Отборочный этап 2024/25

Задачи олимпиады: Математика 9 класс (2 попытка)

Задача 1

Задача 1 #1 ID 3866

Точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, AC треугольника ABC соответственно. Известно, что $BKPM$ – квадрат, а расстояния от точек K и M до прямой AC равны 13 и 17 соответственно. Найдите площадь квадрата $BKPM$.

999976293866

Задача 1 #2 ID 3869

Точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, AC треугольника ABC соответственно. Известно, что $BKPM$ – квадрат, а расстояния от точек K и M до прямой AC равны 11 и 18 соответственно. Найдите площадь квадрата $BKPM$.

999976293869

Задача 1 #3 ID 3868

Точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, AC треугольника ABC соответственно. Известно, что $BKPM$ – квадрат, а расстояния от точек K и M до прямой AC равны $7\sqrt{3}$ и 16 соответственно. Найдите площадь квадрата $BKPM$.

999976293868

Задача 1 #4 ID 3867

Точки K, M, P лежат на сторонах AB, BC, AC треугольника ABC соответственно. Известно, что $BKPM$ – квадрат, а расстояния от точек K и M до прямой AC равны 15 и $4\sqrt{17}$ соответственно. Найдите площадь квадрата $BKPM$.

999976293867

Задача 2

Задача 2 #5 ID 3870

Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условиям:

• число нечётное, но не является простым,

• оно может быть представлено в виде суммы таких двух натуральных чисел, что если одно из этих чисел увеличить в 178 раз, а другое — уменьшить в 178 раз, их сумма не изменится.

999976293870

Задача 2 #6 ID 3873

Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условиям:

• число нечётное, но не является простым,

• оно может быть представлено в виде суммы таких двух натуральных чисел, что если одно из этих чисел увеличить в 262 раза, а другое — уменьшить в 262 раза, их сумма не изменится.

999976293873

Задача 2 #7 ID 3872

Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условиям:

• число нечётное, но не является простым,

• оно может быть представлено в виде суммы таких двух натуральных чисел, что если одно из этих чисел увеличить в 292 раза, а другое — уменьшить в 292 раза, их сумма не изменится.

999976293872

Задача 2 #8 ID 3871

Найдите наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условиям:

• число нечётное, но не является простым,

• оно может быть представлено в виде суммы таких двух натуральных чисел, что если одно из этих чисел увеличить в 210 раз, а другое — уменьшить в 210 раз, их сумма не изменится.

999976293871

Задача 3

Задача 3 #9 ID 3874

Назовём натуральное четырёхзначное число *хорошим*, если оно имеет в своей записи ровно две различные цифры, причём эти цифры имеют одну чётность. Найдите количество хороших чисел.

999976293874

Задача 3 #10 ID 3877

Назовём натуральное пятизначное число *хорошим*, если оно имеет в своей записи ровно две различные цифры, причём эти цифры имеют одну чётность. Найдите количество хороших чисел.

999976293877

Задача 3 #11 ID 3876

Назовём натуральное шестизначное число *хорошим*, если оно имеет в своей записи ровно две различные цифры, причём эти цифры имеют одну чётность. Найдите количество хороших чисел.

999976293876

Задача 3 #12 ID 3875

Назовём натуральное семизначное число *хорошим*, если оно имеет в своей записи ровно две различные цифры, причём эти цифры имеют одну чётность. Найдите количество хороших чисел.

999976293875

Задача 4

Задача 4 #13 ID 3878

Попарно различные натуральные числа m, n, k таковы, что $m+n+k=301$. Найдите наибольшее возможное значение суммы корней уравнения $2x^2+(m+k)n=(m+2n+k)x$.

999976293878

Задача 4 #14 ID 3881

Попарно различные натуральные числа m, n, k таковы, что $m+n+k=257$. Найдите наибольшее возможное значение суммы корней уравнения $2x^2+(m+k)n=(m+2n+k)x$.

Задача 4 #15 ID 3880

Попарно различные натуральные числа m, n, k таковы, что $m+n+k=432$. Найдите наибольшее возможное значение суммы корней уравнения $2x^2+(m+k)n=(m+2n+k)x$.

Задача 4 #16 ID 3879

Попарно различные натуральные числа m, n, k таковы, что $m+n+k=586$. Найдите наибольшее возможное значение суммы корней уравнения $2x^2+(m+k)n=(m+2n+k)x$.

Задача 5

Задача 5 #17 ID 3882

Про числа a, b, c, d известно, что $a^2+7b^2=14$, $bc-ad=7$, $ac+7bd=\sqrt{210}$. Найдите наибольшее значение выражения c^2+7d^2.

Задача 5 #18 ID 3885

Про числа a, b, c, d известно, что $a^2+9b^2=18$, $bc-ad=9$, $ac+9bd=\sqrt{360}$. Найдите наибольшее значение выражения c^2+9d^2.

Задача 5 #19 ID 3884

Про числа a, b, c, d известно, что $a^2+11b^2=22$, $bc+ad=11$, $ac-11bd=\sqrt{517}$. Найдите наибольшее значение выражения c^2+11d^2.

999976293884

Задача 5 #20 ID 3883

Про числа a, b, c, d известно, что $a^2+13b^2=26$, $bc+ad=13$, $ac-13bd=\sqrt{702}$. Найдите наибольшее значение выражения c^2+13d^2.

999976293883

Задача 6

Задача 6 #21 ID 3886

Время работы ноутбука от батареи обратно пропорционально мощности, потребляемой всеми его компонентами. Если ноутбук полностью заряжен, то он проработает с максимальной яркостью экрана 4 часа. При этом $2/3$ мощности потребляет экран. Вася использует ноутбук следующим образом: каждый раз, когда батарея разряжается на очередные 25% от изначального значения (то есть достигает уровня 75%, 50%, 25%), он уменьшает яркость экрана на 25% (от первоначального значения яркости). Сколько времени ему удастся проработать за ноутбуком? Мощность, потребляемая экраном, прямо пропорциональна яркости экрана. Ответ выразите в часах и при необходимости округлите до трёх знаков после запятой.

999976293886

Задача 6 #22 ID 3889

Время работы ноутбука от батареи обратно пропорционально мощности, потребляемой всеми его компонентами. Если ноутбук полностью заряжен, то он проработает с максимальной яркостью экрана 3 часа. При этом $2/5$ мощности потребляет экран. Вася использует ноутбук следующим образом: каждый раз, когда батарея разряжается на очередные 25% от изначального значения (то есть достигает уровня 75%, 50%, 25%), он уменьшает яркость экрана на 25% (от первоначального значения яркости). Сколько времени ему удастся проработать за ноутбуком? Мощность, потребляемая экраном, прямо пропорциональна яркости экрана. Ответ выразите в часах и при необходимости округлите до трёх знаков после запятой.

999976293889

Задача 6 #23 ID 3888

Время работы ноутбука от батареи обратно пропорционально мощности, потребляемой всеми его компонентами. Если ноутбук полностью заряжен, то он проработает с максимальной яркостью экрана 4 часа. При этом $1/6$ мощности потребляет экран. Вася использует ноутбук следующим образом: каждый раз, когда батарея разряжается на очередные 25% от изначального значения (то есть достигает уровня 75%, 50%, 25%), он уменьшает яркость экрана на 25% (от первоначального значения яркости). Сколько времени ему удастся проработать за ноутбуком? Мощность, потребляемая экраном, прямо пропорциональна яркости экрана. Ответ выразите в часах и при необходимости округлите до трёх знаков после запятой.

Задача 6 #24 ID 3887

Время работы ноутбука от батареи обратно пропорционально мощности, потребляемой всеми его компонентами. Если ноутбук полностью заряжен, то он проработает с максимальной яркостью экрана 3 часа. При этом $1/2$ мощности потребляет экран. Вася использует ноутбук следующим образом: каждый раз, когда батарея разряжается на очередные 25% от изначального значения (то есть достигает уровня 75%, 50%, 25%), он уменьшает яркость экрана на 25% (от первоначального значения яркости). Сколько времени ему удастся проработать за ноутбуком? Мощность, потребляемая экраном, прямо пропорциональна яркости экрана. Ответ выразите в часах и при необходимости округлите до трёх знаков после запятой.

Задача 7

Задача 7 #25 ID 3890

На доске написано число $987\,656\,789$. Вася заменил в нём какие-то 4 цифры так, что получилось минимально возможное девятизначное число, делящееся на 275. Найдите это число.

Задача 7 #26 ID 3893

На доске написано число $876\,545\,678$. Вася заменил в нём какие-то 4 цифры так, что получилось минимально возможное девятизначное число, делящееся на 275. Найдите это число.

Задача 7 #27 ID 3892

На доске написано число $765\,434\,567$. Вася заменил в нём какие-то 4 цифры так, что получилось минимально возможное девятизначное число, делящееся на 275. Найдите это число.

999976293892

Задача 7 #28 ID 3891

На доске написано число $664\,323\,466$. Вася заменил в нём какие-то 4 цифры так, что получилось минимально возможное девятизначное число, делящееся на 275. Найдите это число.

999976293891

Задача 8

Задача 8 #29 ID 3894

Окружность ω касается оснований AD и BC равнобокой трапеции $ABCD$ в их серединах и пересекает боковую сторону AB в точках K и L таких, что K лежит между A и L, а $AK = 24$, $KL = 30$, $BL = 10$. Найдите квадрат радиуса окружности ω.

999976293894

Задача 8 #30 ID 3897

Окружность ω касается оснований AD и BC равнобокой трапеции $ABCD$ в их серединах и пересекает боковую сторону AB в точках K и L таких, что K лежит между A и L, а $AK = 6$, $KL = 48$, $BL = 2$. Найдите квадрат радиуса окружности ω.

999976293897

Задача 8 #31 ID 3896

Окружность ω касается оснований AD и BC равнобокой трапеции $ABCD$ в их серединах и пересекает боковую сторону AB в точках K и L таких, что K лежит между A и L, а $AK = 4$, $KL = 96$, $BL = 2$. Найдите квадрат радиуса окружности ω.

999976293896

Задача 8 #32 ID 3895

Окружность ω касается оснований AD и BC равнобокой трапеции $ABCD$ в их серединах и пересекает боковую сторону AB в точках K и L таких, что K лежит между A и L, а $AK = 20$, $KL = 160$, $BL = 2$. Найдите квадрат радиуса окружности ω.

999976293895

Задача 9

Задача 9 #33 ID 3898

Дано множество чисел $M = \{2024, 2025, \ldots, 2031\}$. Для каждого непустого подмножества множества M (включая само множество M) вычислили сумму чисел, входящих в это подмножество, а затем все эти суммы сложили, получив число S. На какое двузначное число заканчивается S?

999976293898

Задача 9 #34 ID 3901

Дано множество чисел $M = \{3182, 3183, \ldots, 3189\}$. Для каждого непустого подмножества множества M (включая само множество M) вычислили сумму чисел, входящих в это подмножество, а затем все эти суммы сложили, получив число S. На какое двузначное число заканчивается S?

999976293901

Задача 9 #35 ID 3900

Дано множество чисел $M = \{5277, 5278, \ldots, 5284\}$. Для каждого непустого подмножества множества M (включая само множество M) вычислили сумму чисел, входящих в это подмножество, а затем все эти суммы сложили, получив число S. На какое двузначное число заканчивается S?

999976293900

Задача 9 #36 ID 3899

Дано множество чисел $M = \{7350, 7351, \ldots, 7357\}$. Для каждого непустого подмножества множества M (включая само множество M) вычислили сумму чисел, входящих в это подмножество, а затем все эти суммы сложили, получив число S. На какое двузначное число заканчивается S?

999976293899

Задача 10

Задача 10 #37 ID 3902

На клетки доски 12×12 положили камни попарно различного веса (в каждую клетку положили ровно один камень). Тройку клеток назовем *хорошей*, если они расположены в виде «уголка», а камень, лежащий в «вершине» уголка, тяжелее каждого из двух камней, лежащих в двух остальных клетках уголка. Какое наибольшее количество хороших троек клеток может быть на доске? Тройки могут пересекаться.

999976293902

Задача 10 #38 ID 3903

На клетки доски 14×14 положили камни попарно различного веса (в каждую клетку положили ровно один камень). Тройку клеток назовем *хорошей*, если они расположены в виде «уголка», а камень, лежащий в «вершине» уголка, тяжелее каждого из двух камней, лежащих в двух остальных клетках уголка. Какое наибольшее количество хороших троек клеток может быть на доске? Тройки могут пересекаться.

999976293903

Задача 10 #39 ID 3904

На клетки доски 16×16 положили камни попарно различного веса (в каждую клетку положили ровно один камень). Тройку клеток назовем *хорошей*, если они расположены в виде «уголка», а камень, лежащий в «вершине» уголка, тяжелее каждого из двух камней, лежащих в двух остальных клетках уголка. Какое наибольшее количество хороших троек клеток может быть на доске? Тройки могут пересекаться.

999976293904

Задача 10 #40 ID 3905

На клетки доски 18×18 положили камни попарно различного веса (в каждую клетку положили ровно один камень). Тройку клеток назовем *хорошей*, если они расположены в виде «уголка», а камень, лежащий в «вершине» уголка, тяжелее каждого из двух камней, лежащих в двух остальных клетках уголка. Какое наибольшее количество хороших троек клеток может быть на доске? Тройки могут пересекаться.