Отборочный этап 2024/25

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (1 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 3532

> На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число $A = 1\,188$, чтобы получилось некоторое натуральное число в натуральной степени, отличной от 1?
>
> 999976293532

Задача 1 #2 ID 3537

> На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число $A = 936$, чтобы получилось некоторое натуральное число в натуральной степени, отличной от 1?
>
> 999976293537

Задача 1 #3 ID 3536

> На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число $A = 792$, чтобы получилось некоторое натуральное число в натуральной степени, отличной от 1?
>
> 999976293536

Задача 1 #4 ID 3535

> На какое наименьшее натуральное число нужно умножить число $A = 756$, чтобы получилось некоторое натуральное число в натуральной степени, отличной от 1?
>
> 999976293535

Задача 2

Задача 2 #5 ID 3539

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки P и Q – центры окружностей, вписанных в треугольники ABH и BCH соответственно, а $\sqrt{6}$ и $\sqrt{24}$ – радиусы этих окружностей. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника HPQ.

999976293539

Задача 2 #6 ID 3542

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки P и Q – центры окружностей, вписанных в треугольники ABH и BCH соответственно, а $\sqrt{7}$ и $\sqrt{63}$ – радиусы этих окружностей. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника HPQ.

999976293542

Задача 2 #7 ID 3541

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки P и Q – центры окружностей, вписанных в треугольники ABH и BCH соответственно, а $2\sqrt{2}$ и $\sqrt{50}$ – радиусы этих окружностей. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника HPQ.

999976293541

Задача 2 #8 ID 3540

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH. Точки P и Q – центры окружностей, вписанных в треугольники ABH и BCH соответственно, а $\sqrt{52}$ и $\sqrt{13}$ – радиусы этих окружностей. Найдите наименьшее возможное значение площади треугольника HPQ.

999976293540

Задача 3

Задача 3 #9 ID 3543

Ваня и Лёня бегают по круговой дорожке стадиона 500-метровой длины в одном направлении. Ваня бежит с постоянной скоростью v км/ч, но он начал пробежку на 23 минуты позже Лёни. А Лёня бежит с постоянной скоростью 12 км/ч, но останавливается на 1 минуту через каждые 300 метров. С какой скоростью v бежит Ваня, если известно, что они одновременно пересекли финишную черту, пробежав ровно по 20 кругов каждый?

999976293543

Задача 3 #10 ID 3546

Ваня и Лёня бегают по круговой дорожке стадиона 500-метровой длины в одном направлении. Ваня бежит с постоянной скоростью v км/ч, но он начал пробежку на 20 минут позже Лёни. А Лёня бежит с постоянной скоростью 15 км/ч, но останавливается на 1 минуту через каждые 420 метров. С какой скоростью v бежит Ваня, если известно, что они одновременно пересекли финишную черту, пробежав ровно по 30 кругов каждый?

999976293546

Задача 3 #11 ID 3545

Ваня и Лёня бегают по круговой дорожке стадиона 400-метровой длины в одном направлении. Ваня бежит с постоянной скоростью v км/ч, но он начал пробежку на 15 минут позже Лёни. А Лёня бежит с постоянной скоростью 12 км/ч, но останавливается на 1 минуту через каждые 245 метров. С какой скоростью v бежит Ваня, если известно, что они одновременно пересекли финишную черту, пробежав ровно по 25 кругов каждый?

999976293545

Задача 3 #12 ID 3544

Ваня и Лёня бегают по круговой дорожке стадиона 400-метровой длины в одном направлении. Ваня бежит с постоянной скоростью v км/ч, но он начал пробежку на 16 минут позже Лёни. А Лёня бежит с постоянной скоростью 15 км/ч, но останавливается на 1 минуту через каждые 670 метров. С какой скоростью v бежит Ваня, если известно, что они одновременно пересекли финишную черту, пробежав ровно по 35 кругов каждый?

999976293544

Задача 4

Задача 4 #13 ID 3547

Точка E лежит на стороне AB прямоугольника $ABCD$, и при этом $\angle CED = 90^\circ$. Точки O, P, Q являются центрами окружностей, описанных около треугольников ADE, BCE, CDE соответственно. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $OQ = 20$, $OP = 29$.

999976293547

Задача 4 #14 ID 3550

Точка E лежит на стороне AB прямоугольника $ABCD$, и при этом $\angle CED = 90^\circ$. Точки O, P, Q являются центрами окружностей, описанных около треугольников ADE, BCE, CDE соответственно. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $OQ = 9$, $OP = 41$.

999976293550

Задача 4 #15 ID 3549

Точка E лежит на стороне AB прямоугольника $ABCD$, и при этом $\angle CED = 90^\circ$. Точки O, P, Q являются центрами окружностей, описанных около треугольников ADE, BCE, CDE соответственно. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $OQ = 7$, $OP = 25$.

999976293549

Задача 4 #16 ID 3551

Точка E лежит на стороне AB прямоугольника $ABCD$, и при этом $\angle CED = 90^\circ$. Точки O, P, Q являются центрами окружностей, описанных около треугольников ADE, BCE, CDE соответственно. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, если $OQ = 10$, $OP = 26$.

999976293551

Задача 5

Задача 5 #17 ID 3552

Есть 300 карточек с числами от 1 до 300 (на каждой карточке написано ровно одно число, числа на карточках попарно различны). Сколькими способами можно выбрать три карточки, чтобы сумма чисел на них была кратна 3?

Задача 5 #18 ID 3555

Есть 270 карточек с числами от 1 до 270 (на каждой карточке написано ровно одно число, числа на карточках попарно различны). Сколькими способами можно выбрать три карточки, чтобы сумма чисел на них была кратна 3?

Задача 5 #19 ID 3554

Есть 240 карточек с числами от 1 до 240 (на каждой карточке написано ровно одно число, числа на карточках попарно различны). Сколькими способами можно выбрать три карточки, чтобы сумма чисел на них была кратна 3?

Задача 5 #20 ID 3553

Есть 210 карточек с числами от 1 до 210 (на каждой карточке написано ровно одно число, числа на карточках попарно различны). Сколькими способами можно выбрать три карточки, чтобы сумма чисел на них была кратна 3?

Задача 6

Задача 6 #21 ID 3556

Ненулевые числа a, b, c таковы, что $\dfrac{a}{b+c-5a}=\dfrac{b}{a+c-5b}=\dfrac{c}{a+b-5c}$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\dfrac{2b}{a}+\dfrac{2c}{a}+\dfrac{5a}{b}+\dfrac{5c}{b}$?

Задача 6 #22 ID 3560

Ненулевые числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b+c-5a}=\frac{b}{a+c-5b}=\frac{c}{a+b-5c}$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{3b}{a}+\frac{3c}{a}+\frac{7a}{c}+\frac{7b}{c}$?

999976293560

Задача 6 #23 ID 3558

Ненулевые числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b+c-5a}=\frac{b}{a+c-5b}=\frac{c}{a+b-5c}$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{7b}{a}+\frac{7c}{a}-\frac{2a}{b}-\frac{2c}{b}$?

999976293558

Задача 6 #24 ID 3557

Ненулевые числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b+c-5a}=\frac{b}{a+c-5b}=\frac{c}{a+b-5c}$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{5b}{a}+\frac{5c}{a}-\frac{3a}{c}-\frac{3b}{c}$?

999976293557

Задача 7

Задача 7 #25 ID 3561

Центр окружности ω радиуса R расположен на гипотенузе AC треугольника ABC. Известно, что ω пересекает AC в точках P и E (P лежит между A и E) и касается обоих катетов треугольника ABC. Найдите CE, если $AP=4$, а радиус окружности ω равен $10{,}5$.

999976293561

Задача 7 #26 ID 3564

Центр окружности ω радиуса R расположен на гипотенузе AC треугольника ABC. Известно, что ω пересекает AC в точках P и E (P лежит между A и E) и касается обоих катетов треугольника ABC. Найдите CE, если $AP = 5$, а радиус окружности ω равен $7{,}5$.

999976293564

Задача 7 #27 ID 3563

Центр окружности ω радиуса R расположен на гипотенузе AC треугольника ABC. Известно, что ω пересекает AC в точках P и E (P лежит между A и E) и касается обоих катетов треугольника ABC. Найдите CE, если $AP = 20$, а радиус окружности ω равен $15{,}6$.

999976293563

Задача 7 #28 ID 3562

Центр окружности ω радиуса R расположен на гипотенузе AC треугольника ABC. Известно, что ω пересекает AC в точках P и E (P лежит между A и E) и касается обоих катетов треугольника ABC. Найдите CE, если $AP = 3$, а радиус окружности ω равен 12.

999976293562

Задача 8

Задача 8 #29 ID 3565

Сколько существует способов переставить местами буквы $abcabe$ так, чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?

999976293565

Задача 8 #30 ID 3568

Сколько существует способов переставить местами буквы $bcdecfb$ так, чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?

999976293568

Задача 8 #31 ID 3567

> Сколько существует способов переставить местами буквы $abefcbad$ так, чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?
>
> 999976293567

Задача 8 #32 ID 3566

> Сколько существует способов переставить местами буквы $abefcbadg$ так, чтобы никакие две одинаковые буквы не стояли рядом?
>
> 999976293566

Задача 9

Задача 9 #33 ID 3569

> Числа a, b, c с нулевой суммой таковы, что $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=49$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$?
>
> 999976293569

Задача 9 #34 ID 3572

> Числа a, b, c с нулевой суммой таковы, что $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=64$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$?
>
> 999976293572

Задача 9 #35 ID 3573

> Числа a, b, c с нулевой суммой таковы, что $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=81$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$?
>
> 999976293573

Задача 9 #36 ID 3571

Числа a, b, c с нулевой суммой таковы, что $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=100$. Какое наименьшее значение может принимать выражение $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$?

999976293571

Задача 10

Задача 10 #37 ID 3574

Учитель математики договорился с пришедшими на кружок 23 учениками, что они выберут, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто - рыцарем (всегда говорить правду). После чего учитель раздал ученикам карточки с числами, причем числа на всех карточках различны. Ученики встали по кругу и посмотрели карточки соседей. После этого каждый из учеников сказал: «Число на моей карточке больше, чем у моих соседей». Какое наибольшее количество учеников могут сказать: «Число на моей карточке меньше, чем у моих соседей»?

999976293574

Задача 10 #38 ID 3577

Учитель математики договорился с пришедшими на кружок 19 учениками, что они выберут, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто - рыцарем (всегда говорить правду). После чего учитель раздал ученикам карточки с числами, причем числа на всех карточках различны. Ученики встали по кругу и посмотрели карточки соседей. После этого каждый из учеников сказал: «Число на моей карточке больше, чем у моих соседей. Какое наибольшее количество учеников могут сказать: «Число на моей карточке меньше, чем у моих соседей»?

999976293577

Задача 10 #39 ID 3576

Учитель математики договорился с пришедшими на кружок 18 учениками, что они выберут, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто - рыцарем (всегда говорить правду). После чего учитель раздал ученикам карточки с числами, причем числа на всех карточках различны. Ученики встали по кругу и посмотрели карточки соседей. После этого каждый из учеников сказал: «Число на моей карточке больше, чем у моих соседей». Какое наибольшее количество учеников могут сказать: «Число на моей карточке меньше, чем у моих соседей»?

999976293576

Задача 10 #40 ID 3575

Учитель математики договорился с пришедшими на кружок 15 учениками, что они выберут, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто - рыцарем (всегда говорить правду). После чего учитель раздал ученикам карточки с числами, причем числа на всех карточках различны. Ученики встали по кругу и посмотрели карточки соседей. После этого каждый из учеников сказал: «Число на моей карточке больше, чем у моих соседей». Какое наибольшее количество учеников могут сказать: «Число на моей карточке меньше, чем у моих соседей»?

999976293575