Отборочный этап 2025/26

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (3 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 5062

Две окружности ω_1 и ω_2 равного радиуса 10 пересекаются в точках B и C. На окружности ω_1 выбрана точка A, которая не лежит внутри ω_2. Луч AB пересекает ω_2 в точке D, причем B лежит на отрезке AD. Точка E симметрична точке D относительно точки C. Найдите AE, если $AD = 25$, $BC = 15$. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Задача 1 #2 ID 5063

Две окружности ω_1 и ω_2 равного радиуса 20 пересекаются в точках B и C. На окружности ω_1 выбрана точка A, которая не лежит внутри ω_2. Луч AB пересекает ω_2 в точке D, причем B лежит на отрезке AD. Точка E симметрична точке D относительно точки C. Найдите AE, если $AD = 60$, $BC = 26$. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Задача 1 #3 ID 5064

Две окружности ω_1 и ω_2 равного радиуса 40 пересекаются в точках B и C. На окружности ω_1 выбрана точка A, которая не лежит внутри ω_2. Луч AB пересекает ω_2 в точке D, причем B лежит на отрезке AD. Точка E симметрична точке D относительно точки C. Найдите AE, если $AD = 120$, $BC = 34$. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Задача 1 #4 ID 5065

Две окружности ω_1 и ω_2 равного радиуса 80 пересекаются в точках B и C. На окружности ω_1 выбрана точка A, которая не лежит внутри ω_2. Луч AB пересекает ω_2 в точке D, причем B лежит на отрезке AD. Точка E симметрична точке D относительно точки C. Найдите AE, если $AD = 90$, $BC = 40$. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

999976295065

Задача 2

Задача 2 #5 ID 5066

Маша и Саша играют в следующую игру. Несколько раз бросается симметричный кубик. Его грани пронумерованы натуральными числами от 1 до 6, а выпадение любой грани равновероятно. Маша побеждает при выпадении подряд двух шестёрок, а Саша – при выпадении подряд двух нечётных цифр. Какова вероятность того, что Маша победила, если известно, что игра закончилась за четыре хода? Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976295066

Задача 2 #6 ID 5067

Маша и Саша играют в следующую игру. Несколько раз бросается десятигранная кость. Её грани пронумерованы натуральными числами от 1 до 10, а выпадение любой грани равновероятно. Маша побеждает при выпадении подряд двух десяток, а Саша – при выпадении подряд двух нечётных цифр. Какова вероятность того, что Саша победила, если известно, что игра закончилась за четыре хода? Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976295067

Задача 2 #7 ID 5068

Маша и Саша играют в следующую игру. Несколько раз бросается восьмигранная кость. Её грани пронумерованы натуральными числами от 1 до 8, а выпадение любой грани равновероятно. Маша побеждает при выпадении подряд двух восьмёрок, а Саша – при выпадении подряд двух нечётных цифр. Какова вероятность того, что Маша победила, если известно, что игра закончилась за четыре хода? Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976295068

Задача 2 #8 ID 5069

Маша и Саша играют в следующую игру. Несколько раз бросается двенадцатигранная кость. Её грани пронумерованы натуральными числами от 1 до 12, а выпадение любой грани равновероятно. Маша побеждает при выпадении подряд двух пятёрок, а Саша – при выпадении подряд двух ЧЁТНЫХ чисел. Какова вероятность того, что Саша победила, если известно, что игра закончилась за четыре хода? Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976295069

Задача 3

Задача 3 #9 ID 5070

Решите уравнение $\sqrt[3]{x+5}+\sqrt[3]{4x+4}=\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{3x+7}$. В ответе укажите сумму найденных корней.

999976295070

Задача 3 #10 ID 5071

Решите уравнение $\sqrt[3]{6x-9}+\sqrt[3]{1-x}=\sqrt[3]{3x-3}+\sqrt[3]{2x-5}$. В ответе укажите сумму найденных корней.

999976295071

Задача 3 #11 ID 5072

Решите уравнение $\sqrt[3]{x+3}+\sqrt[3]{4x-4}=\sqrt[3]{2x-2}+\sqrt[3]{3x+1}$. В ответе укажите сумму найденных корней.

999976295072

Задача 3 #12 ID 5073

Решите уравнение $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt[3]{6x+6}=\sqrt[3]{4x+4}+\sqrt[3]{x+4}$. В ответе укажите сумму найденных корней.

999976295073

Задача 4

Задача 4 #13 ID 5074

> В турнире у волейбольной команды было 10 побед и 6 поражений, причём все её победы были получены тремя «сериями» (серия – это одна или несколько последовательных побед, между которыми не было ни одного поражения). Сколькими способами это могло случиться? Под способом понимается последовательность побед и поражений. Ничьих в волейболе не бывает.
>
> 999976295074

Задача 4 #14 ID 5075

> В турнире у волейбольной команды было 11 побед и 7 поражений, причём все её победы были получены тремя «сериями» (серия – это одна или несколько последовательных побед, между которыми не было ни одного поражения). Сколькими способами это могло случиться? Под способом понимается последовательность побед и поражений. Ничьих в волейболе не бывает.
>
> 999976295075

Задача 4 #15 ID 5076

> В турнире у волейбольной команды было 12 побед и 8 поражений, причём все её победы были получены тремя «сериями» (серия – это одна или несколько последовательных побед, между которыми не было ни одного поражения). Сколькими способами это могло случиться? Под способом понимается последовательность побед и поражений. Ничьих в волейболе не бывает.
>
> 999976295076

Задача 4 #16 ID 5077

> В турнире у волейбольной команды было 11 побед и 10 поражений, причём все её победы были получены тремя «сериями» (серия – это одна или несколько последовательных побед, между которыми не было ни одного поражения). Сколькими способами это могло случиться? Под способом понимается последовательность побед и поражений. Ничьих в волейболе не бывает.
>
> 999976295077

Задача 5

Задача 5 #17 ID 5078

Найдите все положительные числа x такие, что оба числа $x + \dfrac{1}{x}$ и $x^2 - 4x$ являются целыми. В ответ запишите наибольшее из них, вычисленное с точностью до двух знаков после запятой.

999976295078

Задача 5 #18 ID 5079

Найдите все положительные числа x такие, что оба числа $x + \dfrac{1}{x}$ и $x^2 - 3x$ являются целыми. В ответ запишите наибольшее из них, вычисленное с точностью до двух знаков после запятой.

999976295079

Задача 5 #19 ID 5080

Найдите все положительные числа x такие, что оба числа $x + \dfrac{1}{x}$ и $x^2 - 5x$ являются целыми. В ответ запишите наибольшее из них, вычисленное с точностью до двух знаков после запятой.

999976295080

Задача 5 #20 ID 5081

Найдите все положительные числа x такие, что оба числа $x + \dfrac{1}{x}$ и $x^2 - 6x$ являются целыми. В ответ запишите наибольшее из них, вычисленное с точностью до двух знаков после запятой.

999976295081

Задача 6

Задача 6 #21 ID 5082

> Сколько существует таких прямоугольных треугольников ABC, что в них высота CD, проведённая из вершины прямого угла, связана с гипотенузой AB соотношением $2DC + 2 = AB$, отрезки CD, AD и BD имеют целочисленные длины, а длина гипотенузы AB лежит в промежутке $[10, 1000]$?
>
>

Задача 6 #22 ID 5083

> Сколько существует таких прямоугольных треугольников ABC, что в них высота CD, проведённая из вершины прямого угла, связана с гипотенузой AB соотношением $2DC + 2 = AB$, отрезки CD, AD и BD имеют целочисленные длины, а длина гипотенузы AB лежит в промежутке $[100, 1500]$?
>
>

Задача 6 #23 ID 5084

> Сколько существует таких прямоугольных треугольников ABC, что в них высота CD, проведённая из вершины прямого угла, связана с гипотенузой AB соотношением $2DC + 2 = AB$, отрезки CD, AD и BD имеют целочисленные длины, а длина гипотенузы AB лежит в промежутке $[150, 1400]$?
>
>

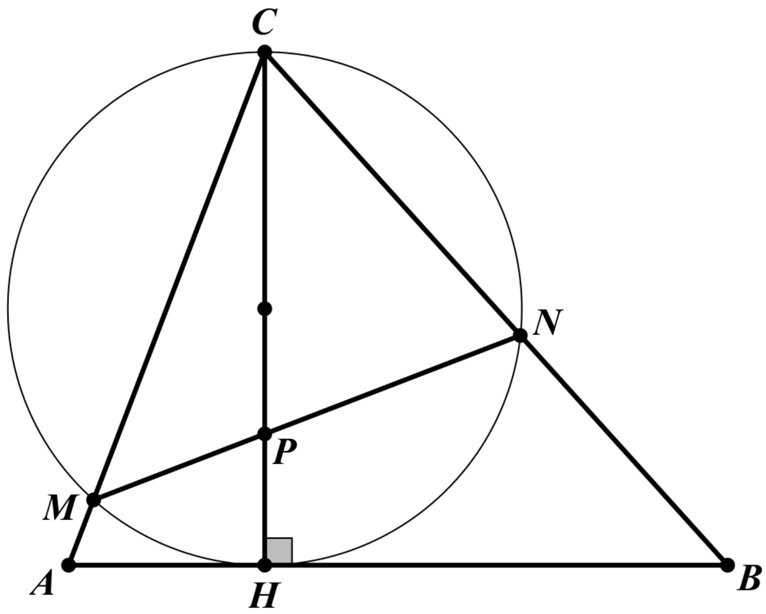
Задача 6 #24 ID 5085

> Сколько существует таких прямоугольных треугольников ABC, что в них высота CD, проведённая из вершины прямого угла, связана с гипотенузой AB соотношением $2DC + 2 = AB$, отрезки CD, AD и BD имеют целочисленные длины, а длина гипотенузы AB лежит в промежутке $[50, 900]$?
>
>

Задача 7

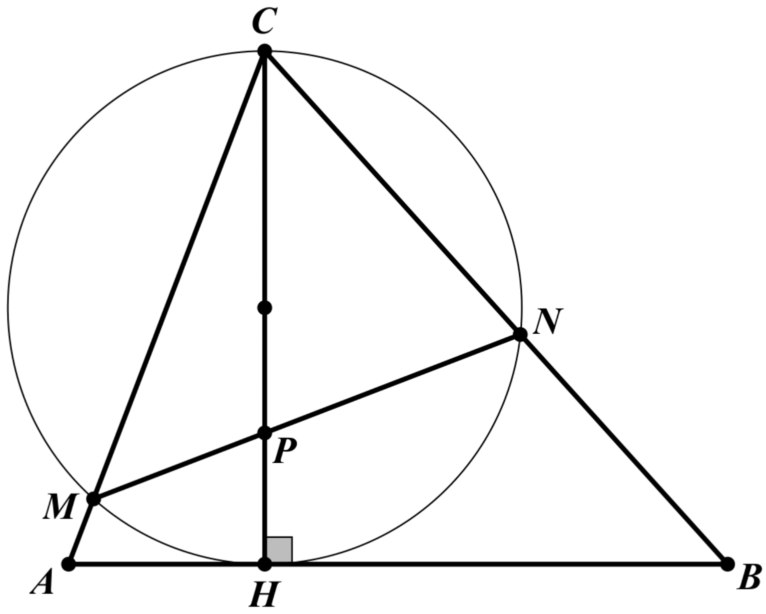
Задача 7 #25 ID 5086

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CH, а затем на отрезке CH как на диаметре построена окружность. Точки M, N и P отмечены, как показано на рисунке. Найдите отношение $BH : CH$, если $(MP \cdot NP) : CP^2 = 0,75$ и $AH : CH = 0,5$.



Задача 7 #26 ID 5087

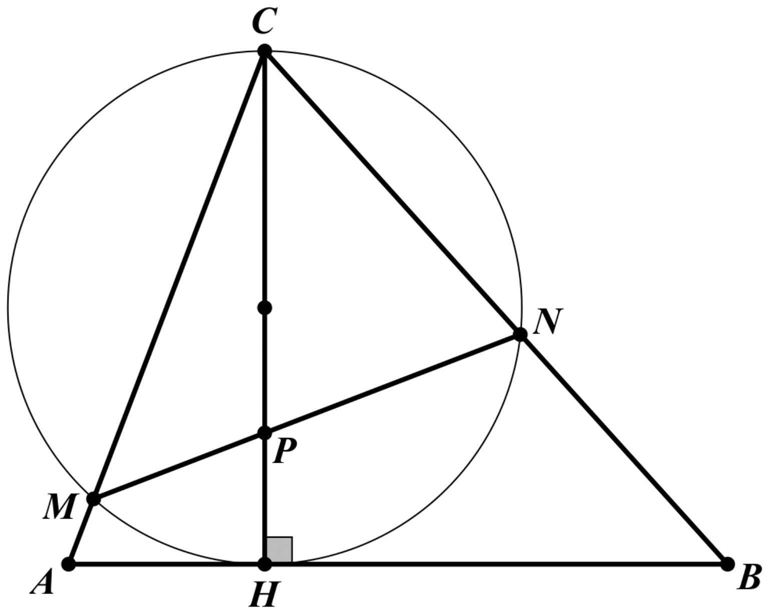
В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CH, а затем на отрезке CH как на диаметре построена окружность. Точки M, N и P отмечены, как показано на рисунке. Пусть P — точка пересечения отрезков MN и CH. Найдите отношение $CH : AH$, если $(MP \cdot NP) : CP^2 = 3 : 5$ и $BH : CH = 9 : 5$.



999976295087

Задача 7 #27 ID 5088

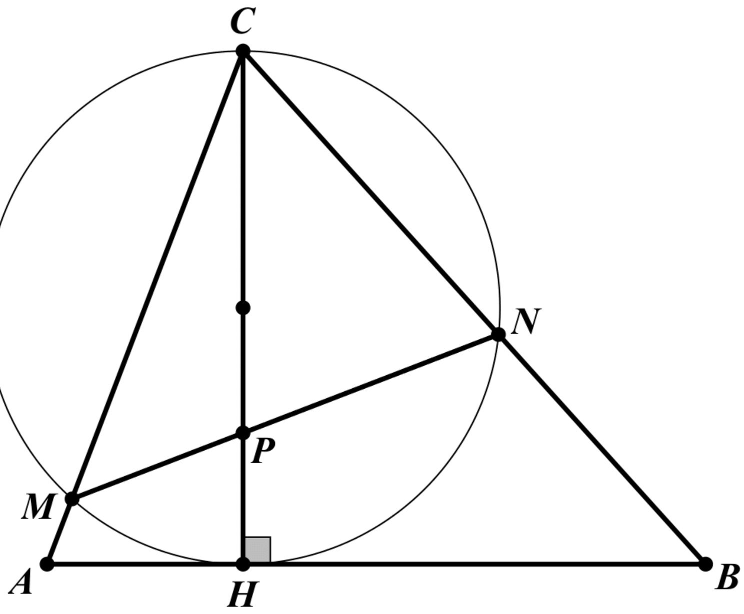
В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CH, а затем на отрезке CH как на диаметре построена окружность. Точки M, N и P отмечены, как показано на рисунке. Пусть P — точка пересечения отрезков MN и CH. Найдите отношение $BH : CH$, если $(MP \cdot NP) : CP^2 = 3,5$ и $AH : CH = 1,25$.



999976295088

Задача 7 #28 ID 5089

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота CH, а затем на отрезке CH как на диаметре построена окружность. Точки M, N и P отмечены, как показано на рисунке. Пусть P – точка пересечения отрезков MN и CH. Найдите отношение $CH : AH$, если $(MP \cdot NP) : CP^2 = 4 : 3$ и $BH : CH = 8 : 5$.



999976295089

Задача 8

Задача 8 #29 ID 5090

Имеется 2600 наборов по 50 карточек. На каждой карточке написано натуральное число, причем в каждом наборе все числа, написанные на карточках, различны. Оказалось, что какие бы два набора ни взять, на 100 карточках этих наборов будет написано ровно 99 различных натуральных чисел. Какое наименьшее количество различных натуральных чисел может быть написано на всех карточках этих 2600 наборов?

999976295090

Задача 8 #30 ID 5091

Имеется 1700 наборов по 40 карточек. На каждой карточке написано натуральное число, причем в каждом наборе все числа, написанные на карточках, различны. Оказалось, что какие бы два набора ни взять, на 80 карточках этих наборов будет написано ровно 79 различных натуральных чисел. Какое наименьшее количество различных натуральных чисел может быть написано на всех карточках этих 1700 наборов?

999976295091

Задача 8 #31 ID 5092

Имеется 1000 наборов по 30 карточек. На каждой карточке написано натуральное число, причем в каждом наборе все числа, написанные на карточках, различны. Оказалось, что какие бы два набора ни взять, на 60 карточках этих наборов будет написано ровно 59 различных натуральных чисел. Какое наименьшее количество различных натуральных чисел может быть написано на всех карточках этих 1000 наборов?

999976295092

Задача 8 #32 ID 5093

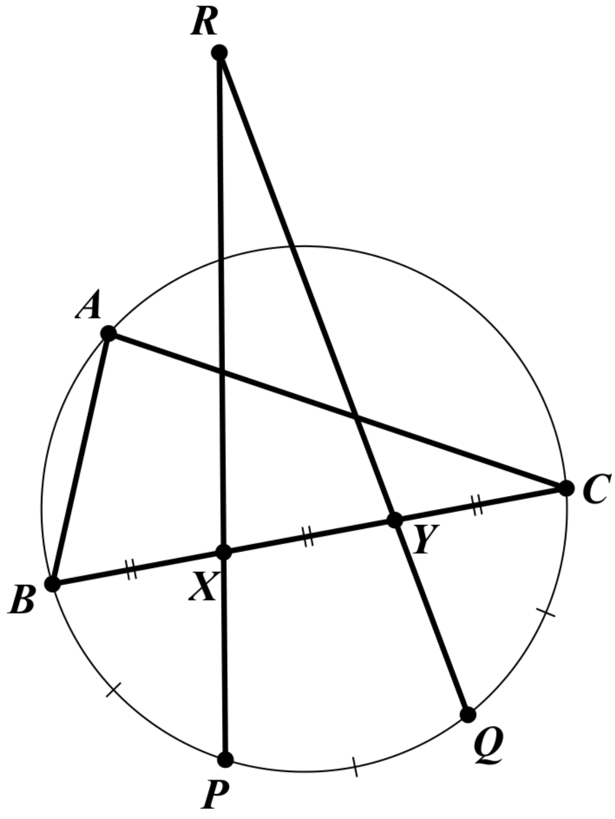
Имеется 700 наборов по 25 карточек. На каждой карточке написано натуральное число, причем в каждом наборе все числа, написанные на карточках, различны. Оказалось, что какие бы два набора ни взять, на 50 карточках этих наборов будет написано ровно 49 различных натуральных чисел. Какое наименьшее количество различных натуральных чисел может быть написано на всех карточках этих 700 наборов?

999976295093

Задача 9

Задача 9 #33 ID 5094

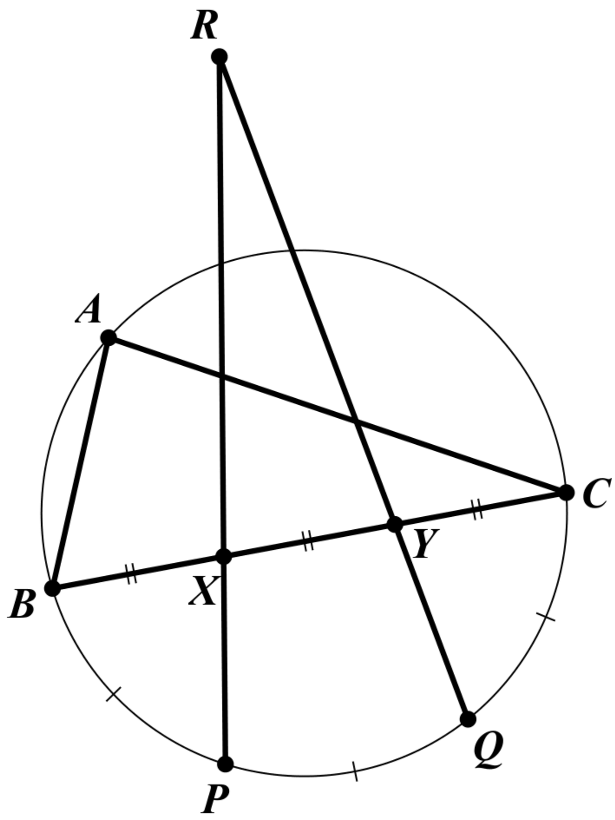
На стороне BC треугольника ABC отмечены точки X и Y, а на меньшей дуге BC его описанной окружности отмечены точки P и Q так, что указанные на чертеже штрихами дуги и отрезки равны. Лучи PX и QY пересекаются в точке R. Найдите угол BAC, если угол BRC равен 52°. Ответ дайте в градусах.



999976295094

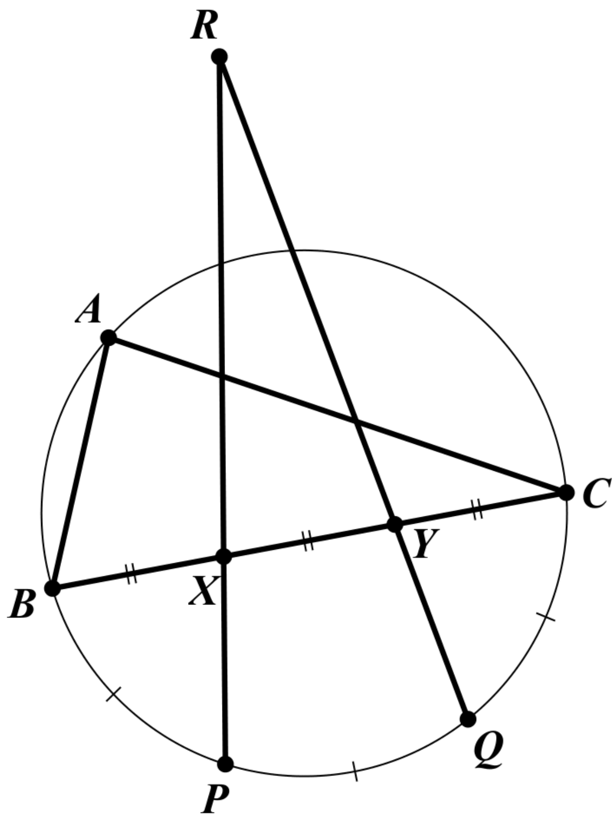
Задача 9 #34 ID 5095

На стороне BC треугольника ABC отмечены точки X и Y, а на меньшей дуге BC его описанной окружности отмечены точки P и Q так, что указанные на чертеже штрихами дуги и отрезки равны. Лучи PX и QY пересекаются в точке R. Найдите угол BAC, если угол BRC равен 42°. Ответ дайте в градусах.



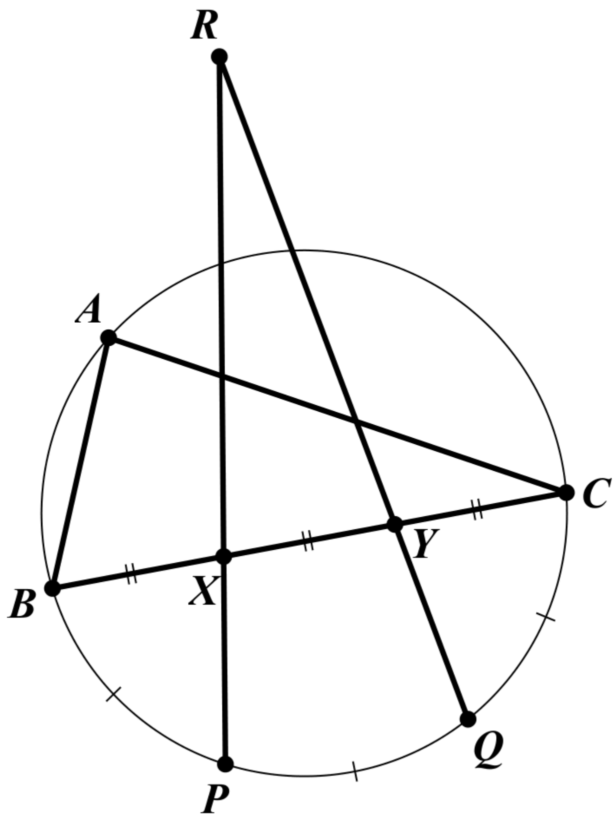
Задача 9 #35 ID 5096

На стороне BC треугольника ABC отмечены точки X и Y, а на меньшей дуге BC его описанной окружности отмечены точки P и Q так, что указанные на чертеже штрихами дуги и отрезки равны. Лучи PX и QY пересекаются в точке R. Найдите угол BAC, если угол BRC равен 36°. Ответ дайте в градусах.



Задача 9 #36 ID 5097

На стороне BC треугольника ABC отмечены точки X и Y, а на меньшей дуге BC его описанной окружности отмечены точки P и Q так, что указанные на чертеже штрихами дуги и отрезки равны. Лучи PX и QY пересекаются в точке R. Найдите угол BAC, если угол BRC равен 44°. Ответ дайте в градусах.



999976295097

Задача 10

Задача 10 #37 ID 5098

Найдите количество пар $(x; y)$ таких, что x, $y \in \mathbb{Z}$ и

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi y}{2}\right), \\ \cos\left(\frac{2\pi x + \pi y}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi y}{12}\right), \\ |2x + y - 45| + |y| \leq 45. \end{cases}$$

999976295098

Задача 10 #38 ID 5099

Найдите количество пар $(x; y)$ таких, что $x, y \in \mathbb{Z}$ и

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = 0, \\ \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi x - 2\pi y}{12}\right), \\ |x + 52| + |x - 2y| \le 52. \end{cases}$$

999976295099

Задача 10 #39 ID 5100

Найдите количество пар $(x; y)$ таких, что $x, y \in \mathbb{Z}$ и

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), \\ \sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi x + 2\pi y}{12}\right), \\ |x + 45| + |x + 2y| \le 45. \end{cases}$$

999976295100

Задача 10 #40 ID 5101

Найдите количество пар $(x; y)$ таких, что $x, y \in \mathbb{Z}$ и

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi y}{2}\right) = 0, \\ \cos\left(\frac{2\pi x - \pi y}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi y}{12}\right), \\ |2x - y + 52| + |y| \le 52. \end{cases}$$

999976295101