10 февраля 2024 года Олимпиада Физтех 2025

Решения варианта 09-03

Задача 1

В системе отсчета $O'X'$, связанной со вторым автомобилем, движение первого автомобиля равнопеременное. Тогда первый автомобиль находится на максимальном расстоянии от второго в момент времени $t = T/2$, в этот момент расстояние между автомобилями

1 $L_{MAX} = \frac{1}{2} U \frac{T}{2} = 18$ м.

После остановки перемещения относятся как нечетные числа натурального ряда, тогда

2 $S = 3L_{MAX} = 54$ м.

Задача 2

1. $tg\alpha = 2tg\beta = 2 \cdot 0,75 = 1,5$, $\sin\alpha \approx 0,83, \cos\alpha \approx 0,55$.

$$H = \frac{\left(V_0 \sin\alpha\right)^2}{2g},$$

2. $V_0 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sin\alpha} \approx 12$ м/с.

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.

В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_0 \cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{2gH}\cos\alpha}{\sin\alpha \cdot \cos\beta} = \frac{\sqrt{2gH}}{tg\alpha \cdot \cos\beta},$$

нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g \cdot \cos\beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g\cos\beta} = \frac{2gH}{tg^2\alpha \cdot g \cdot \cos^3\beta} = \frac{H}{2\sin^2\beta\cos\beta}.$$

3 $R = \frac{H}{2\sin^2\beta\cos\beta} \approx 8,7$ м.

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) = 2$ м/с^2, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) = 4$ м/с^2, отсюда

1. $\sin\alpha = \dfrac{a_1 + a_2}{2g} = 0,3$, $\cos\alpha \approx 0,95$.

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы вверх по клину при $t > 0,2$ с

$$m\vec{a}_2 + 2m\vec{0} = m\vec{g} + 2m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1).$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление

$F_{TP} = ma_2 \cos\alpha$. Ответ на второй вопрос

2. $F_{TP} = ma_2 \cos\alpha \approx 0,5 \cdot 4 \cdot 0,95 = 1,9$ Н.

Для ответа на третий вопрос найдем силу $\vec{N}$ нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma_2 \sin\alpha = -mg - 2mg + N, \text{ отсюда } N = 3mg - ma_2 \sin\alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи $\mu \geq \dfrac{F_{TP}}{N} = \dfrac{ma_2 \cos\alpha}{3mg - ma\sin\alpha} = \dfrac{a_2 \cos\alpha}{3g - a_2 \sin\alpha}$.

3. $\mu \geq \dfrac{a_2 \cos\alpha}{3g - a_2 \sin\alpha} \approx 0,13$.

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \dfrac{\eta}{100\%} = m\lambda$,

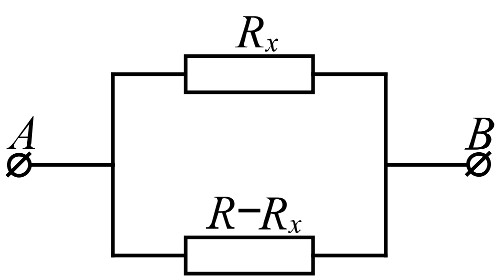
1. $R_1 = \dfrac{100\%}{\eta} \cdot \dfrac{m\lambda}{I^2\tau} = 20$ Ом.

Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками A и B

$\dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{R_x} + \dfrac{1}{R - R_x}$, $\quad R_1 = \dfrac{R_x(R - R_x)}{R}$ (1),

$\dfrac{R_1}{R} = \dfrac{R_x}{R}\left(1 - \dfrac{R_x}{R}\right)$,

$\dfrac{R_1}{R} = \dfrac{x}{L}\left(1 - \dfrac{x}{L}\right)$, $\left(\dfrac{x}{L}\right)^2 - \dfrac{x}{L} + \dfrac{R_1}{R} = 0$, искомый корень



2. $x = \dfrac{L}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \dfrac{4R_1}{R}}\right) =$ 10 см.

Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \frac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\frac{R}{4}$

3. $P_{MAX} = I^2 \frac{R}{4} = 2250$ Вт.

Задача 5

Радиус орбиты $r = \frac{R}{\cos\varphi} = 2R$, период обращения

1. $T = 4\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \approx 14200$ с.

Далее по условию $\frac{2\pi}{T}\Delta t - \frac{2\pi}{T_З}\Delta t = 2\pi$,

2. $\Delta t = \frac{T_З T}{T_З - T} \approx 1{,}7 \cdot 10^4$ с.

Решения варианта 09-04

Задача 1

1 $T = 4\frac{L_{MAX}}{U} = 6$ с.

2 $S = 3L_{MAX} = 45$ м.

Задача 2

1. $tg\beta = \frac{tg\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, $\cos\beta \approx 0,89 \approx 0,9$.

$S = V_0\cos\alpha \cdot T = V_0\cos\alpha \cdot \frac{V_0\sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2}{2g}$, $V_0 = \sqrt{2gS}$,

$V_1 = V_0\cos\alpha = \sqrt{2gS}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{gS}$,

2. $V_1 = \sqrt{gS} = 10$ м/с.

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \frac{V^2}{a_n}$.
В рассматриваемый момент времени мяч движется параллельно склону со скоростью

$$V = \frac{V_1}{\cos\beta},$$

нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g\cdot\cos\beta$. Из этих соотношений следует

$$R = \frac{V^2}{g\cos\beta} = \frac{S}{\cos^3\beta}.$$

3 $R = \frac{S}{\cos^3\beta} \approx 14$ м.

Задача 3

Модули ускорения: при скольжении шайбы вниз $a_1 = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 4$ м/с^2, при скольжении шайбы вверх $a_2 = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 6$ м/с^2, отсюда

1. $\sin\alpha = \frac{a_1 + a_2}{2g} = 0,5$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

При движении системы тел, в которой действуют внутренние силы, подчиняющиеся третьему закону Ньютона, сумма произведений масс тел на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. В рассматриваемом случае при движении шайбы по клину при $0 < t < 0{,}1$ с

$$m\vec{a}_1 + 1{,}5m\vec{0} = m\vec{g} + 1{,}5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1 \sin\alpha = -mg - 1{,}5mg + N, \text{ отсюда } N = 2{,}5mg - ma_1 \sin\alpha;$$

2. $N = m\left(2{,}5g - a_1 \sin\alpha\right) = 0{,}2\left(2{,}5\cdot 10 - 4\cdot 0{,}5\right) = 4{,}6$ Н.

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление , получаем $F_{TP} = ma_1 \cos\alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи $\mu \ge \dfrac{F_{TP}}{N} = \dfrac{ma_1 \cos\alpha}{2{,}5mg - ma_1 \sin\alpha} = \dfrac{a_1 \cos\alpha}{2{,}5g - a_1 \sin\alpha}$.

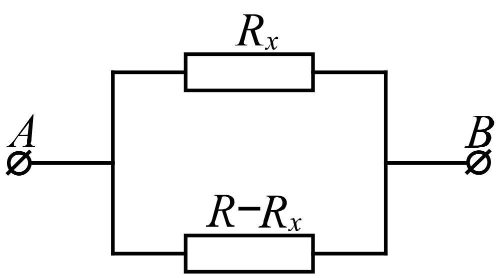
3. $\mu \ge \dfrac{a_1 \cos\alpha}{2{,}5g - a_1 \sin\alpha} \approx 0{,}15$.

Задача 4

По условию $I^2 R_1 \tau \dfrac{\eta}{100\%} = \rho V c \Delta t$,

1. $R_1 = \dfrac{100\%}{\eta} \cdot \dfrac{\rho V c \Delta t}{I^2 \tau} = 50$ Ом

Эквивалентная схема представлена на рисунке, R_x – сопротивление обмотки от левого края до подвижного контакта. Сопротивление R_1 между точками А и В



$\dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{R_x} + \dfrac{1}{R - R_x}$, $R_1 = \dfrac{R_x\left(R - R_x\right)}{R}$ (1) , $\dfrac{R_1}{R} = \dfrac{R_x}{R}\left(1 - \dfrac{R_x}{R}\right)$

,

$\dfrac{R_1}{R} = \dfrac{x}{L}\left(1 - \dfrac{x}{L}\right)$, $\left(\dfrac{x}{L}\right)^2 - \dfrac{x}{L} + \dfrac{R_1}{R} = 0$, искомый корень

2. $x = \dfrac{L}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \dfrac{4R_1}{R}}\right) = 30$ см.

Из (1) следует: максимальное сопротивление нагревателя (а с ним и рассеиваемой мощности) достигается в том случае, когда подвижный контакт находится в середине обмотки. Действительно, максимум параболы реализуется при $R_x = R - R_x = \dfrac{R}{2}$, максимальное сопротивление между точками А и В равно $\dfrac{R}{4}$

3. $P_{MAX} = I^2 \dfrac{R}{4} = 5625$ Вт.

Задача 5

$$\cos\varphi = \sqrt[3]{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R}{g}} \approx 0,707$$

1. $\varphi = 45^0$

Далее по условию $\frac{2\pi}{T}\Delta t + \frac{2\pi}{T_З}\Delta t = 2\pi$,

2. $\Delta t = \frac{T_З T}{T_З + T} \approx 7,7 \cdot 10^3$ с.