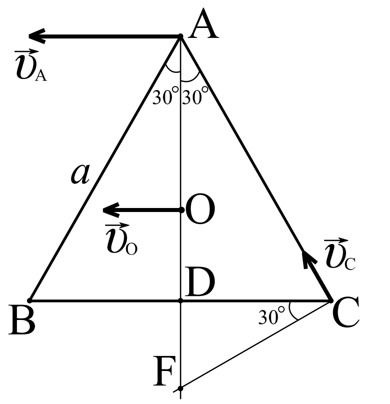
15 февраля 2025 года Олимпиада Физтех 2025

Решение варианта 10-01

Задача 1



F – мгновенный центр вращения, α

$\frac{v_C}{v_A} = \frac{FC}{FA} = \sin 30^0 = 0,5$,

1. $v_C = 0,5 v_A = 0,2$ м/с.

$v_C = \omega \frac{a}{\sqrt{3}}$, $\omega = \sqrt{3}\frac{v_C}{a}$, $\omega\tau = \sqrt{3}\frac{v_C}{a}\tau = 3 \cdot 2\pi$

2. $\tau = \sqrt{3} \cdot 2\pi \frac{a}{v_C} \approx 10,9$ с.

Система центра масс пластины – ИСО, $\vec{R} = m\vec{a}$, $\quad R = m\omega^2 BO = m\left(\sqrt{3}\frac{v_C}{a}\right)^2 \frac{a}{\sqrt{3}}$

3. $R = \sqrt{3} m \frac{v_C^2}{a} \approx 3,46 \cdot 10^{-5}$ Н.

Задача 2

1. $H = \frac{1}{2g}\left(\frac{h}{\tau} + \frac{g\tau}{2}\right)^2 = 9,8$ м.

Вертикальные координаты осколков $y_{1,2}(t) = H \pm V_{0Y} t - 0,5gt^2$. В момент падения на площадку $0 = H \pm V_{0Y} T - 0,5gT^2$, $T^2 \mp 2\frac{V_{0Y}}{g}T - \frac{2H}{g} = 0$,

$T_1 = \frac{V_{0Y}}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{(V_{0Y})^2 + 2gH}$, $T_2 = -\frac{V_{0Y}}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{(V_{0Y})^2 + 2gH}$, $T_1 + T_2 = \frac{2}{g}\sqrt{(V_{0Y})^2 + 2gH}$.

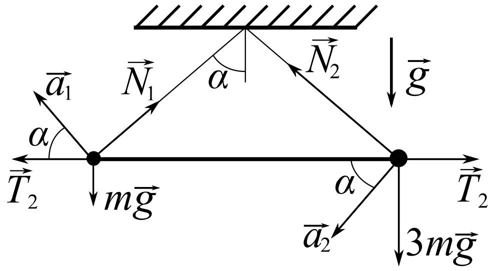
Расстояние между точками падения осколков

$$L = |V_{0X}|(T_1 + T_2) = \frac{2}{g}\sqrt{\left(V_0^2 - V_{0Y}^2\right)\left(V_{0Y}^2 + 2gH\right)}.$$

Под радикалом – перевернутая парабола, максимум которой лежит посередине между корнями, в этом случае сомножители под радикалом равны, тогда наибольшее расстояние между точками падения осколков

2. $L_{MAX} = \frac{V_0^2}{g} + 2H = 59,6$ м. Здесь учтено, что по условию $V_0^2 > 2gH$.

Задача 3



1. $\sin\alpha = \dfrac{L}{2l} = 0,8$.

В процессе движения нити остаются натянутыми, шарики будут двигаться по окружности с нулевой начальной скоростью (см. рис.). Ускорения шариков перпендикулярны нитям и одинаковы по модулю. Действительно, стержень – абсолютно твердое тело, проекции скоростей, а, следовательно, и ускорений шариков на горизонтальное направление равны. Масса стержня пренебрежимо мала, поэтому силы, с которыми стержень действует на шарики, направлены вдоль стержня и $\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$. По второму закону Ньютона

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1,\ 3m\vec{a}_2 = 3m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2, \text{ далее } T_1 = T_2 = T,\ a_1 = a_2 = a.$$

Перейдем к проекциям сил и ускорения на касательные направления:

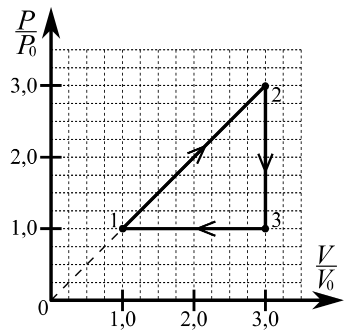
$$ma = T\cos\alpha - mg\sin\alpha,\ 3ma = 3mg\sin\alpha - T\cos\alpha,$$

Отсюда $4ma = 2mg\sin\alpha$,

2. $a = \dfrac{1}{2} g\sin\alpha = 4$ м/с^2.

3. $T = \dfrac{3}{2} mgtg\alpha = 2$ Н.

Задача 4



1. График процесса в P,V координатах представлен на рисунке к решению.

2. $Q_1 = 16\nu RT_0 \approx 79800$ Дж.

Работа газа за один цикл $A_1 = 2P_0V_0 = 2\nu RT_0$. По закону сохранения энергии $0,5NA_1 = N\nu RT_0 = MgH$, отсюда

3. $H = \dfrac{N\nu RT_0}{Mg} \approx 33$ м.

Задача 5

По закону сохранения энергии

$$k\frac{qQ}{R} + \frac{m}{2}V_O^2 = \frac{m}{2}V^2$$

1. $V = \sqrt{V_O^2 + 2k\dfrac{Qq}{Rm}}$.

Нулевое поле в любой точке, находящейся в однородно заряженной сфере можно представлять, как суперпозицию полей двух полусфер (сферу рассекаем плоскостью большого круга, перпендикулярной диаметру, на котором лежит эта точка).

Полученные две полусферы создают равные по модулю векторы напряженности, сумма которых равна нулю во всех точках произвольного диаметра сферы.

Это означает, что напряженность E поля полусферы одинакова в любых двух, лежащих на оси симметрии точках, каждая из которых находится от центра полусферы на любом расстоянии $d<R$. Отсюда $\varphi_A - \varphi_O = \varphi_O - \varphi_C$. Далее по теореме об изменении кинетической энергии материальной точки: равным значениям убыли потенциала соответствуют равные приращения кинетической энергии. В точке С кинетическая энергия в два раза больше, чем в точке О, тогда

2. $V_C = \sqrt{2} V_O$.

Решение варианта 10-02

Задача 1

1. $v_B = 0,5 v_A = 0,4$ м/с.

$v_B = \omega \dfrac{a}{\sqrt{3}}$, $\omega = \sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}$, $\omega\tau = \sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}\tau = 4\cdot 2\pi$.

2. $\tau = \dfrac{8\pi}{\sqrt{3}}\dfrac{a}{v_B} \approx 14,5$с. Система центра масс пластины – ИСО,

$\vec{R} = m\vec{a}, \quad R = m\omega^2 CO = m\left(\sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}\right)^2 \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

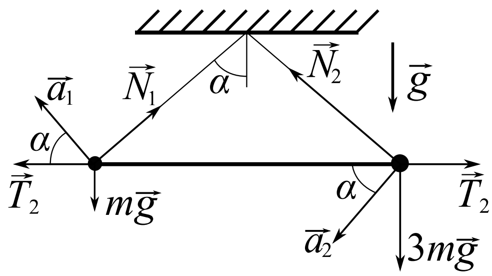
3. $R = \sqrt{3}m\dfrac{v_B^2}{a} \approx 4,2\cdot 10^{-5}$ Н.

Задача 2

1. $H = \dfrac{V^2}{2g} + h = 12$ м.

2. $L_{MAX} = \dfrac{V_0^2}{g} + 2H = 49,6$ м. Здесь учтено, что по условию $V_0^2 > 2gH$.

Задача 3



1. $\sin\alpha = \dfrac{L}{2l} = 0,6$.

В процессе движения нити остаются натянутыми, шарики будут двигаться по окружности с нулевой начальной скоростью (см. рис.). Ускорения шариков перпендикулярны нитям и одинаковы по модулю. Действительно, стержень – абсолютно твердое тело, проекции скоростей, а, следовательно, и ускорений шариков на горизонтальное направление равны. Масса стержня пренебрежимо мала, поэтому силы, с которыми стержень действует на шарики, направлены вдоль стержня и $\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$. По второму закону Ньютона

$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1$, $3m\vec{a}_2 = 3m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2$, далее $T_1 = T_2 = T$, $a_1 = a_2 = a$.

Перейдем к проекциям сил и ускорения на касательные направления:

$$ma = T\cos\alpha - mg\sin\alpha,\ 3ma = 3mg\sin\alpha - T\cos\alpha,$$

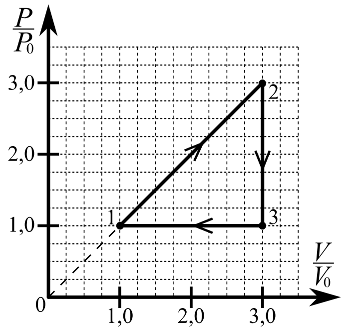
Отсюда $4ma = 2mg\sin\alpha$,

2. $a = \dfrac{1}{2}g\sin\alpha = 3$ м/с^2.

3. $T = \dfrac{3}{2}mg\,tg\alpha = 0,9$ Н.

Задача 4

1. График процесса в P,V координатах представлен на рисунке к решению.



Работа газа за один цикл $A_1 = 2P_0V_0 = 2\nu RT_0$.

2. $A_1 = 2\nu RT_0 \approx 13460$ Дж.

По закону сохранения энергии $0{,}5NA_1 = N\nu RT_0 = MgH$, отсюда

3. $H = \dfrac{N\nu RT_0}{Mg} \approx 40$ м.

Задача 5

По закону сохранения энергии

$$k\frac{qQ}{R} + \frac{m}{2}V_O^2 = \frac{m}{2}V^2$$

1. $V_O = \sqrt{V^2 - 2k\dfrac{Qq}{Rm}}$

Нулевое поле в любой точке, находящейся в однородно заряженной сфере можно представлять, как суперпозицию полей двух полусфер (сферу рассекаем плоскостью большого круга, перпендикулярной диаметру, на котором лежит эта точка).

Полученные две полусферы создают равные по модулю векторы напряженности, сумма которых равна нулю во всех точках произвольного диаметра сферы.

Это означает, что напряженность E поля полусферы одинакова в любых двух, лежащих на оси симметрии точках, каждая из которых находится от центра полусферы на любом расстоянии $d<R$. Отсюда $\varphi_A - \varphi_O = \varphi_O - \varphi_C$. Далее по теореме об изменении кинетической энергии материальной точки: равным значениям убыли потенциала соответствуют равные приращения кинетической энергии. В точке С кинетическая энергия в два раза больше, чем в точке О, тогда

2. $V_C = \sqrt{2}V_O$

Решение варианта 10-03

Задача 1

1. $v_C = 0,5 v_A = 0,3$ м/с.

$v_C = \omega \dfrac{a}{\sqrt{3}}$, $\omega = \sqrt{3}\dfrac{v_C}{a}$, $\omega\tau = \sqrt{3}\dfrac{v_C}{a}\tau = 8\cdot 2\pi$.

2. $\tau = \dfrac{16\pi}{\sqrt{3}}\dfrac{a}{v_C} \approx 29$ с. Система центра масс пластины – ИСО,

$\vec{R} = m\vec{a}, \quad R = m\omega^2 OB = m\left(\sqrt{3}\dfrac{v_C}{a}\right)^2 \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

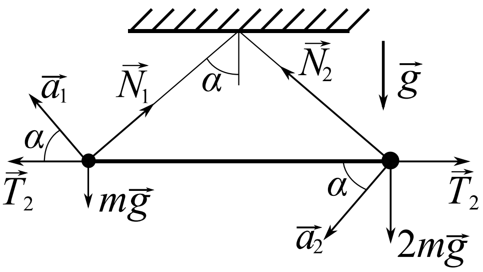
3. $R = \sqrt{3} m \dfrac{v_C^2}{a} \approx 3,1\cdot 10^{-5}$ Н.

Задача 2

1. $H = \dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{h}{\tau} + \dfrac{g\tau}{2}\right)^2 = 20$ м.

2. $L_{MAX} = \dfrac{V_0^2}{g} + 2H = 130$ м. Здесь учтено, что по условию $V_0^2 > 2gH$.

Задача 3



1. $\sin\alpha = \dfrac{L}{2l} = 0,6$.

По второму закону Ньютона

$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1$, $2m\vec{a}_2 = 2m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2$,

далее $T_1 = T_2 = T$, $a_1 = a_2 = a$.

Перейдем к проекциям сил и ускорения на касательные направления:

$ma = T\cos\alpha - mg\sin\alpha$, $2ma = 2mg\sin\alpha - T\cos\alpha$,

Отсюда $3ma = mg\sin\alpha$,

2. $a = \dfrac{1}{3} g\sin\alpha = 2$ м/с^2.

3. $T = \dfrac{4}{3} mg tg\alpha = 2$ Н.

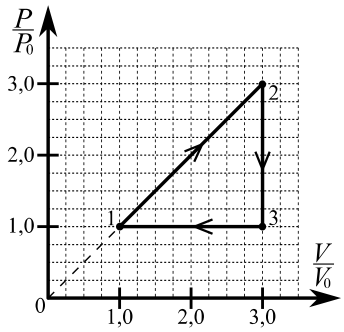
Задача 4

1. График процесса в P,V координатах представлен на рисунке к решению.

2. $Q_1 = 16\nu R T_0 = 26592$ Дж.

Работа газа за один цикл $A_1 = 2P_0V_0 = 2\nu RT_0$. По закону сохранения энергии $0{,}5NA_1 = N\nu RT_0 = MgH$, отсюда

3. $H = \dfrac{N\nu RT_0}{Mg} \approx 10$ м.



Задача 5

По закону сохранения энергии

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{R} + \frac{m}{2}V_O^2 = \frac{m}{2}V^2$$

1. $V = \sqrt{V_O^2 + \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{Qq}{Rm}}$

Нулевое поле в любой точке, находящейся в однородно заряженной сфере можно представлять, как суперпозицию полей двух полусфер (сферу рассекаем плоскостью большого круга, перпендикулярной диаметру, на котором лежит эта точка).

Полученные две полусферы создают равные по модулю векторы напряженности, сумма которых равна нулю во всех точках произвольного диаметра сферы.

Это означает, что напряженность E поля полусферы одинакова в любых двух, лежащих на оси симметрии точках, каждая из которых находится от центра полусферы на любом расстоянии $d<R$. Отсюда $\varphi_A - \varphi_O = \varphi_O - \varphi_C$. Далее по теореме об изменении кинетической энергии материальной точки: равным значениям убыли потенциала соответствуют равные приращения кинетической энергии. В точке С кинетическая энергия в два раза больше, чем в точке О, тогда

2. $V_C = \sqrt{2}V_O$

Решение варианта 10-04

Задача 1

1. $v_A = 2v_B = 0,8$ м/с.

$v_B = \omega \dfrac{a}{\sqrt{3}}$, $\omega = \sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}$, $\omega\tau = \sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}\tau = 2\pi$.

2. $\tau = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}\dfrac{a}{v_B} \approx 3,6$ с. Система центра масс пластины – ИСО,

$\vec{R} = m\vec{a}, \quad R = m\omega^2 CO = m\left(\sqrt{3}\dfrac{v_B}{a}\right)^2 \dfrac{a}{\sqrt{3}}$

3. $R = \sqrt{3}m\dfrac{v_B^2}{a} \approx 8,3\cdot 10^{-5}$ Н.

Задача 2

1. $H = \dfrac{V^2}{2g} + h = 16$ м.

2. $L_{MAX} = \dfrac{V_0^2}{g} + 2H = 72$ м. Здесь учтено, что по условию $V_0^2 > 2gH$.

Задача 3

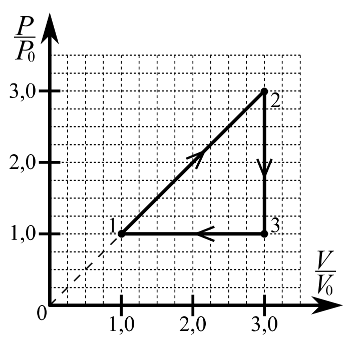
1. $\sin\alpha = \dfrac{L}{2l} = 0,8$.

2. $a = \dfrac{1}{3}g\sin\alpha \approx 2,7$ м/с^2.

3. $T = \dfrac{4}{3}mg\,tg\alpha = 1,6$ Н.

Задача 4

1. График процесса в P,V координатах представлен на рисунке к решению.



Работа газа за один цикл $A_1 = 2P_0V_0 = 2\nu RT_0$.

2. $A_1 = 2\nu RT_0 = 24930$ Дж.

По закону сохранения энергии $0,5NA_1 = N\nu RT_0 = MgH$, отсюда

3. $H = \dfrac{N\nu RT_0}{Mg} \approx 62$ м.

Задача 5

По закону сохранения энергии

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{R}+\frac{m}{2}V_O^2=\frac{m}{2}V^2$$

1. $V_O=\sqrt{V^2-\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{Rm}}$

Нулевое поле в любой точке, находящейся в однородно заряженной сфере можно представлять, как суперпозицию полей двух полусфер (сферу рассекаем плоскостью большого круга, перпендикулярной диаметру, на котором лежит эта точка).

Полученные две полусферы создают равные по модулю векторы напряженности, сумма которых равна нулю во всех точках произвольного диаметра сферы.

Это означает, что напряженность E поля полусферы одинакова в любых двух, лежащих на оси симметрии точках, каждая из которых находится от центра полусферы на любом расстоянии $d<R$. Отсюда $\varphi_A-\varphi_O=\varphi_O-\varphi_C$. Далее по теореме об изменении кинетической энергии материальной точки: равным значениям убыли потенциала соответствуют равные приращения кинетической энергии. В точке С кинетическая энергия в два раза больше, чем в точке О, тогда

2. $V_C=\sqrt{2}V_O$