 z} \cdot z dx = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \cdot dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{просуммируем } E_{\perp} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \cdot \Delta \varphi = \frac{\sigma \varphi}{\pi\epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E_{BC} = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0} \cdot \frac{r}{4} = \frac{\sigma}{7\epsilon_0}, \quad E_{AC} = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0} \cdot \frac{5r}{2 \cdot 7} = \frac{5\sigma_1}{14\epsilon_0} = \frac{5\sigma}{7\epsilon_0}$$

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{4}{14^2} + \frac{25}{14^2}} = \frac{\sqrt{291}}{14} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

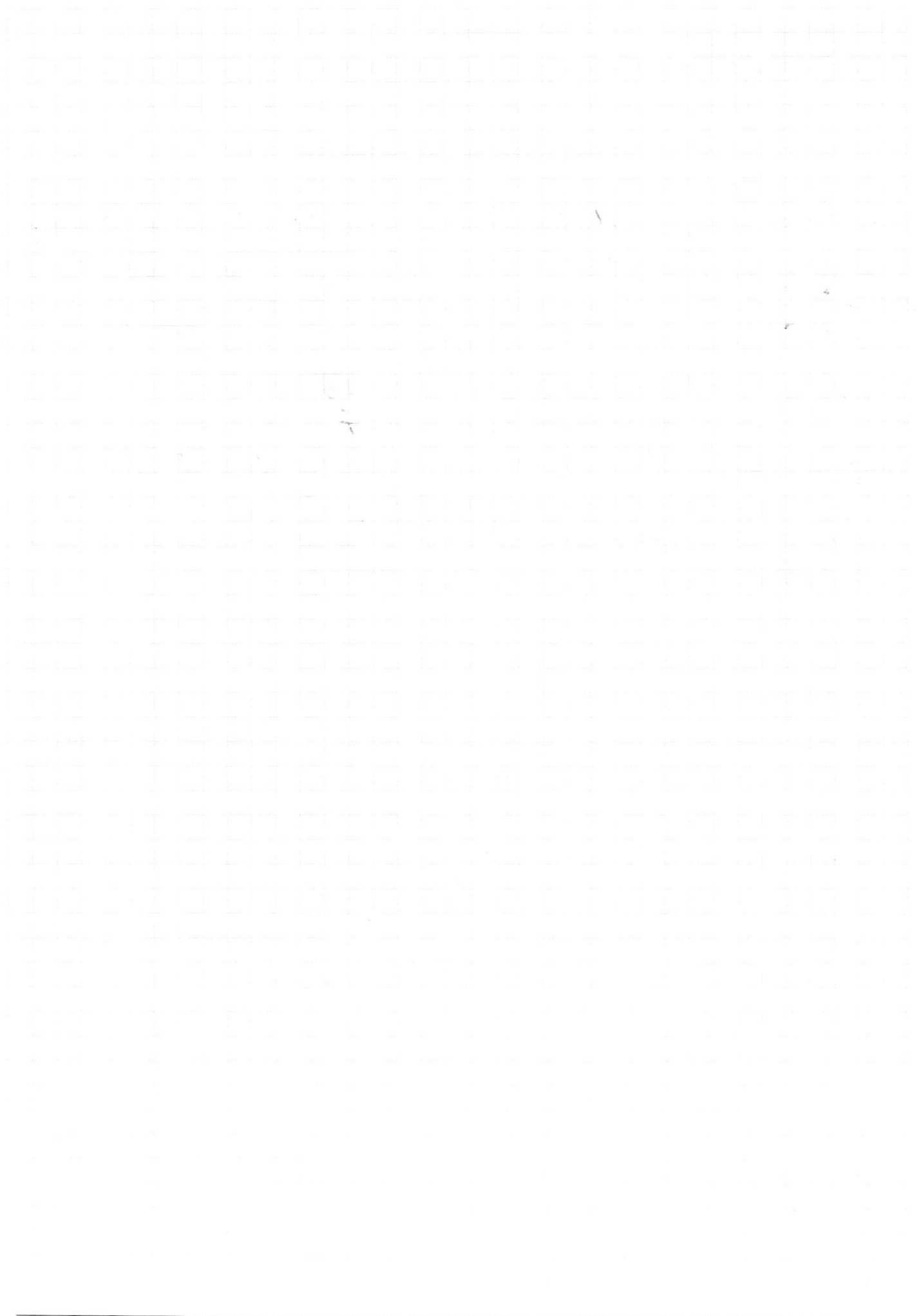
$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \sqrt{\frac{1}{7^2} + \frac{25}{7^2}} = \frac{\sqrt{26}}{7} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Ответ: ~~1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$; 2) $E_K = \frac{\sqrt{26}}{7} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$~~

$$3) E_{AB} = \frac{\sigma_2}{4\epsilon_0} \cdot \frac{5r}{2 \cdot 7} = \frac{5}{14} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad E_{BC} = \frac{\sigma_1}{4\epsilon_0} \cdot \frac{r}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{25}{14^2} + \frac{16}{14^2}} = \frac{\sqrt{41}}{14} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

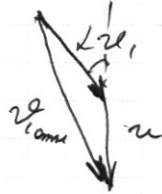
Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$; 2) $E_K = \frac{\sqrt{41}}{14} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} u_1 \cos \alpha + u_2 &= u_2 \cos \beta - u_1 \\ u_1 \sin \alpha &= u_2 \sin \beta \\ u &= \frac{u_2 \cos \beta - u_1 \cos \alpha}{2} \end{aligned}$$

$$u_2 = u_1 \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} u_1 = 12 \frac{m}{c}$$

$$u_2 = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$



$$pV_k = \nu R T_k, \quad p(V_c - V_k) = \nu R T_c$$

$$Q = C_v V (T_k - T_1) + A$$

$$-Q = C_v V (T_k - T_2) - A$$

$$T_1 + T_2 = T_k + T_c, \quad pV_c = \nu R (T_1 + T_2) \Rightarrow p = \text{const}$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 3 \\ \hline 2493 \end{array} \Bigg| 2 \\ \hline 1246,5$$

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + L \dot{q}$$

$$L C \ddot{q} + q = C \mathcal{E} \Rightarrow L C \ddot{q} + q' = 0$$

$$q'' + q = C \mathcal{E} + A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

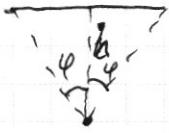
$$\cos \omega t = -1$$

$$\omega t = \pi, \quad t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2\pi} T = \frac{T}{2}, \quad A = 0$$

$$q = C \mathcal{E} \sin \omega t$$

$$\begin{aligned} q_0 - C \mathcal{E}, \quad q &= C \mathcal{E} + (q_0 - C \mathcal{E}) \cos \omega t \\ y &= (q_0 + C \mathcal{E}) \omega \sin \omega t \end{aligned}$$

~~статья~~



$$2\pi r \rho E = \frac{\rho \lambda}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} + d\rho \cos \alpha = r d\alpha$$

$$\lambda = \sigma d\rho$$

$$dE_{\perp} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \cos \alpha = \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0 r} d\rho \cos \alpha =$$
$$= \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} d\alpha$$

$$E = \frac{2\pi}{9} = \frac{4\pi - 2\pi}{9} = \frac{5\pi}{9}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ___
(Нумеровать только чистовики)

