

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

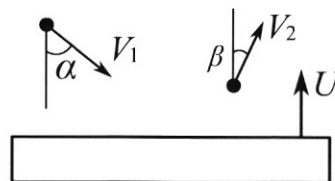
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

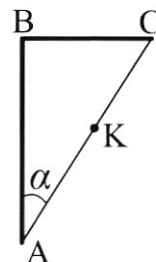


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

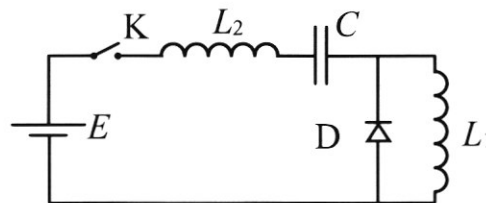
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



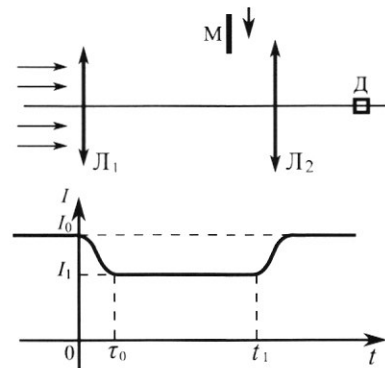
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1.

Вертикальная компонента скорости не изменяется:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta; \quad v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \frac{m}{c}$$

при неупругом ударе скорости отскока имеют

те после отскока не увеличат скорости отскока:

$$v_1 \cos \alpha + u \geq v_2 \cos \beta - u$$

$$2u \geq v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha;$$

то есть посылку, ~~вот так~~ ^{даже} ~~смысла~~

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}; \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{9}{9} - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}; \quad \cos \beta = \sqrt{\frac{9}{9} - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$u \geq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} = \frac{12 \frac{m}{c} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \frac{m}{c} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}.$$

если удар можно не считать упругим, $u > (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}$.

Ответ: $v_2 = 12 \frac{m}{c}$. $u > (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}$.

N 2.

Если в начале поршень неподвижен, то $P_1 = P_2 \Rightarrow P V_1 = \nu R T_1; \quad P V_2 = \nu R T_2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$dQ_1 = P dV_1 + 1,5 \nu R dT_1 = -dQ_2$$

$$P V_1 = \nu R T_1$$

$$dQ_2 = P dV_2 + 1,5 \nu R dT_2$$

$$P V_2 = \nu R T_2$$

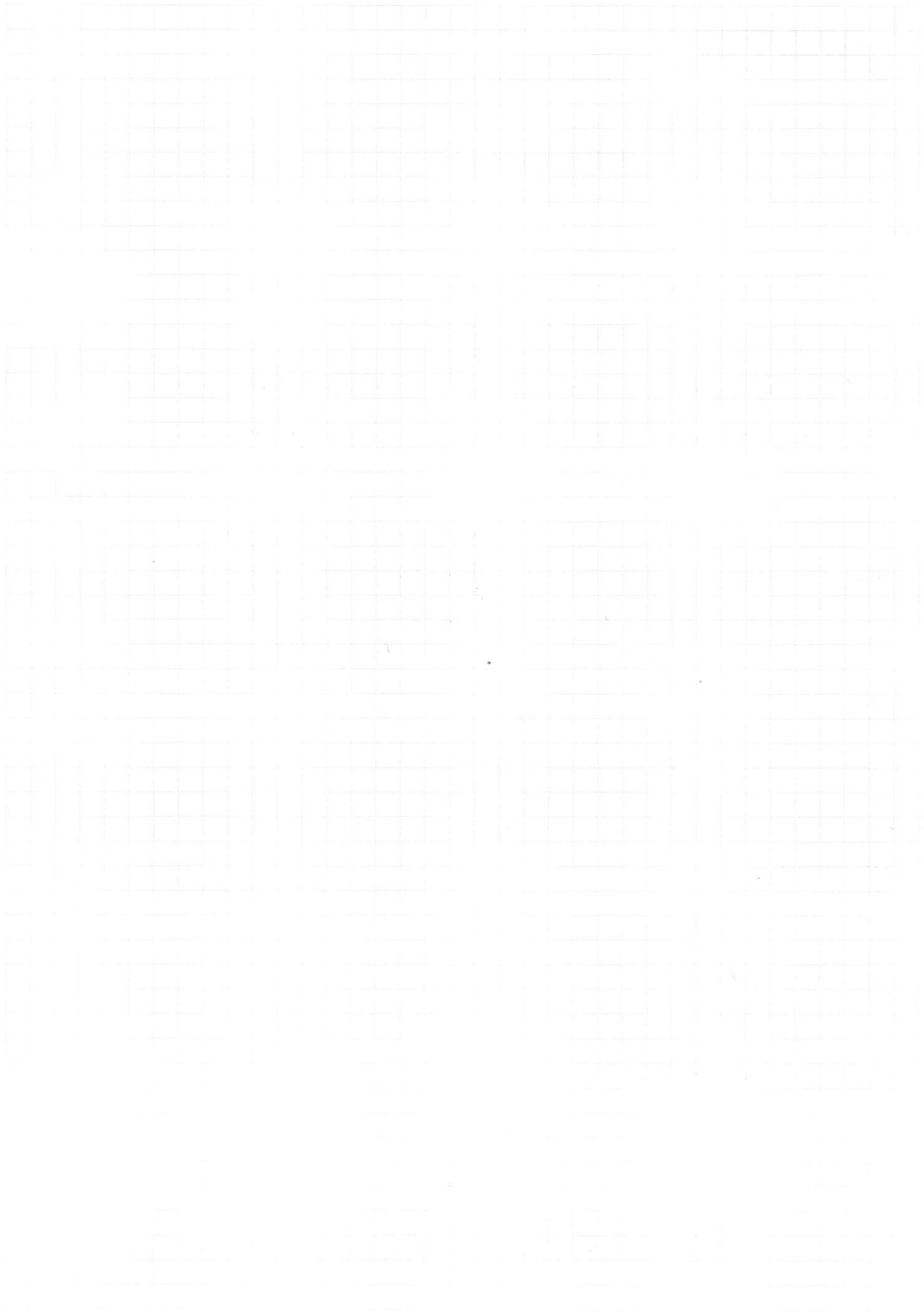
$$dV_2 = -dV_1$$

$$P dV_1 + 1,5 \nu R dT_1 + P (-dV_1) + 1,5 \nu R dT_2 = 0$$

$$dT_1 = -dT_2 \Rightarrow |dT_1| = |dT_2|; \quad T_2 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 305 K$$

$$P = \nu R \frac{T_1}{V_1}; \quad V_1 + V_2 = V_0 = \frac{\nu R}{P} T_1 + \frac{\nu R}{P} T_2 = \nu R \frac{T_1 + T_2}{P}$$

$$P = \nu R \frac{T_1 + T_2}{V_0}; \quad \text{так } dT_1 = -dT_2 \Rightarrow T_1 + dT_1 + T_2 + (-dT_1) = T_1 + T_2 \Rightarrow P = \text{const.}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_{V_1} = \nu R T_1, \quad P_{dV_1} = \nu R dT_1$$

$$dQ_1 = \nu R dT_1 + 1,5 \nu R dT_1 = 2,5 \nu R dT_1$$

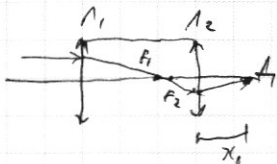
$$Q_1 = \int_{T_1}^{T_3} dQ_1 = 2,5 \nu R (315K - 330K) = 2,5 \cdot \frac{6 \text{ ммоль}}{25} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 55K = 8,31 \cdot 33 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} \times 8,31 \\ \quad 33 \\ \hline 2493 \\ 24930 \\ \hline 27423 \end{array}$$

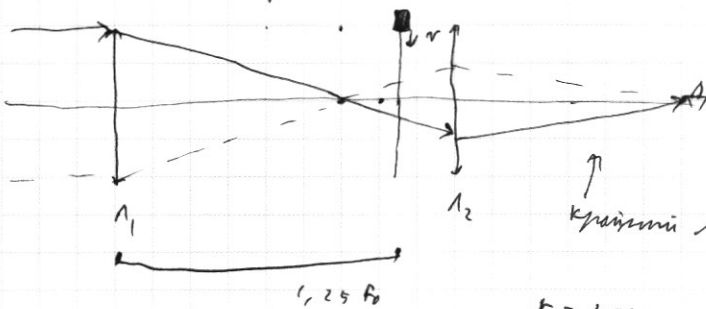
Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$; $T_3 = 315K$; $Q = 27423 \text{ Дж}$

№ 5.

~~луч~~ Луч света, проходящий через L_1 , перескакивает в её фокусе и может считаться, что формирует на изображении точечный источник.



$$\frac{1}{F_1} + \frac{1}{x_0} = \frac{1}{F_2}, \quad \frac{1}{x_0} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0} = \frac{1}{F_0}, \quad x_0 = F_0$$



Крайний луч, старший всего (отск. от макс) лучей луч.

r - радиус мнимый, R - радиус точки в мниме

перекрестит его мнимый; $N \sim S \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{2}{9}, \quad \frac{r}{R} = \frac{1}{3}, \quad R = 3r$

из геометрии: $\frac{D}{R_0} = \frac{R}{\frac{1}{4}R_0} \Rightarrow R = \frac{D}{4}$

T_0 - время, за которое мнимый источник

идет свой диаметр;



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

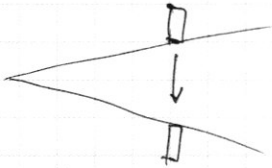
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$r = \frac{2r}{T_0} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{D}{2}}{T_0} = \frac{D}{12T_0} \quad \text{общее время переосвещения} \quad (t_1 + T_0) \quad \checkmark - \text{переосвещения}$$

матрица на диаметр луча + той же матрицы:

$$t_1 + T_0 = \frac{2R + 2r}{v} = \frac{D}{v} = \frac{D}{3r} = \frac{D}{3 \cdot \frac{D}{12T_0}} = 4T_0$$

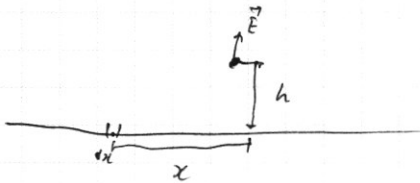
$$t_1 = 3T_0$$



Ответ: $x_0 = F_0$; $r = \frac{D}{12T_0}$; $t_1 = 3T_0$.

N 3.

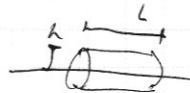
для случая:



k_1 - заряд на единицу длины.

$$dE = k \cdot \frac{k_1 dx}{h^2 + x^2} \cdot \frac{h}{h^2 + x^2}$$

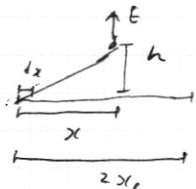
$$E = \int_{-\infty}^{\infty} dE = k k_1 h \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + h^2)^2}$$



по теореме Гаусса: $2\pi h k_1 E = \frac{k_1 L}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{k_1}{2\pi h \epsilon_0} = \frac{k k_1}{2h}$$

для второго:



$$dE = \frac{k}{\sqrt{h^2 + x^2}} \cdot \frac{\sigma dx}{2\pi k \epsilon_0}$$

$$k_1 = \sigma dx$$

$$y = \sqrt{1 + \frac{h^2}{x^2}}; \quad x^2 = \frac{h^2}{y^2 - 1}$$

$$x = \frac{h}{\sqrt{y^2 - 1}}; \quad dx = h \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}^3} \cdot dy = -\frac{dy}{2y^3}$$

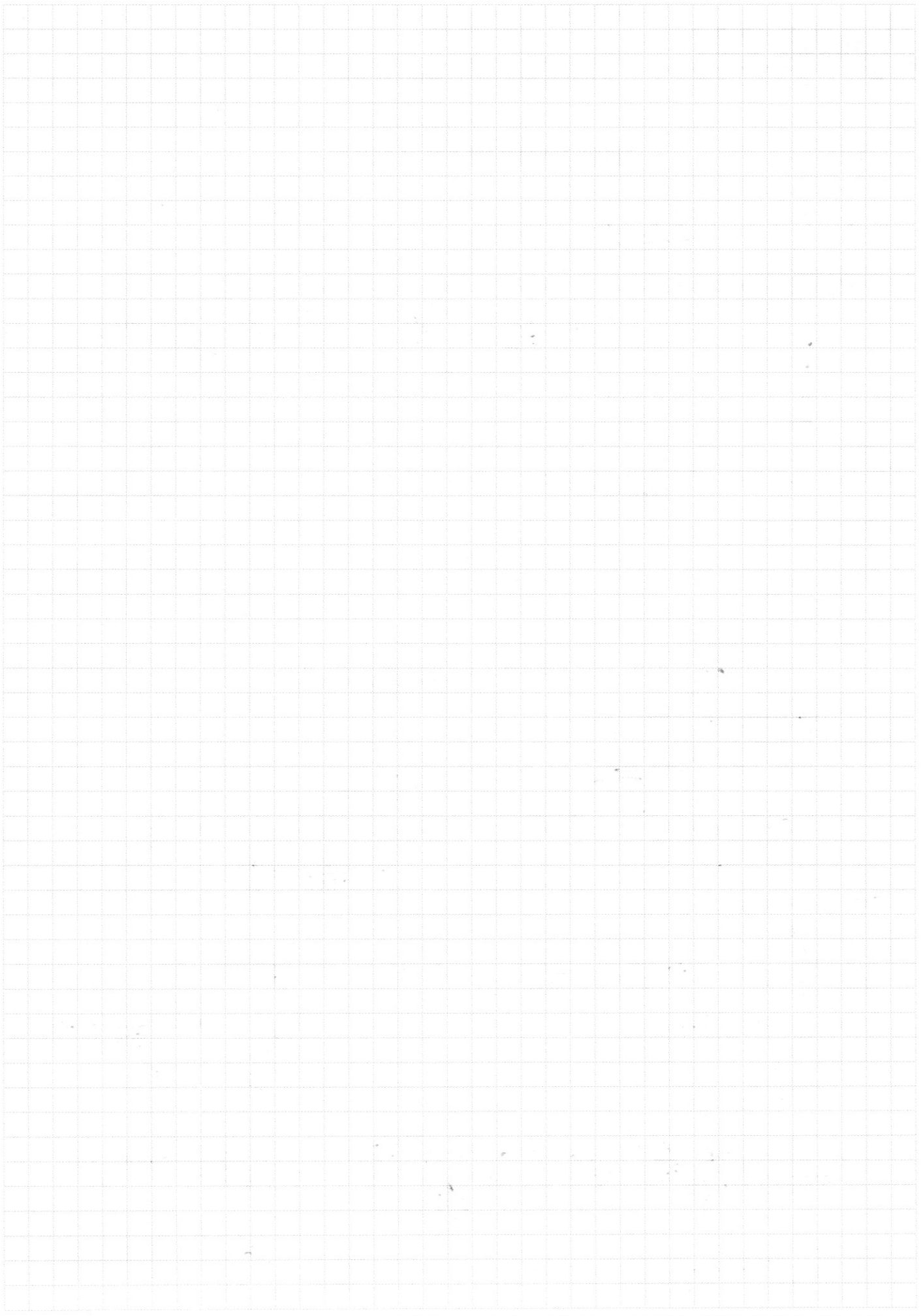
$$x^2 + h^2 = h^2 \frac{y^2 + 1}{y^2 - 1} = h^2 \frac{y^2}{y^2 - 1}$$

$$\int dE = \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} \int \frac{dx}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{h^2 + x^2}} = \int \frac{\frac{dy}{-2y^3}}{\sqrt{h^2 \frac{y^2}{y^2 - 1}}} = -\frac{1}{2} \int \frac{dy}{y^2 - 1}$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{dy}{y^2 - 1} = -\int \left(\frac{A}{y-1} + \frac{B}{y+1} \right) dy =$$

$$= -\int \frac{Ay + A + By - B}{y^2 - 1} dy; \quad A + B = 0; \quad A - B = 1 \quad \Rightarrow A = 1/2; \quad B = -1/2; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{h^2 + x^2}} = -\frac{1}{2} \left(\int \frac{dy}{y-1} - \int \frac{dy}{y+1} \right) =$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1}{2} (\ln|y+1| - \ln|y-1|) + C = \frac{1}{2} \ln \frac{y+1}{y-1} + C \stackrel{y = \frac{\sqrt{x^2+h^2}+x}{x}}{=} \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+h^2}+x}{\sqrt{x^2+h^2}-x} + C = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2+h^2}+x}{\sqrt{x^2+h^2}-x}$$

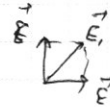
$$\int \frac{dx}{\sqrt{h^2+x^2}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{1+\frac{h^2}{x^2}} + \frac{h}{x}}{\sqrt{1+\frac{h^2}{x^2}} - \frac{h}{x}} + C$$

~~$\sqrt{1+h^2}$~~

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x_0^2+h^2}+x_0}{\sqrt{x_0^2+h^2}-x_0} - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{h^2}}{\frac{h}{x_0}} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x_0^2+h^2}+x_0}{\sqrt{x_0^2+h^2}-x_0} - \ln \frac{\sqrt{h^2}}{h}$$

$$E = \frac{6}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{\sqrt{x_0^2+h^2}+x_0}{\sqrt{x_0^2+h^2}-x_0}$$

1) $\angle = 45^\circ$; $\tan \angle = 1 \Rightarrow$ ~~имеем~~ ~~однаков~~ \Rightarrow $v = \sqrt{2} \text{ м/с}$



Ответ: $v = \sqrt{2} \text{ м/с}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)