08 октября 2023 года. Отборочный этап 2023/24
Задачи олимпиады: Физика 9 класс

Решение задачи 1

На первой половине пути скорость nV, время движения τ, на второй половине пути скорость V, время движения $n\tau$.
Средняя скорость на всем пути

$$\left\langle V\right\rangle = \frac{2n\tau V}{(n+1)\tau} = \frac{2n}{n+1}V.$$

Первая треть времени движения $\frac{(n+1)\tau}{3} > \tau$ (по условию $n > 2$). Средняя скорость на первой трети времени движения

$$\left\langle \tilde{V}\right\rangle = \frac{nV\tau + V\left(\frac{\tau(n+1)}{3} - \tau\right)}{\frac{\tau(n+1)}{3}} = 2\frac{2n-1}{n+1}V = \frac{2n-1}{n}\left\langle V\right\rangle.$$

Решение задачи 2

Первый автомобиль обгоняет второй на круг $L = (V_1 - V_2)T_1$, $\quad \frac{1}{T_1} = \frac{V_1}{L} - \frac{V_2}{L}$.

Встреча мотоциклиста со вторым автомобилем $L = (V_2 + V_3)T_2 \cdot \frac{1}{T_2} = \frac{V_2}{L} + \frac{V_3}{L}$

Встреча мотоциклиста с первым автомобилем $L = (V_1 + V_3)T_3$, из приведенных соотношений следует $\frac{1}{T_3} = \frac{V_1}{L} + \frac{V_3}{L} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$, отсюда $T_3 = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$.

Решение задачи 3

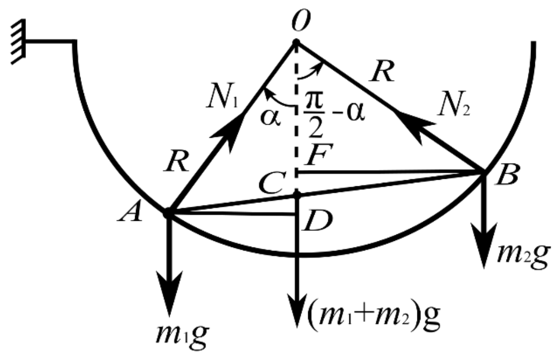
Плотность полученного раствора $\rho_3 = \dfrac{m}{\dfrac{m - m_P}{\rho_1} + \dfrac{m_P}{\rho_2}}$, здесь m_P–масса растворителя. Отсюда

$$m_P = m\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = m\frac{\alpha}{\beta}\frac{\beta - 1}{\alpha - 1} = m\frac{1 - \frac{1}{\beta}}{1 - \frac{1}{\alpha}}.$$

Решение задачи 4

Из геометрии хода лучей $\frac{2R}{H}=\frac{D}{L}, \quad H=2\frac{L}{D}R=\frac{2\cdot 150\cdot R}{1,4}=\frac{150}{0,7}R.$

Решение задачи 5



Твердое тело находится в покое под действием плоской системы трех сил $\vec{N}_1, \vec{N}_2, (m_1+m_2)\vec{g}$. Линии действия этой системы сил пересекаются в точке О.

Центр масс системы (точка С) лежит на вертикали, проходящей через точку О.

Моменты сил тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ относительно оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа, равны. Плечи этих сил $AD=R\sin\alpha$ и $BF=R\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=R\cos\alpha$ соответственно, здесь учтено, что треугольник AOB прямоугольный. Равенство моментов $m_1 gR\sin\alpha=m_2 gR\cos\alpha$ приводит к ответу на вопрос задачи $\frac{m_1}{m_2}=\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$.

Решение задачи 6

Первое кипячение $P\tau_1=cm\left(t_K-t_0\right)$ (1).

Добавленная вода нагревается, кипяток остывает $cm_1\left(t_K-|\Delta t|-t_0\right)=cm|\Delta t|$.

Масса добавленной воды $m_1=m\frac{|\Delta t|}{t_K-|\Delta t|-t_0}$.

Перед вторым кипячением масса воды в чайнике $m+m_1=m\frac{t_K-t_0}{t_K-|\Delta t|-t_0}$.

Второе кипячение $P\tau_2=m\frac{t_K-t_0}{t_K-|\Delta t|-t_0}c|\Delta t|$ (2).

Из (1) и (2) приходим к ответу $t_0=t_K-\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_2}|\Delta t|$

Решение задачи 7

В первом опыте $I=\frac{U}{r+R}$, во втором опыте $nI=\frac{U}{r}$. Отсюда следует $\frac{R}{r}+1=n$, сопротивление амперметра $r=\frac{R}{n-1}$.

Решение задачи 8

Сопротивление R_{AC} найдём из соотношения

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2r} = \frac{1}{r} + \frac{1}{R}.$$

Для нахождения сопротивления R_{AB} предварительно найдём сопротивление участка цепи, лежащего между узлами A и C и содержащего резистор R и два последовательно соединенных резистора r,

$$\frac{1}{\tilde{R}_{AC}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{R} = \frac{R+2r}{2Rr}.$$

Тогда искомое сопротивление

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\tilde{R}_{AC} + r} = \frac{1}{r} + \frac{R+2r}{2Rr + r\left(R+2r\right)}.$$

По условию $\dfrac{U^2}{R_{AB}} = \dfrac{U^2}{R_{AC}}$, отсюда

$$\frac{1}{R} = \frac{R+2r}{2Rr + r\left(R+2r\right)}.$$

Это равенство приводит к квадратному уравнению

$$r^2 + 0{,}5rR - 0{,}5R^2 = 0,$$

решение которого $r = 0{,}5R$. Далее $\dfrac{1}{R_{AC}} = \dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{3}{R}$.

Искомая мощность $$P = \frac{U^2}{R_{AC}} = \frac{3U^2}{R}.$$

Решение задачи 9

Рассмотрим первый набор данных и найдем, при какой начальной скорости перемещение камня, стартовавшего вверх по вертикали, за время от t=0 до t= $T = 4$ с, будет равно $H = 50$ м, $H = \tilde{v}_0 T - \dfrac{gT^2}{2}$, отсюда $\tilde{v}_0 = \dfrac{H}{T} + \dfrac{gT}{2} = 32{,}5$ м/с.

При такой начальной скорости максимальная высота полета

$H_{MAX} = \dfrac{\tilde{v}_0^2}{2g} \approx 52{,}8$ м>$S = 50$ м. Из этого следует, что для ответа на вопрос задачи следует предположить, что через некоторое время τ после старта камень остановится. Тогда путь, пройденный камнем за время от 0 до T, равен

$$S = \frac{g\tau^2}{2} + \frac{g(T-\tau)^2}{2}.$$

Отсюда найдем $(\tau)_{1,2} = \dfrac{T}{2}\left(1 \pm \sqrt{\dfrac{4S}{gT^2} - 1}\right)$, а затем модули начальных скоростей в первом и втором опытах

$$(v_0)_{1,2} = g(\tau)_{1,2} = \frac{gT}{2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{4S}{gT^2} - 1}\right), \quad \frac{v_{0,1}}{v_{0,2}} = \frac{1 + \sqrt{\dfrac{4S}{gT^2} - 1}}{1 - \sqrt{\dfrac{4S}{gT^2} - 1}}.$$

В рассматриваемом примере $v_{0,1} = 30$ м/с, $v_{0,2} = 10$ м/с, $\dfrac{v_{0,1}}{v_{0,2}} = 3$.

Во всех остальных случаях движение тоже происходит с остановкой.

Решение задачи 10

В проекции на перпендикуляр к наклонной плоскости движение происходит с постоянным ускорением $g\cos\alpha$,

тогда $H_{MAX} = \dfrac{v_0^2}{2g\cos\alpha}$.