Учебный год 2022/23

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (3 попытка)

Задача

Задача 1. #1 ID 1245

> В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ. Точки M и N – проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN, если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно $17\sqrt{2}$.
>
>

Ответ:

> 34

Задача 1. #2 ID 1246

> В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ. Точки M и N – проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN, если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно $10\sqrt{50}$.
>
>

Ответ:

> 100

Задача 1. #3 ID 1247

> В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ. Точки M и N – проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN, если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно $9\sqrt{8}$.
>
>

Ответ:

> 36

Задача 1. #4 ID 1248

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом при вершине B проведены биссектрисы AP и CQ. Точки M и N – проекции точек Q и P на сторону AC соответственно. Найдите MN, если расстояние от вершины B до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, равно $5\sqrt{18}$.

999869671248

Ответ:

30

Задача 2.

Задача 2. #5 ID 1250

У Васи есть карточки с числами $2000, 2001, \ldots, 2051, 2052$ (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 3?

999869671250

Ответ:

97614

Задача 2. #6 ID 1251

У Васи есть карточки с числами $4000, 4001, \ldots, 4057, 4058$ (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 3?

999869671251

Ответ:

151696

Задача 2. #7 ID 1252

У Васи есть карточки с числами $5000, 5001, \ldots, 5047, 5048$ (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 3?

999869671252

Ответ:

70620

Задача 2. #8 ID 1253

У Васи есть карточки с числами $7000, 7001, \ldots, 7063, 7064$ (на каждой карточке записано ровно одно число; есть ровно одна карточка с каждым из указанных чисел). Сколькими способами он может выбрать 4 карточки так, чтобы сумма чисел на выбранных карточках делилась на 3?

Ответ:

225666

Задача 3.

Задача 3. #9 ID 1254

Найдите количество пар целых чисел x и y, удовлетворяющих соотношению $\dfrac{7}{x} - \dfrac{6}{y} = \dfrac{1}{1008}$.

Ответ:

479

Задача 3. #10 ID 1255

Найдите количество пар целых чисел x и y, удовлетворяющих соотношению $\dfrac{8}{x} - \dfrac{3}{y} = \dfrac{1}{1215}$.

Ответ:

287

Задача 3. #11 ID 1256

Найдите количество пар целых чисел x и y, удовлетворяющих соотношению $\dfrac{5}{x} - \dfrac{4}{y} = \dfrac{1}{560}$.

Ответ:

263

Задача 3. #12 ID 1257

Найдите количество пар целых чисел x и y, удовлетворяющих соотношению $\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{3025}$.

Ответ:

199

Задача 4.

Задача 4. #13 ID 1258

Дана клетчатая прямоугольная доска размера 10×12. За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами $(1;1)$) в правый верхний угол (клетка с координатами $(10;12)$), если в процессе передвижения нельзя занимать клетку с координатами $(3;9)$?

Ответ:

162560

Задача 4. #14 ID 1259

Дана клетчатая прямоугольная доска размера 7×18. За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами $(1;1)$) в правый верхний угол (клетка с координатами $(7;18)$), если в процессе передвижения нельзя занимать клетку с координатами $(3;11)$?

Ответ:

79167

Задача 4. #15 ID 1260

Дана клетчатая прямоугольная доска размера 14×11. За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами $(1;1)$) в правый верхний угол (клетка с координатами $(14;11)$), если в процессе передвижения нельзя занимать клетку с координатами $(8;5)$?

Ответ:

839146

Задача 4. #16 ID 1261

> Дана клетчатая прямоугольная доска размера 20×8. За один ход фишку можно передвинуть либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно переместить фишку из левого нижнего угла доски (клетка с координатами $(1;1)$) в правый верхний угол (клетка с координатами $(20;8)$), если в процессе передвижения нельзя занимать клетку с координатами $(16;4)$?
>
>

Ответ:

> 600680

Задача 5.

Задача 5. #17 ID 1249

> За круглый стол сели 70 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил свое число с числами на карточках соседей и сказал: "У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей". Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: "У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей"?
>
>

Ответ:

> 68

Задача 5. #18 ID 1262

> За круглый стол сели 77 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил свое число с числами на карточках соседей и сказал: "У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей". Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: "У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей"?
>
>

Ответ:

> 75

Задача 5. #19 ID 1263

> За круглый стол сели 85 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил свое число с числами на карточках соседей и сказал: "У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей". Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: "У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей"?
>
> 999869671263

Ответ:

> 83

Задача 5. #20 ID 1264

> За круглый стол сели 90 магистров двух орденов: ордена Лжецов (они всегда лгут) и ордена Рыцарей (они всегда говорят правду). Каждому из них дали карточку, на которой написано натуральное число (все числа на карточках различны). Каждый из сидящих за столом сравнил свое число с числами на карточках соседей и сказал: "У меня число больше, чем числа у каждого из двух моих соседей". Какое наибольшее количество из сидящих за столом после этого может сказать: "У меня число меньше, чем числа у каждого из двух моих соседей"?
>
> 999869671264

Ответ:

> 88