15 февраля 2025 года Олимпиада Физтех 2025

Решение варианта 09-01

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

1. $S = 0,5V_0T\left(1+1+3+5\right) = 5V_0T = 5\cdot 4\cdot 2 = 40$ м.

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\Delta\vec{V}\left(t\right)}{\Delta t} = \dfrac{-\vec{V}_0}{T}m$,

2. $F = m\dfrac{V_0}{T} = 0,2\cdot\dfrac{4}{2} = 0,4$ Н.

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

3. $A = m\dfrac{V^2\left(T\right)}{2} - m\dfrac{V_0^2}{2} = 0 - 0,2\cdot\dfrac{4^2}{2} = -1,6$ Дж.

Задача 2

1. $H = \dfrac{g\left(0,5T\right)^2}{2} = \dfrac{gT^2}{8} = \dfrac{10\cdot 4^2}{8} = 20$ м.

Далее $V_0\sin\alpha = \dfrac{gT}{2}$, $\dfrac{V_{MAX}}{V_{MIN}} = \dfrac{V_0}{V_0\cos\alpha} = n$, $\cos\alpha = \dfrac{1}{n}$, $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{\sqrt{n^2-1}}{n}$.

Горизонтальная дальность полета

$$S = 2\frac{V_0}{g}\sin\alpha V_0\cos\alpha = 2\frac{T}{2}\frac{gT}{2\sin\alpha}\cos\alpha = \frac{gT^2}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{gT^2}{2\sqrt{n^2-1}} \approx 46 \text{ м.}$$

2 $S = \dfrac{gT^2}{2\sqrt{n^2-1}} \approx 46$ м.

Для нахождения радиуса кривизны воспользуемся соотношением $R = \dfrac{V^2}{a_n}$.

В малой окрестности точки старта $V = V_0$, нормальное ускорение a_n – это проекция ускорения $\vec{g}$ свободного падения на нормаль к траектории $a_n = g\cdot\cos\alpha$. Из этих соотношений следует

$$R=\frac{V_0^2}{g\cos\alpha}=\frac{1}{g\cos\alpha}\left(\frac{gT}{2\sin\alpha}\right)^2=\frac{gT^2}{4\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)}=\frac{n^3}{4\left(n^2-1\right)}gT^2.$$

3 $R=\frac{n^3}{4\left(n^2-1\right)}gT^2\approx 107$ м.

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1=g\left(\sin\alpha+\tilde{\mu}\cos\alpha\right)=8$ м/с^2, ускорение при спуске $a_2=g\left(\sin\alpha-\tilde{\mu}\cos\alpha\right)=4$ м/с^2

1. $\sin\alpha=\frac{a_1+a_2}{2g}=0,6$. В этом случае $\cos\alpha=0,8$.

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на систему. При движении шайбы по клину $m\vec{a}+2m\vec{0}=m\vec{g}+2m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_{TP}$. (1)
Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление $F_{TP}=ma\cos\alpha$. Ответ на второй вопрос

2. $F_{TP}=ma_1\cos\alpha=0,2\cdot 8\cdot 0,8=1,28$ Н, здесь учтено, что $a_1>a_2$.

Для ответа на третий вопрос найдем силу $\vec{N}$ нормальной реакции. Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на вертикаль, получаем

$$-ma\sin\alpha=-mg-2mg+N, \text{ отсюда } N=3mg-ma\sin\alpha;$$

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи $\mu\geq\frac{F_{TP}}{N}=\frac{ma\cos\alpha}{3mg-ma\sin\alpha}=\frac{a\cos\alpha}{3g-a\sin\alpha}$. Подстановка численных значений приводит к ответу

3. $\mu\geq\frac{a_1\cos\alpha}{3g-a_1\sin\alpha}\approx 0,25$.

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R+0,5R=1,5R$. Сила тока в цепи

1. $I = \dfrac{U}{1,5R} = 0,2$ А.

Показание вольтметра

2. $U_B = RI = \dfrac{2U}{3} = 20$ В.

Мощность, рассеиваемая в цепи, равна мощности сил в источнике

3. $P = U \cdot I = 30 \cdot 0,2 = 6$ Вт.

Задача 5

По условию $n = \dfrac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

1. $\delta = \dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{n-1}{n+1} = \dfrac{1}{8} = 0,125$.

Закон сохранения энергии в тепловых процессах
$mc_Л \left(t_0 - t_2\right) = mc_B \left(t_1 - t_0\right) + \Delta m\lambda$, искомая температура

2. $t_2 = t_0 - \dfrac{c_B}{c_Л}\left(t_1 - t_0\right) - \delta \dfrac{\lambda}{c_Л} = -40$ °C.

Решение варианта 09-02

Задача 1

Путь до остановки $0,5V_0T$, после остановки перемещения при равнопеременном движении за любые последовательные равные промежутки времени относятся как нечетные числа натурального ряда

1. $S = 0,5V_0T\left(1+1+3\right) = 2,5V_0T = 2,5\cdot 2\cdot 4 = 20$ м.

По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\Delta\vec{V}\left(t\right)}{\Delta t} = \dfrac{\vec{V}_0}{T}m$,

2. $F = m\dfrac{V_0}{T} = 0,4\cdot\dfrac{2}{4} = 0,2$ Н.

По теореме об изменении кинетической энергии материальной точки

3. $A = m\dfrac{V^2\left(T\right)}{2} - m\dfrac{V_0^2}{2} = 0 - 0,4\cdot\dfrac{2^2}{2} = -0,8$ Дж.

Задача 2

1. $H = \dfrac{gT^2}{2} = \dfrac{10\cdot 2^2}{2} = 20$ м.

По условию треугольник скоростей $\vec{V}\left(T\right) = \vec{V}_0 + \vec{g}T$ прямоугольный, тогда

$V_0\sin\alpha = gT$, $V_0 = \dfrac{gT}{\sin\alpha}$, горизонтальная дальность полета

$S = \left(V_0\cos\alpha\right)T = \dfrac{gT}{\sin\alpha}\left(\cos\alpha\right)T = \dfrac{gT^2}{tg\alpha}$.

2 $\left|\vec{r}\left(T\right)\right| = \sqrt{S^2 + H^2} = gT^2\sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{tg^2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{7}{3}}\dfrac{gT^2}{2} \approx 30,6$ м.

О радиусе кривизны траектории камня при T = 2 с: в рассматриваемый момент $V = V_0\cos\alpha$, $a_n = g$. Радиус кривизны траектории в малой окрестности рассматриваемой точки $R = \dfrac{V^2}{a_n} = \dfrac{\left(V_0\cos\alpha\right)^2}{g} = \dfrac{1}{g}\left(\dfrac{gT\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 = \dfrac{gT^2}{tg^2\alpha}$

3 $R = \dfrac{gT^2}{tg^2\alpha} \approx 13,3$ м.

Задача 3

По графику: модуль ускорения при подъёме $a_1 = g\left(\sin\alpha + \tilde{\mu}\cos\alpha\right) = 6$ м/с^2, ускорение при спуске $a_2 = g\left(\sin\alpha - \tilde{\mu}\cos\alpha\right) = 3$ м/с^2

1. $\sin\alpha = \dfrac{a_1 + a_2}{2g} = 0,45$. В этом случае $\cos\alpha \approx 0,893 \approx 0,9$.

В системе тел, взаимодействующих по третьему закону Ньютона, сумма произведений масс на ускорения равна сумме внешних сил, действующих на Систему. В процессе движения шайбы по клину при $0 < t < 0,1$ с

$$m\vec{a}_1 + 1,5m\vec{0} = m\vec{g} + 1,5m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}. \quad (1)$$

Перейдем в (1) к проекциям сил и ускорения на вертикаль

$$-ma_1\sin\alpha = -mg - 1,5mg + N, \text{ отсюда } N = 2,5mg - ma_1\sin\alpha;$$

2. $N = m\left(2,5g - a_1\sin\alpha\right) = 8,92$ Н.

Из (1), переходя к проекциям сил и ускорения на горизонтальное направление, получаем $F_{TP} = ma\cos\alpha$.

Из этих соотношений приходим к ответу на третий вопрос задачи $\mu \geq \dfrac{F_{TP}}{N} = \dfrac{ma\cos\alpha}{2,5mg - ma\sin\alpha} = \dfrac{a\cos\alpha}{2,5g - a\sin\alpha}$. Подстановка численных значений приводит к ответу

3. $\mu \geq \dfrac{a_1\cos\alpha}{2,5g - a_1\sin\alpha} \approx 0,24$.

Задача 4

По условию приборы идеальные (напряжение на амперметре пренебрежимо мало, ток через вольтметр пренебрежимо мал), тогда можно считать, что два правых на схеме резистора соединены параллельно, в свою очередь эти резисторы соединены последовательно с левым резистором. Эквивалентное сопротивление такой цепи $R + 0,5R = 1,5R$. Сила тока в цепи

1. $I = \dfrac{U}{1,5R} = \dfrac{120}{1,5 \cdot 200} = 0,4$ А.

Показание амперметра

2. $I_A = \dfrac{I}{2} = 0,2$ А.

Мощность сил в источнике

3. $P = U \cdot I = 120 \cdot 0,4 = 48$ Вт.

Задача 5

По условию $n = \dfrac{m + \Delta m}{m - \Delta m}$, отсюда

1. $\delta = \dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{n-1}{n+1} = 0,1$.

Закон сохранения энергии в тепловых процессах

$mc_Л\left(t_0 - t_2\right) + \Delta m\lambda = mc_В\left(t_1 - t_0\right)$, искомая температура

2. $t_1 = t_0 + \dfrac{c_Л}{c_В}\left(t_0 - t_2\right) + \delta\dfrac{\lambda}{c_В} = 18$ °C.