

Отборочный этап 2024/25

Задачи олимпиады: Математика 11 класс (2 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 3782

Олег выписал в строку 110 последовательных натуральных чисел, больших 50 000. Оказалось, что 12-е число делится на 12, 75-е – на 75, а 110-е – на 110. Какое наименьшее число могло быть среди выписанных Олегом чисел?

99976293782

Задача 1 #2 ID 3784

Олег выписал в строку 110 последовательных натуральных чисел, больших 50 000. Оказалось, что 36-е число делится на 36, 40-е – на 40, а 110-е – на 110. Какое наименьшее число могло быть среди выписанных Олегом чисел?

99976293784

Задача 1 #3 ID 3783

Олег выписал в строку 130 последовательных натуральных чисел, больших 50 000. Оказалось, что 12-е число делится на 12, 50-е – на 50, а 130-е – на 130. Какое наименьшее число могло быть среди выписанных Олегом чисел?

99976293783

Задача 1 #4 ID 3785

Олег выписал в строку 130 последовательных натуральных чисел, больших 50 000. Оказалось, что 24-е число делится на 24, 45-е – на 45, а 130-е – на 130. Какое наименьшее число могло быть среди выписанных Олегом чисел?

99976293785

Задача 2

Задача 2 #5 ID 3786

Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $4x^2 - y^2 = 31^{405}$.

999976293786

Задача 2 #6 ID 3787

Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $4x^2 - y^2 = 43^{453}$.

999976293787

Задача 2 #7 ID 3788

Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $9x^2 - y^2 = 23^{501}$.

999976293788

Задача 2 #8 ID 3789

Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $9x^2 - y^2 = 41^{417}$.

999976293789

Задача 3

Задача 3 #9 ID 3791

Про вещественное число x известно, что $\sin x + 1001 \cos x = 1000$. Найдите максимальное значение выражения $|1001 \sin x - \cos x|$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293791

Задача 3 #10 ID 3794

Про вещественное число x известно, что $\sin x + 2003 \cos x = 2002$. Найдите максимальное значение выражения $|2003 \sin x - \cos x|$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293794

Задача 3 #11 ID 3793

Про вещественное число x известно, что $\sin x + 3002 \cos x = 3000$. Найдите максимальное значение выражения $|3002 \sin x - \cos x|$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293793

Задача 3 #12 ID 3792

Про вещественное число x известно, что $\sin x + 4001 \cos x = 4000$. Найдите максимальное значение выражения $|4001 \sin x - \cos x|$. Ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293792

Задача 4

Задача 4 #13 ID 3795

Натуральное число N имеет 198 различных натуральных делителей (включая единицу и само число N), а количество различных натуральных делителей числа $13N$ (включая единицу и само число $13N$) равно 264. Определите минимально возможное значение N .

999976293795

Задача 4 #14 ID 3798

Натуральное число N имеет 280 различных натуральных делителей (включая единицу и само число N), а количество различных натуральных делителей числа $17N$ (включая единицу и само число $17N$) равно 350. Определите минимально возможное значение N .

999976293798

Задача 4 #15 ID 3797

Натуральное число N имеет 468 различных натуральных делителей (включая единицу и само число N), а количество различных натуральных делителей числа $27N$ (включая единицу и само число $27N$) равно 702. Определите минимально возможное значение N .

999976293797

Задача 4 #16 ID 3796

Натуральное число N имеет 120 различных натуральных делителей (включая единицу и само число N), а количество различных натуральных делителей числа $529N$ (включая единицу и само число $529N$) равно 180. Определите минимально возможное значение N .

999976293796

Задача 5

Задача 5 #17 ID 3799

Расстояние между центрами двух квадратов со стороной 1 равно 0,8, а одна из сторон первого квадрата параллельна одной из сторон второго. Какую наименьшую площадь может иметь их общая часть?

999976293799

Задача 5 #18 ID 3802

Расстояние между центрами двух квадратов со стороной 1 равно 0,9, а одна из сторон первого квадрата параллельна одной из сторон второго. Какую наименьшую площадь может иметь их общая часть?

999976293802

Задача 5 #19 ID 3801

Расстояние между центрами двух квадратов со стороной 1 равно 0,75, а одна из сторон первого квадрата параллельна одной из сторон второго. Какую наименьшую площадь может иметь их общая часть?

999976293801

Задача 5 #20 ID 3800

Расстояние между центрами двух квадратов со стороной 1 равно 0,85, а одна из сторон первого квадрата параллельна одной из сторон второго. Какую наименьшую площадь может иметь их общая часть?

999976293800

Задача 6

Задача 6 #21 ID 3803

В треугольнике ABC со стороной $BC = 3\sqrt{193}$ ортогональные проекции медианы BM на прямые AB и AC равны и имеют длину 25,2. Найдите длину биссектрисы AL треугольника ABC .

999976293803

Задача 6 #22 ID 3806

В треугольнике ABC со стороной $BC = 12\sqrt{217}$ ортогональные проекции медианы BM на прямые AB и AC равны и имеют длину 115,2. Найдите длину биссектрисы AL треугольника ABC .

999976293806

Задача 6 #23 ID 3805

В треугольнике ABC со стороной $BC = 15\sqrt{34}$ ортогональные проекции медианы BM на прямые AB и AC равны и имеют длину 56,25. Найдите длину биссектрисы AL треугольника ABC .

999976293805

Задача 6 #24 ID 3804

В треугольнике ABC со стороной $BC = 9\sqrt{73}$ ортогональные проекции медианы BM на прямые AB и AC равны и имеют длину 48. Найдите длину биссектрисы AL треугольника ABC .

999976293804

Задача 7

Задача 7 #25 ID 3807

В бесконечной числовой последовательности $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ не все члены равны между собой. Для всех $n \in \mathbb{N}$ справедливо соотношение $3x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n = 0$.
Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{x_{2022} - x_{2020}}{x_{2025} - x_{2021}}$. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293807

Задача 7 #26 ID 3808

В бесконечной числовой последовательности $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ не все члены равны между собой. Для всех $n \in \mathbb{N}$ справедливо соотношение $5x_{n+2} - 6x_{n+1} + x_n = 0$.
Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{x_{2025} - x_{2021}}{x_{2022} - x_{2020}}$. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293808

Задача 7 #27 ID 3810

В бесконечной числовой последовательности $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ не все члены равны между собой. Для всех $n \in \mathbb{N}$ справедливо соотношение $7x_{n+2} - 8x_{n+1} + x_n = 0$.
Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{x_{2022} - x_{2020}}{x_{2025} - x_{2021}}$. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293810

Задача 7 #28 ID 3809

В бесконечной числовой последовательности $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ не все члены равны между собой. Для всех $n \in \mathbb{N}$ справедливо соотношение $10x_{n+2} - 11x_{n+1} + x_n = 0$.
Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{x_{2025} - x_{2021}}{x_{2022} - x_{2020}}$. При необходимости ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293809

Задача 8

Задача 8 #29 ID 3811

Площади трёх земельных участков образуют геометрическую прогрессию. С трёх участков берётся налог общей суммы S , которая распределяется пропорционально площади участков. Площадь каждого участка увеличили на 13 гектаров, в результате чего площадь большего участка стала ровно в 2 раза больше площади меньшего. Если теперь налог той же суммы S распределить по трём участками пропорционально их площади, то окажется, что с меньшего участка надо взять на 3,5 тысячи рублей больше налога, а с большего – на 4 тысячи рублей меньше налога. Найдите первоначальную площадь наименьшего участка. Ответ укажите в гектарах.

999976293811

Задача 8 #30 ID 3814

Площади трёх земельных участков образуют геометрическую прогрессию. С трёх участков берётся налог общей суммы S , которая распределяется пропорционально площади участков. Площадь каждого участка уменьшили на 5 гектаров, в результате чего площадь большего участка стала ровно в 10 раз больше площади меньшего. Если теперь налог той же суммы S распределить по трём участками пропорционально их площади, то окажется, что с меньшего участка надо взять на 67,5 тысяч рублей меньше налога, а с большего – на 90 тысяч рублей больше налога. Найдите первоначальную площадь наименьшего участка. Ответ укажите в гектарах.

999976293814

Задача 8 #31 ID 3813

Площади трёх земельных участков образуют геометрическую прогрессию. С трёх участков берётся налог общей суммы S , которая распределяется пропорционально площади участков. Площадь каждого участка увеличили на 4 гектара, в результате чего площадь большего участка стала ровно в 5 раз больше площади меньшего. Если теперь налог той же суммы S распределить по трём участками пропорционально их площади, то окажется, что с меньшего участка надо взять на 5 тысяч рублей больше налога, а с большего – на 7 тысяч рублей меньше налога. Найдите первоначальную площадь наименьшего участка. Ответ укажите в гектарах.

999976293813

Задача 8 #32 ID 3812

Площади трёх земельных участков образуют геометрическую прогрессию. С трёх участков берётся налог общей суммы S , которая распределяется пропорционально площади участков. Площадь каждого участка уменьшили на 1 гектар, в результате чего площадь большего участка стала ровно в 5 раз больше площади меньшего. Если теперь налог той же суммы S распределить по трём участками пропорционально их площади, то окажется, что с меньшего участка надо взять на 21 тысячу рублей меньше налога, а с большего – на 27 тысяч рублей больше налога. Найдите первоначальную площадь наименьшего участка. Ответ укажите в гектарах.

999976293812

Задача 9

Задача 9 #33 ID 3815

В треугольной пирамиде боковые грани, имеющие площади $\frac{1625}{4}$, $\frac{1885}{4}$, 585, образуют равные углы с основанием. Площадь основания равна 360. Какой наименьший объём может иметь такая пирамида? Если необходимо, ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293815

Задача 9 #34 ID 3818

В треугольной пирамиде боковые грани, имеющие площади 286, $\frac{507}{2}$, $\frac{221}{2}$, образуют равные углы с основанием. Площадь основания равна 330. Какой наименьший объём может иметь такая пирамида? Если необходимо, ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293818

Задача 9 #35 ID 3817

В треугольной пирамиде боковые грани, имеющие площади 130, 125, 85, образуют равные углы с основанием. Площадь основания равна 204. Какой наименьший объём может иметь такая пирамида? Если необходимо, ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293817

Задача 9 #36 ID 3816

В треугольной пирамиде боковые грани, имеющие площади 175 , $\frac{500}{3}$, $\frac{325}{3}$, образуют равные углы с основанием. Площадь основания равна 126 . Какой наименьший объём может иметь такая пирамида? Если необходимо, ответ округлите до трёх знаков после запятой.

999976293816

Задача 10

Задача 10 #37 ID 3819

В некоторые из 40 конвертов положили по одной открытке. Известно, что количество положенных открыток чётно. За одну операцию можно выбрать любые два конверта и узнать, есть ли в этих конвертах хотя бы одна открытка. За какое наименьшее количество таких операций можно гарантированно найти какой-нибудь конверт с открыткой?

999976293819

Задача 10 #38 ID 3822

В некоторые из 50 конвертов положили по одной открытке. Известно, что количество положенных открыток чётно. За одну операцию можно выбрать любые два конверта и узнать, есть ли в этих конвертах хотя бы одна открытка. За какое наименьшее количество таких операций можно гарантированно найти какой-нибудь конверт с открыткой?

999976293822

Задача 10 #39 ID 3823

В некоторые из 60 конвертов положили по одной открытке. Известно, что количество положенных открыток чётно. За одну операцию можно выбрать любые два конверта и узнать, есть ли в этих конвертах хотя бы одна открытка. За какое наименьшее количество таких операций можно гарантированно найти какой-нибудь конверт с открыткой?

999976293823

В некоторые из 70 конвертов положили по одной открытке. Известно, что количество положенных открыток четно. За одну операцию можно выбрать любые два конверта и узнать, есть ли в этих конвертах хотя бы одна открытка. За какое наименьшее количество таких операций можно гарантированно найти какой-нибудь конверт с открыткой?