

Отборочный этап 2024/25

Задачи олимпиады: Математика 10 класс (2 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 3825

Сколькими способами из натуральных чисел от 1 до 100 можно выбрать три числа так, чтобы одно из них равнялось среднему арифметическому двух оставшихся?

999976293825

Задача 1 #2 ID 3828

Сколькими способами из натуральных чисел от 1 до 1000 можно выбрать три числа так, чтобы одно из них равнялось среднему арифметическому двух оставшихся?

999976293828

Задача 1 #3 ID 3827

Сколькими способами из натуральных чисел от 1 до 500 можно выбрать три числа так, чтобы одно из них равнялось среднему арифметическому двух оставшихся?

999976293827

Задача 1 #4 ID 3826

Сколькими способами из натуральных чисел от 1 до 400 можно выбрать три числа так, чтобы одно из них равнялось среднему арифметическому двух оставшихся?

999976293826

Задача 2

Задача 2 #5 ID 3829

Олег должен написать в тетради 373 подряд идущих натуральных числа таких, что их среднее арифметическое – простое число. Какое наименьшее число он мог написать в тетради?

999976293829

Задача 2 #6 ID 3832

Олег должен написать в тетради 987 подряд идущих натуральных чисел таких, что их среднее арифметическое – простое число. Какое наименьшее число он мог написать в тетради?

999976293832

Задача 2 #7 ID 3831

Олег должен написать в тетради 799 подряд идущих натуральных чисел таких, что их среднее арифметическое – простое число. Какое наименьшее число он мог написать в тетради?

999976293831

Задача 2 #8 ID 3830

Олег должен написать в тетради 859 подряд идущих натуральных чисел таких, что их среднее арифметическое – простое число. Какое наименьшее число он мог написать в тетради?

999976293830

Задача 3

Задача 3 #9 ID 3833

На доске написано число 23 456 789. Петя заменил в нём 5 цифр: 4 последние цифры и ещё какую-то. В итоге получилось восьмизначное число, делящееся на 48, притом минимально возможное. Что это за число?

999976293833

Задача 3 #10 ID 3834

На доске написано число 23 456 789. Петя заменил в нём 5 цифр: 4 последние цифры и ещё какую-то. В итоге получилось восьмизначное число, делящееся на 72, притом минимально возможное. Что это за число?

999976293834

Задача 3 #11 ID 3836

На доске написано число 23 456 789. Петя заменил в нём 4 цифры: 3 последние цифры и ещё какую-то. В итоге получилось восьмизначное число, делящееся на 56, притом минимально возможное. Что это за число?

999976293836

Задача 3 #12 ID 3835

На доске написано число 23 456 789. Петя заменил в нём 4 цифры: 3 последние цифры и ещё какую-то. В итоге получилось восьмизначное число, делящееся на 144, притом минимально возможное. Что это за число?

999976293835

Задача 4

Задача 4 #13 ID 3837

Найдите максимальное значение отношения $\frac{x}{y}$, если $90 - 12y + y^2 - 16x + x^2 = 0$.

999976293837

Задача 4 #14 ID 3840

Найдите максимальное значение отношения $\frac{x}{y}$, если $117 - 14x + x^2 - 18y + y^2 = 0$.

999976293840

Задача 4 #15 ID 3839

Найдите максимальное значение отношения $\frac{x}{y}$, если $116 - 16x + x^2 - 18y + y^2 = 0$.

999976293839

Задача 4 #16 ID 3838

Найдите максимальное значение отношения $\frac{x}{y}$, если $125 - 18x + x^2 - 14y + y^2 = 0$.

999976293838

Задача 5

Задача 5 #17 ID 3841

Окружность с центром I вписана в треугольник ABC и касается его стороны BC в точке D . Пусть E – середина BC , а точка F взята на стороне AC так, что $BF \perp AI$. Найдите длину отрезка CF , если $AB = 20$, $BC = 16$, $DE = 2$.

999976293841

Задача 5 #18 ID 3844

Окружность с центром I вписана в треугольник ABC и касается его стороны BC в точке D . Пусть E – середина BC , а точка F взята на стороне AC так, что $BF \perp AI$. Найдите длину отрезка CF , если $AB = 100$, $BC = 95$, $DE = 8$.

999976293844

Задача 5 #19 ID 3843

Окружность с центром I вписана в треугольник ABC и касается его стороны BC в точке D . Пусть E – середина BC , а точка F взята на стороне AC так, что $BF \perp AI$. Найдите длину отрезка CF , если $AB = 20$, $BC = 23$, $DE = 3$.

999976293843

Задача 5 #20 ID 3842

Окружность ω с центром I вписана в треугольник ABC и касается его стороны BC в точке D . Пусть E – середина BC , а точка F взята на стороне AC так, что $BF \perp AI$. Найдите длину отрезка CF , если $AB = 100$, $BC = 125$, $DE = 18$.

999976293842

Задача 6

Задача 6 #21 ID 3846

Антон выписал на доску числа $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2025}$ такие, что не все они равны между собой. Внимательно изучив числа на доске, Константин заметил следующую закономерность: для любого натурального значения $k \in [2; 2024]$ число $A_{k+1} - A_k$ вдвое меньше, чем $A_{k+1} - A_{k-1}$. Каково наименьшее возможное значение отношения

$$\frac{A_{100} - A_{98}}{A_{2023} - A_{2013}} ?$$

999976293846

Задача 6 #22 ID 3849

Антон выписал на доску числа $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2025}$ такие, что не все они равны между собой. Внимательно изучив числа на доске, Константин заметил следующую закономерность: для любого натурального значения $k \in [2; 2024]$ число $A_{k+1} - A_k$ вдвое меньше, чем $A_{k+1} - A_{k-1}$. Каково наименьшее возможное значение отношения

$$\frac{A_{200} - A_{197}}{A_{2022} - A_{2012}} ?$$

999976293849

Задача 6 #23 ID 3848

Антон выписал на доску числа $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2025}$ такие, что не все они равны между собой. Внимательно изучив числа на доске, Константин заметил следующую закономерность: для любого натурального значения $k \in [2; 2024]$ число $A_{k+1} - A_k$ вдвое меньше, чем $A_{k+1} - A_{k-1}$. Каково наименьшее возможное значение отношения

$$\frac{A_{300} - A_{296}}{A_{2021} - A_{2011}} ?$$

999976293848

Задача 6 #24 ID 3847

Антон выписал на доску числа $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2025}$ такие, что не все они равны между собой. Внимательно изучив числа на доске, Константин заметил следующую закономерность: для любого натурального значения $k \in [2; 2024]$ число $A_{k+1} - A_k$ вдвое меньше, чем $A_{k+1} - A_{k-1}$. Каково наименьшее возможное значение отношения $\frac{A_{400} - A_{395}}{A_{2020} - A_{2010}}$?

999976293847

Задача 7

Задача 7 #25 ID 3850

Какое наименьшее значение может принимать сумма 20 различных натуральных чисел таких, что

- ни одно из которых не делится ни на 2, ни на 3, ни на 5, ни на 7,
- сумма любых двух чисел делится на 2,
- сумма любых трёх чисел делится на 3,
- сумма любых пяти чисел делится на 5,
- сумма любых семи чисел делится на 7?

999976293850

Задача 7 #26 ID 3853

Какое наименьшее значение может принимать сумма 30 различных натуральных чисел таких, что

- ни одно из которых не делится ни на 2, ни на 3, ни на 5, ни на 19,
- сумма любых двух чисел делится на 2,
- сумма любых трёх чисел делится на 3,
- сумма любых пяти чисел делится на 5,
- сумма любых девятнадцати чисел делится на 19?

999976293853

Задача 7 #27 ID 3852

Какое наименьшее значение может принимать сумма 40 различных натуральных чисел таких, что

- ни одно из которых не делится ни на 2, ни на 5, ни на 7, ни на 11,
- сумма любых двух чисел делится на 2,
- сумма любых пяти чисел делится на 5,
- сумма любых семи чисел делится на 7,
- сумма любых одиннадцати чисел делится на 11?

999976293852

Задача 7 #28 ID 3851

Какое наименьшее значение может принимать сумма 50 различных натуральных чисел таких, что

- ни одно из которых не делится ни на 2, ни на 3, ни на 7, ни на 13,
- сумма любых двух чисел делится на 2,
- сумма любых трёх чисел делится на 3,
- сумма любых семи чисел делится на 7,
- сумма любых тринадцати чисел делится на 13?

999976293851

Задача 8

Задача 8 #29 ID 3854

Окружности ω_1 и ω_2 имеют радиусы 5 и 8, а расстояние между их центрами больше 13. Оказалось, что их общие внутренние касательные перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, ограниченного одной общей внешней и двумя общими внутренними касательными к этим окружностям.

999976293854

Задача 8 #30 ID 3857

Окружности ω_1 и ω_2 имеют радиусы 9 и 7, а расстояние между их центрами больше 16. Оказалось, что их общие внутренние касательные перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, ограниченного одной общей внешней и двумя общими внутренними касательными к этим окружностям.

999976293857

Задача 8 #31 ID 3856

Окружности ω_1 и ω_2 имеют радиусы 15 и 4, а расстояние между их центрами больше 19. Оказалось, что их общие внутренние касательные перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, ограниченного одной общей внешней и двумя общими внутренними касательными к этим окружностям.

999976293856

Задача 8 #32 ID 3855

Окружности ω_1 и ω_2 имеют радиусы 10 и 20, а расстояние между их центрами больше 30. Оказалось, что их общие внутренние касательные перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, ограниченного одной общей внешней и двумя общими внутренними касательными к этим окружностям.

999976293855

Задача 9

Задача 9 #33 ID 3858

В лесничестве организовали три пункта A , B , C подкорма птиц на время зимних холодов. В силу особенностей их расположения в пункт A прилетает больше всего птиц, а в пункт C – меньше всего. Ежедневно на эти три пункта в сумме выделяется S килограммов корма, который распределяется пропорционально количеству птиц, прилетевших в данный пункт накануне. Известно, что:

- 1 января количества птиц, прилетевших в три пункта, составили геометрическую прогрессию;
- 2 января в каждый из пунктов прилетело на 130 птиц больше, чем 1 января;
- 2 января в пункт C прилетело ровно в 3 раза меньше птиц, чем в пункт A ;
- 3 января в пункт A выделили на 2,34 кг меньше корма, чем 2 января;
- 3 января в пункт C выделили на 1,56 кг больше корма, чем 2 января.

Найдите S . Ответ укажите в килограммах.

999976293858

Задача 9 #34 ID 3861

В лесничестве организовали три пункта A , B , C подкорма птиц на время зимних холодов. В силу особенностей их расположения в пункт A прилетает больше всего птиц, а в пункт C – меньше всего. Ежедневно на эти три пункта в сумме выделяется S килограммов корма, который распределяется пропорционально количеству птиц, прилетевших в данный пункт накануне. Известно, что:

- 1 января количества птиц, прилетевших в три пункта, составили геометрическую прогрессию;
- 2 января в каждый из пунктов прилетело на 200 птиц меньше, чем 1 января;
- 2 января в пункт C прилетело ровно в 3 раза меньше птиц, чем в пункт A ;
- 3 января в пункт A выделили на 1,3 кг больше корма, чем 2 января;
- 3 января в пункт C выделили на 1,1 кг меньше корма, чем 2 января.

Найдите S . Ответ укажите в килограммах.

999976293861

Задача 9 #35 ID 3860

В лесничестве организовали три пункта A , B , C подкорма птиц на время зимних холодов. В силу особенностей их расположения в пункт A прилетает больше всего птиц, а в пункт C – меньше всего. Ежедневно на эти три пункта в сумме выделяется S килограммов корма, который распределяется пропорционально количеству птиц, прилетевших в данный пункт накануне. Известно, что:

- 1 января количества птиц, прилетевших в три пункта, составили геометрическую прогрессию;
- 2 января в каждый из пунктов прилетело на 500 птиц больше, чем 1 января;
- 2 января в пункт C прилетело ровно в 3 раза меньше птиц, чем в пункт A ;
- 3 января в пункт A выделили на 5 кг меньше корма, чем 2 января;
- 3 января в пункт C выделили на 4 кг больше корма, чем 2 января.

Найдите S . Ответ укажите в килограммах.

999976293860

Задача 9 #36 ID 3859

В лесничестве организовали три пункта A , B , C подкорма птиц на время зимних холодов. В силу особенностей их расположения в пункт A прилетает больше всего птиц, а в пункт C – меньше всего. Ежедневно на эти три пункта в сумме выделяется S килограммов корма, который распределяется пропорционально количеству птиц, прилетевших в данный пункт накануне. Известно, что:

- 1 января количества птиц, прилетевших в три пункта, составили геометрическую прогрессию;
- 2 января в каждый из пунктов прилетело на 390 птиц больше, чем 1 января;
- 2 января в пункт C прилетело ровно в 3 раза меньше птиц, чем в пункт A ;
- 3 января в пункт A выделили на 12 кг меньше корма, чем 2 января;
- 3 января в пункт C выделили на 9 кг больше корма, чем 2 января.

Найдите S . Ответ укажите в килограммах.

999976293859

Задача 10

Задача 10 #37 ID 3862

Фокусник попросил 60 зрителей загадать различные числа, каждого – одно число. За один вопрос фокусник может выбрать любых трёх зрителей и спросить, какие числа они загадали. В ответ ему скажут множество из трёх чисел. За какое наименьшее количество вопросов фокусник может указать, какие числа загадал каждый из зрителей?

999976293862

Задача 10 #38 ID 3863

Фокусник попросил 90 зрителей загадать различные числа, каждого – одно число. За один вопрос фокусник может выбрать любых трёх зрителей и спросить, какие числа они загадали. В ответ ему скажут множество из трёх чисел. За какое наименьшее количество вопросов фокусник может указать, какие числа загадал каждый из зрителей?

999976293863

Задача 10 #39 ID 3864

Фокусник попросил 120 зрителей загадать различные числа, каждого – одно число. За один вопрос фокусник может выбрать любых трёх зрителей и спросить, какие числа они загадали. В ответ ему скажут множество из трёх чисел. За какое наименьшее количество вопросов фокусник может указать, какие числа загадал каждый из зрителей?

999976293864

Задача 10 #40 ID 3865

Фокусник попросил 150 зрителей загадать различные числа, каждого – одно число. За один вопрос фокусник может выбрать любых трёх зрителей и спросить, какие числа они загадали. В ответ ему скажут множество из трёх чисел. За какое наименьшее количество вопросов фокусник может указать, какие числа загадал каждый из зрителей?

999976293865