Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

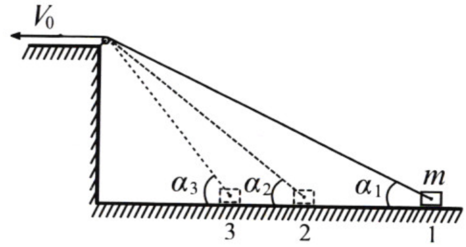
Класс 11

Вариант 11-08

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к стене с помощью лебедки, неподвижного небольшого легкого блока и легкого троса (см. рис.). Трос вытягивается лебедкой с постоянной скоростью V_0. Груз последовательно проходит точки 1, 2 и 3, для которых $\sin\alpha_1 = \frac{1}{4}, \sin\alpha_2 = \frac{2}{3}, \sin\alpha_3 = \frac{3}{4}$. От точки 1 до точки 2 груз перемещается за время t_{12}.



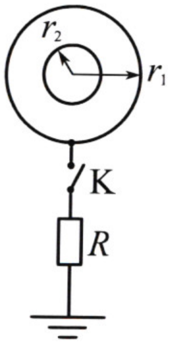
1) Найти скорость V_2 груза при прохождении точки 2.
2) Найти работу лебедки A_{12} при перемещении груза из точки 1 в точку 2.
3) Найти время t_{13} перемещения груза из точки 1 в точку 3.

2. Цилиндрический сосуд, стоящий на горизонтальном столике, помещен в термостат, в котором поддерживается постоянная температура T_0 =373 *К*. Стенки сосуда проводят тепло. Сосуд разделен на две части подвижным (нет трения при перемещении) поршнем. В нижней части находится воздух объемом V_1, в верхней - водяной пар и немного воды. Содержимое сосуда в равновесии. Поршень своим весом создает добавочное давление $P_0/8$, где P_0 – нормальное атмосферное давление. Сосуд переворачивают и ставят на столик, в верхней части оказывается воздух. Через некоторое время устанавливается новое равновесное состояние.

1) Найти объем V_2 воздуха в сосуде после переворачивания.
2) Найти изменение массы Δm воды.
3) Найти изменение внутренней энергии содержимого сосуда.

Удельная теплота испарения воды L, молярная масса воды μ . Массой воды, пара и воздуха по сравнению с массой поршня пренебречь. Объемом воды при конденсации пара можно пренебречь по сравнению с объемом пара, из которого образовалась вода. Воздух считать идеальным газом.

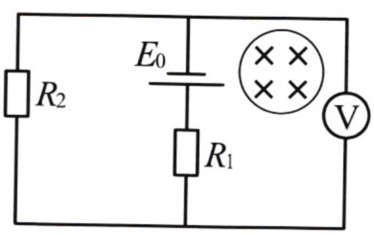
3. Два тонкостенных полых проводящих шара (тонкостенные сферы) с общим центром и радиусами r_1 и r_2 образуют сферический конденсатор (см. рис.). На внешнем шаре находится положительный заряд q, а на внутреннем шаре – положительный заряд Q. Внешний шар соединен с Землей через ключ К и резистор R. Ключ замыкают.



1) Найти заряд q_1 на внешнем шаре после замыкания ключа.
2) Найти энергию W_1 электрического поля в пространстве между шарами (сферами) до замыкания ключа.
3) Какое количество теплоты W выделится в резисторе R после замыкания ключа?

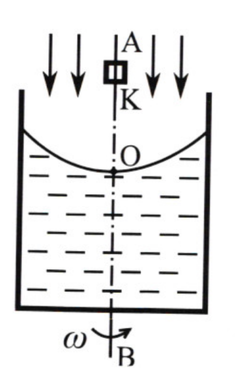
Сопротивление проводов, шаров и Земли не учитывать. Радиусы шаров значительно меньше расстояния между Землей и шарами.

4. В проволочную конструкцию впаяны резисторы с сопротивлениями $R_1 = R$, $R_2 = 3R$, идеальный источник с ЭДС E_0, вольтметр с сопротивлением $R_V = 5R$ (см. рис.). Сопротивление проводов конструкции пренебрежимо мало. Однородное магнитное поле сосредоточено практически в узкой области – магнитном сердечнике с площадью поперечного сечения S.



1) Найти показание V_1 вольтметра, если индукция магнитного поля остается постоянной.
2) Найти показание V_2 вольтметра, если индукция магнитного поля возрастает с постоянной скоростью $\Delta B / \Delta t = k > 0$.

5. Цилиндрический сосуд с жидкостью вращается с угловой скоростью ω = 4 с$^{-1}$ вокруг вертикальной оси АВ, совпадающей с осью симметрии сосуда (см. рис.). Наблюдатель, находясь вблизи экватора Земли, рассматривает в полдень изображение Солнца с помощью миниатюрной камеры К, расположенной на оси вращения.



1) Найти радиус кривизны свободной поверхности жидкости в её нижней точке О.
2) На каком расстоянии от точки О будет наблюдаться изображение Солнца, полученное в отраженных от свободной поверхности жидкости лучах?

Принять g = 10 м/с^2.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

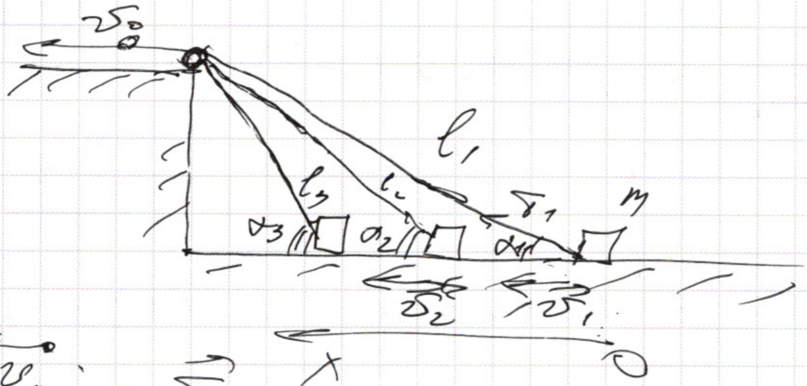
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

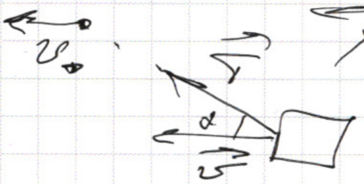
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



l_i – длина верёвки в i-ый момент.



$\cancel{\delta A = (\vec{T} \cdot \vec{v}\, dt) = T v \cos\alpha\, dt = T v_0\, dt}$ ~~(т.к. верёвка нерастяжима)~~

1) Т.к. верёвка нерастяжима, то

$$v_2 \cos\alpha_2 = v_0 \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{v_0}{\cos\alpha_2} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\frac{4}{9}}} = \boxed{\frac{3v_0}{\sqrt{5}}}$$

2) Аналогично, $v_1 = \frac{v_0}{\cos\alpha_1} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\frac{1}{16}}} = \frac{4v_0}{\sqrt{15}}$

по ЗСЭ:

$$\frac{mv_1^2}{2} + A_{12} = \frac{mv_2^2}{2}$$

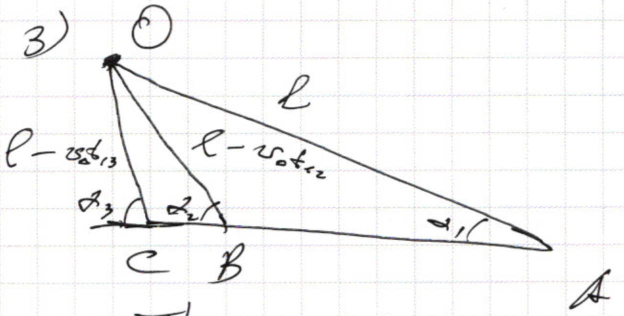
$$A_{12} = \frac{m}{2}\left(\frac{9v_0^2}{5} - \frac{16v_0^2}{15}\right) = \frac{mv_0^2}{2} \cdot \frac{27-16}{15} =$$

$$= \boxed{\frac{11mv_0^2}{30}}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

3)



по Th sin для Δ ABO:

$$\frac{\ell - v_0 t_{12}}{\sin\alpha_1} = \frac{\ell}{\sin\alpha_2} \Rightarrow v_0 t_{12}\sin\alpha_2 = \ell(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$

для Δ AOC:

$$\frac{\ell}{\sin\alpha_3} = \frac{\ell - v_0 t_{13}}{\sin\alpha_1} \Rightarrow v_0 t_{13}\sin\alpha_3 = \ell(\sin\alpha_3 - \sin\alpha_1)$$

$\Rightarrow$

$$\frac{t_{12}\sin\alpha_2}{t_{13}\sin\alpha_3} = \frac{\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1}{\sin\alpha_3 - \sin\alpha_1}$$

$$\frac{t_{12}\cdot\frac{2}{3}}{t_{13}\cdot\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{6}$$

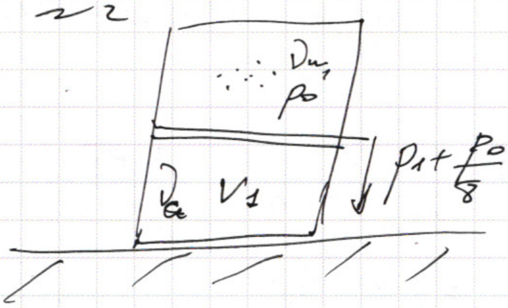
$$\frac{t_{12}}{t_{13}}\cdot\frac{8}{9} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{t_{12}}{t_{13}} = \frac{15}{16} \Rightarrow \boxed{t_{13} = \frac{16}{15}t_{12}}$$

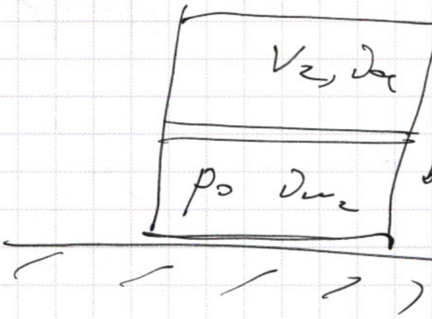
Ответ: 1) $v_2 = \frac{3v_0}{\sqrt{5}}$; 2) $A_{12} = \frac{11mv_0^2}{30}$; 3) $t_{13} = \frac{16}{15}t_{12}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



$p_1 + \frac{p_0}{8} = \frac{9p_0}{8}$



$\frac{p_0}{8} + p_2 \Rightarrow$
$p_0 = \frac{p_0}{8} + p_2 \Rightarrow$
$p_2 = \frac{7}{8}p_0$

$T_0 = 373\,K = 100\,°C \Rightarrow$ в отсеках с водой создается атмосферное давление p_0.

1) по ур-ю состояния:

$$\frac{9p_0}{8}V_1 = \nu_в R T_0 = \frac{7}{8}p_0 V_2$$

$$9V_1 = 7V_2 \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{9}{7}V_1}$$

2) $\Delta V = \frac{2}{7}V_1$

Для водяного пара:

$$\left.\begin{aligned} p_0 V_{п1} &= \nu_{п1} R T_0 \\ p_0 V_{п2} &= \nu_{п2} R T_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$p_0(V_{п1} - V_{п2}) = \frac{\Delta m}{\mu} R T_0$$

$$p_0 \cdot \frac{2}{7}V_1 = \frac{\Delta m}{\mu} R T_0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta m = \frac{\frac{2}{7}p_0 V_1 \mu}{R T_0}}$$

3) $\Delta U = \Delta U_w + \Delta U_{gn} + \Delta U_a$

Т.к. $T = const \Rightarrow \Delta U_a = C_v \nu_a \Delta T = 0$

$\Delta U_{gn} = -3R \frac{\Delta m}{\mu} T_0$ — масса вод. пара уменьшилась, а водое – увеличилась

$\Delta U_w = \Delta m \lambda$

$\Delta U = \Delta m\left(\lambda - \frac{3RT_0}{\mu}\right) = \frac{\frac{2}{7} p_0 V_1 \mu}{RT_0}\left(\lambda - \frac{3RT_0}{\mu}\right)$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{9}{8} V_1$; 2) $\Delta m = \frac{\frac{2}{7} p_0 V_1 \mu}{RT_0}$;

3) $\Delta U = \frac{\frac{2}{7} p_0 V_1 \mu}{RT_0}\left(\lambda - \frac{3RT_0}{\mu}\right)$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

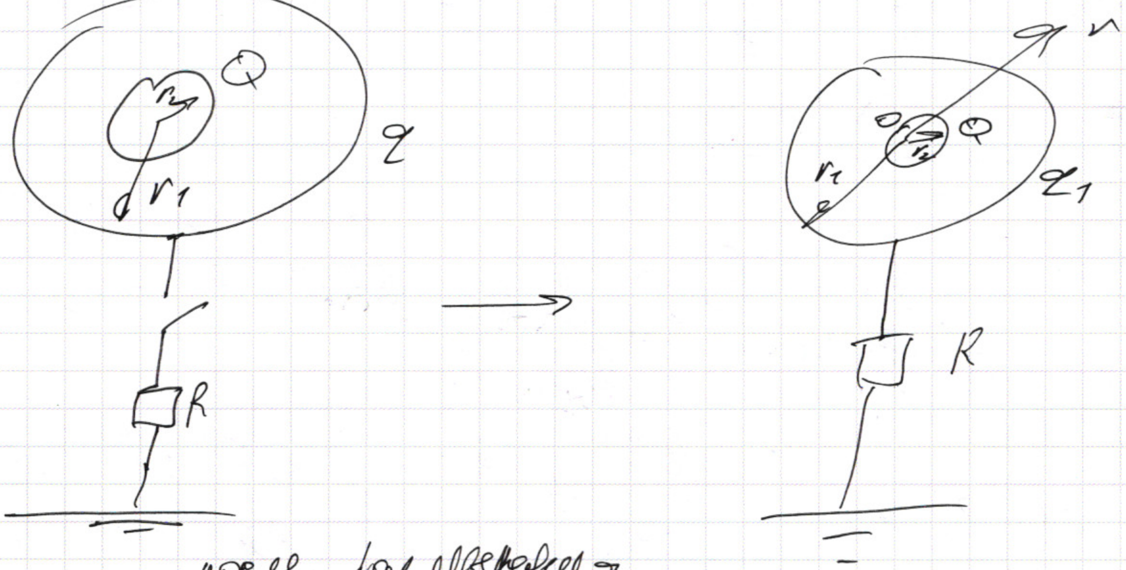
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



после разъединения

1) $\varphi(r_1) = 0 = \frac{kQ}{r_1} + \frac{kq_1}{r_1} \Rightarrow \boxed{q_1 = -Q}$

$r_2 \le r \le r_1$

2) $E(r) = \frac{kQ}{r^2}$

$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 k^2 Q^2}{2r^4} \Rightarrow dW = w\,dV \Rightarrow$

$W_1 = \int_{r_2}^{r_1} \frac{\varepsilon_0 k^2 Q^2}{2r^4} 4\pi r^2 dr =$

$= \varepsilon_0 k^2 Q^2 2\pi \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = -2\pi\varepsilon_0 k^2 Q^2 \frac{1}{r}\Big|_{r_2}^{r_1} =$

$= 2\pi\varepsilon_0 k^2 Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$

$W_1 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{16\pi^2\varepsilon_0^2} Q^2 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \boxed{\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}$

3) $W_2 = W_1 \Rightarrow$ через R пройдёт энергия поля, запасенная вне конденсатора:

$-\Delta W_2 = W$

$$\Delta W_2 = \frac{1}{2}\frac{kQ^2}{r_1} - \frac{1}{2}\frac{kq^2}{r_1} = \frac{1}{2}\frac{k(Q^2-q^2)}{r_1}$$

$$W = \frac{k(q^2-Q^2)}{2r_1}$$

Ответ: 1) $q_1 = -Q$; 2) $W_1 = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$; 3) $W = \frac{k(q^2-Q^2)}{2r_1}$.

3) $$\varphi(q, r_4) = \frac{kQ}{r_4} + \frac{kq}{r_4} = \frac{k(Q+q)}{r_4}$$

$$\delta Q = \underset{-Q}{I}U\,dt = -\frac{dq}{dt}\varphi\,dt = -dq\,\varphi$$

$$Q = -\int_q \frac{k(Q+q)}{r_4}\,d(Q+q) = -\frac{k(Q+q)^2}{2r_4}\Bigg|_q^{-Q} =$$

$$= -\left(0 - \frac{k(Q+q)^2}{2r_4}\right) = \frac{k(Q+q)^2}{2r_4}.$$

Ответ: 1) $\varphi_1 = -Q$; 2) $W_1 = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$; 3) $W = \frac{k(Q+q)^2}{2r_4}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

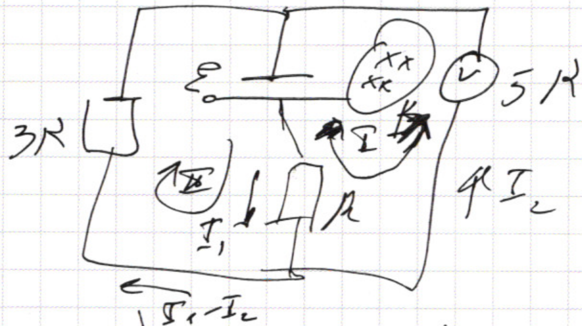
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

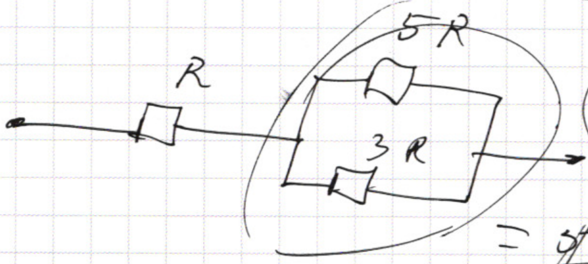
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) $B = const \Rightarrow \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$



$\frac{15R}{8} \Rightarrow R_{o1} = R + \frac{15R}{8} = \frac{23R}{8}$

$\cancel{= \frac{15R^2}{8R} = \frac{5R}{6}}$

$\cancel{R_{O1} = R + \frac{5R}{6} = \frac{11R}{6}}$

$\cancel{I_1 = \frac{\mathcal{E}_0}{R_{O1}} = \frac{6\mathcal{E}_0}{11R}}$

$\cancel{V_1 = I_1 \cdot \frac{5R}{6} = \frac{6\mathcal{E}_0}{11R} \cdot \frac{5R}{6} = \frac{5}{11}\mathcal{E}_0}$

$I_1 = \frac{8\mathcal{E}_0}{23R}$

$V_1 = \frac{8\mathcal{E}_0}{23R} \cdot \frac{15R}{8} = \boxed{\frac{15}{23}\mathcal{E}_0}$

2) $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS) = -kS$

по 2-ому прав. Кирхгофа

$$I: \begin{cases} \mathcal{E}_0 + kS = I_1 R + 5I_2 R \\ \mathcal{E}_0 = I_1 R + 3(I_1 - I_2)R \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 4\frac{\mathcal{E}_0 + kS}{R} = 4I_1 + 20I_2 \\ \frac{\mathcal{E}_0}{R} = 4I_1 - 3I_2 \end{cases} \Rightarrow 4\frac{\mathcal{E}_0}{R} + \frac{4kS}{R} - \frac{\mathcal{E}_0}{R} = 23I_2$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7 (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{3\mathcal{E}_0 + 4kS}{23R} = I_2 \Rightarrow$$

$$V_2 = I_2 \cdot 5R = \frac{5(3\mathcal{E}_0 + 4kS)}{23}$$

~~Ответ~~: 1) $V_1 = \frac{15}{23}\mathcal{E}_0$; 2) $V_2 = \frac{5(3\mathcal{E}_0 + 4kS)}{23}$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

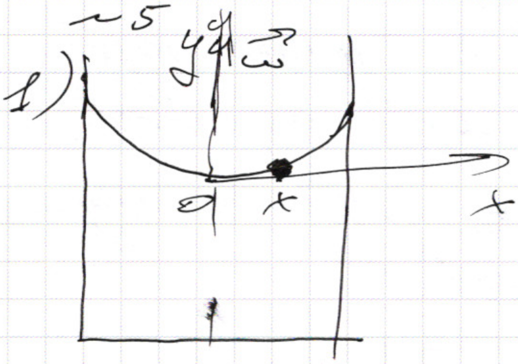
ШИФР

(заполняется секретарём)

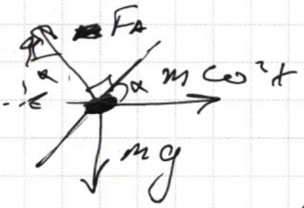
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

1)



выделим участок воды на расстоянии x от оси. В нем ρ воды:



$\sum \vec{F_i} = 0 \Rightarrow$

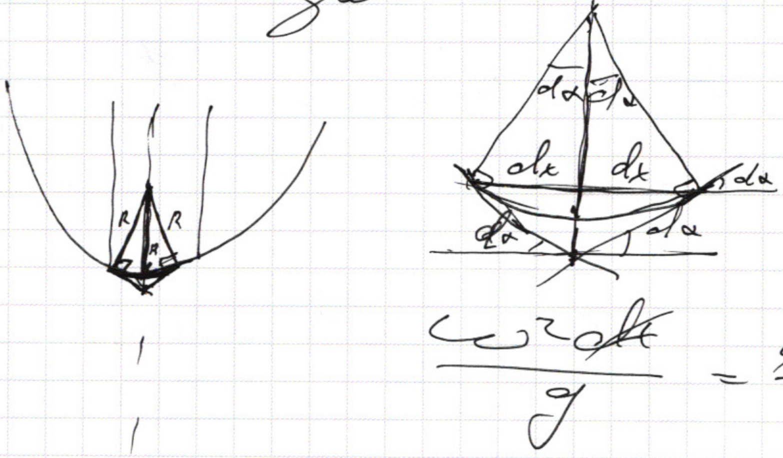
$F_A = m\sqrt{g^2 + \omega^4 x^2}$

$F_A \perp$ поверхности воды $\Rightarrow$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m\omega^2 x}{mg} = \frac{\omega^2 x}{g}$ — Также угол касательной к поверхности $\Rightarrow$

$y'(x) = \frac{\omega^2 x}{g} \Rightarrow y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + C$

В т. О возьмем начало координат $\Rightarrow \boxed{y = \frac{\omega^2 x^2}{2g}}$



$\operatorname{tg} d\alpha \approx d\alpha = \frac{\omega^2 dx}{g} \approx$

$\approx \sin d\alpha \approx \frac{dx}{R}$

$\frac{\omega^2 dx}{g} = \frac{dx}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{g}{\omega^2}} =$

$= \frac{10 \cdot 5}{80} = \frac{5}{8}$ м $=$

$= 0{,}625$ м $= \boxed{62{,}5 \text{ см}}$

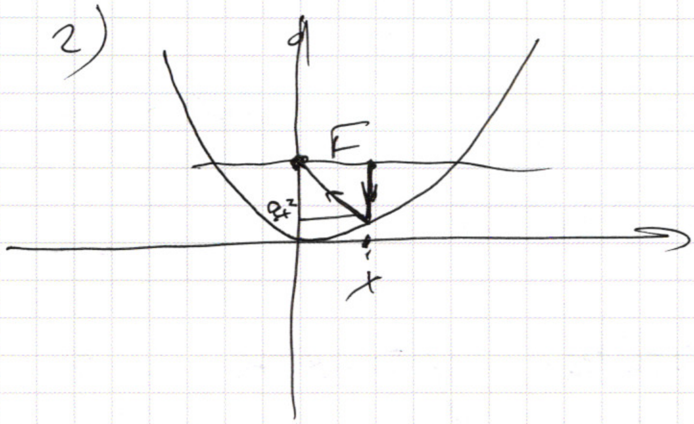
$a = \frac{\omega^2}{2g}$

$= 62{,}5$ см

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

2)



в силу принципа Ферма изображения будут собираться в одной точке такой что опт. длина пути всех лучей одинакова ⇒ ~~для~~ параллельных падающих лучи соберутся в фокусе параболоида.

$$l(x) = F - ax^2 + \sqrt{(F-ax^2)^2 + x^2} = const \Rightarrow 2F$$

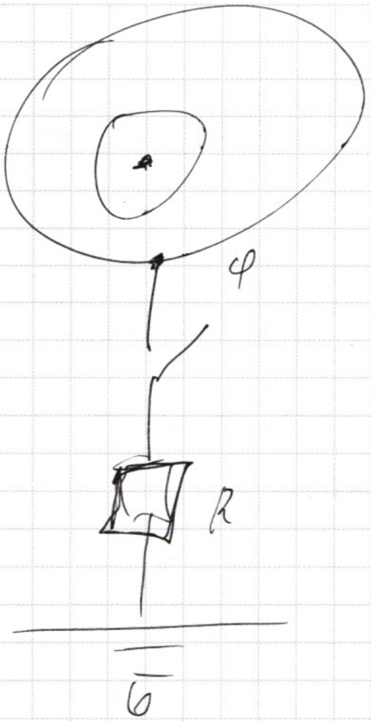
$$\sqrt{(F-ax^2)^2 + x^2} = F + ax^2$$

$$a^2x^4 + x^2 - 2ax^2F + F^2 = F^2 + a^2x^4 + 2aFx^2$$

$$x^2 = 4ax^2F \Rightarrow F = \frac{1}{4a} = \frac{2g}{4\omega^2} = \frac{g}{2\omega^2} =$$

$$= \frac{10}{2\cdot 16} = \frac{5}{16}\,\text{м} = 31{,}25\,\text{см}$$

Ответ: 1) $R = 62{,}5$ см; 2) $F = 31{,}25$ см.



$$\varphi(r_2) = \frac{k(Q+q)}{r_2}$$

$$\frac{dq}{dt} R = \frac{k}{r_2}(Q+q)$$

$$-Q$$

$$\Delta Q = \int_q^{-Q} dq \, \frac{k(Q+q)}{r_2} =$$

$$= \int \left(\frac{kQ}{r_2} + \frac{kq}{r_2}\right) dq =$$

$$= \frac{kQq}{r_2} + \frac{kq^2}{2r_2}\Big|_q^{-Q} =$$

$$= -\frac{kQ^2}{2r_2} + \cancel{\frac{kQ^2}{r_2}} - \frac{kQq}{r_2} - \frac{kq^2}{2r_2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

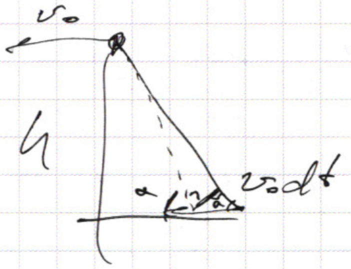
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

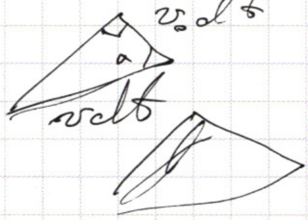
$$\begin{array}{r} 5{,}125 \\ \times \quad 8 \\ \hline 41000 \end{array}$$

$l \sin\alpha_2 - v_0 t_{12} \sin\alpha_2 = l \sin\alpha_1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 0{,}5 + 0{,}125$

$v_0 t_{12} \sin\alpha_1 = l(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$





$v_0 dt = \frac{v_0 dt}{\cos\alpha}$

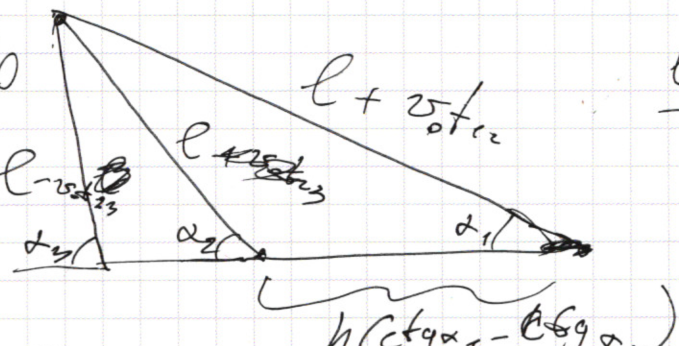
$h(\operatorname{ctg}\alpha_1 - \operatorname{ctg}\alpha_2) = \int_1^2 v dt$

$\frac{5}{6}$

$\frac{15}{16}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{5}{\phi^2}$



$\frac{l - v_0 t_{13}}{\sin\alpha_1} = \frac{l + v_0 t_{12}}{\sin\alpha_3}$

$\frac{l}{\sin\alpha_1} = \frac{l + v_0 t_{12}}{\sin\alpha_2}$

$l(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) = v_0 t_{12} \sin\alpha_1$

$l \sin\alpha_3 - v_0 t_{13} \sin\alpha_3 = l \sin\alpha_1 + \cancel{v_0 \sin\alpha_1 t_{12}}$