10 класс – день 1

1. а) Среди всех решений уравнения $3\,930\,400x = y^z$, где x, y, z — натуральные числа, причём $z \geqslant 2$, найдите такое, при котором x принимает наименьшее значение. В ответе укажите соответствующее значение y.

Ответ: 340.

Решение. Раскладывая данное в условии число на простые множители, можем записать уравнение в виде $2^5 \cdot 5^2 \cdot 17^3 x = y^z$. Ясно, что минимальное значение x можно получить в том случае, когда при разложении на множители в x не содержится иных множителей кроме 2, 5, 17. Пусть $x = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot 17^\gamma$. Тогда $2^{5+\alpha} \cdot 5^{2+\beta} \cdot 17^{3+\gamma} = y^z$. Отсюда следует, что числа $5+\alpha$, $2+\beta$ и $3+\gamma$ должны делиться на z.

Если $z = 2$, то минимальные значения — это $\alpha = 1$, $\beta = 0$, $\gamma = 1$, и тогда $x = 34$. Если $z = 3$, то $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$ и $x = 10$. Несложно видеть, что это и есть минимальное значение (если $z \geqslant 4$, то $\beta \geqslant 2$ и $x \geqslant 5^2 = 25$). Если $x = 10$, а $z = 3$, то $y = 340$.

б) Среди всех решений уравнения $7\,030\,400x = y^z$, где x, y, z — натуральные числа, причём $z \geqslant 2$, найдите такое, при котором x принимает наименьшее значение. В ответе укажите соответствующее значение y.

Ответ: 520.

в) Среди всех решений уравнения $1\,293\,732x = y^z$, где x, y, z — натуральные числа, причём $z \geqslant 2$, найдите такое, при котором x принимает наименьшее значение. В ответе укажите соответствующее значение y.

Ответ: 198.

г) Среди всех решений уравнения $1\,757\,600x = y^z$, где x, y, z — натуральные числа, причём $z \geqslant 2$, найдите такое, при котором x принимает наименьшее значение. В ответе укажите соответствующее значение y.

Ответ: 260.

2. а) Трапеция $ABCD$, основание AD которой вдвое больше основания BC, вписана в окружность ω. Прямая, проходящая через вершину B параллельно CD, пересекает вторично окружность ω в точке P, а сторону AD — в точке N. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если известно, что $BN = 4$, $PN = 9$.
Ответ: 26.

б) Трапеция $ABCD$, основание AD которой вдвое больше основания BC, вписана в окружность ω. Прямая, проходящая через вершину B параллельно CD, пересекает вторично окружность ω в точке P, а сторону AD — в точке N. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если известно, что $BN = 5$, $PN = 20$.
Ответ: 40 или -1.

в) Трапеция $ABCD$, основание AD которой вдвое больше основания BC, вписана в окружность ω. Прямая, проходящая через вершину B параллельно CD, пересекает вторично окружность ω в точке P, а сторону AD — в точке N. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если известно, что $BN = 3$, $PN = 27$.
Ответ: 33 или -1.

г) Трапеция $ABCD$, основание AD которой вдвое больше основания BC, вписана в окружность ω. Прямая, проходящая через вершину B параллельно CD, пересекает вторично окружность ω в точке P, а сторону AD — в точке N. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если известно, что $BN = 4$, $PN = 25$.
Ответ: 38 или -1.

Трапеция $ABCD$, основание AD которой вдвое больше основания BC, вписана в окружность ω. Прямая, проходящая через вершину B параллельно CD, пересекает вторично окружность ω в точке P, а сторону AD — в точке N. Найдите периметр трапеции $ABCD$, если известно, что $BN = a$, $PN = b$.
Ответ: $2a + 3\sqrt{ab}$.

Решение. Исходя из условия $ABCD$ и $BCDP$ — трапеции (а так они обе вписаны в окружность, то обе равнобедренные), а $BCDN$ — параллелограмм. Обозначим $BC = x$. Тогда $CD = BN = a$, $AD = 2BC = 2x$, $DN = BC = x$, $AN = AD - DN = x$. По теореме о пересекающихся хордах имеем $AN \cdot ND = BN \cdot NP$, то есть $x^2 = ab$ и $x = \sqrt{ab}$. Значит, периметр трапеции $ABCD$ равен $AB + BC + CD + AD = a + x + a + 2x = 2a + 3x = 2a + 3\sqrt{ab}$.

Если конструкция не существует, принимаются также ответы “-1” и “нет решений”.

3. а) В арифметической прогрессии, состоящей из 11 членов, сумма квадратов первых пяти членов на 0,75 больше суммы квадратов последних пяти членов. Найдите разность между суммой квадратов первых четырёх членов и суммой квадратов последних четырёх членов этой прогрессии.

Ответ: 0,7.

Решение. Пусть a — шестой член прогрессии, а d — её разность. Тогда по условию

$$(a-5d)^2+\ldots+(a-d)^2-(a+d)^2-\ldots-(a+5d)^2=0{,}75 \iff$$
$$\iff \left((a-5d)^2-(a+5d)^2\right)+\left((a-4d)^2-(a+4d)^2\right)+\ldots+\left((a-d)^2-(a+d)^2\right)=0{,}75 \iff$$
$$\iff -20ad-16ad-12ad-8ad-4ad=0{,}75 \iff -60ad=0{,}75,$$

откуда $ad=-\frac{1}{80}$. Аналогичные вычисления дают, что искомая разность есть

$$-56ad=-56\cdot\left(-\frac{1}{80}\right)=0{,}7.$$

б) В арифметической прогрессии, состоящей из 13 членов, сумма квадратов первых шести членов на 2,1 больше суммы квадратов последних шести членов. Найдите разность между суммой квадратов первых пяти членов и суммой квадратов последних пяти членов этой прогрессии.

Ответ: 2.

в) В арифметической прогрессии, состоящей из 15 членов, сумма квадратов первых семи членов на $\frac{7}{3}$ больше суммы квадратов последних семи членов. Найдите разность между суммой квадратов первых шести членов и суммой квадратов последних шести членов этой прогрессии.

Ответ: 2,25.

г) В арифметической прогрессии, состоящей из 17 членов, сумма квадратов первых восьми членов на $\frac{9}{7}$ больше суммы квадратов последних восьми членов. Найдите разность между суммой квадратов первых семи членов и суммой квадратов последних семи членов этой прогрессии.

Ответ: 1,25.

4. а) Даны две концентрические окружности Ω и ω с центром в точке O, причём радиус Ω больше радиуса ω. На луче с началом в точке O, пересекающем окружность Ω в точке A, отмечена точка B такая, что $OB > OA$. На окружности ω выбраны точки K и M таким образом, что прямые AM и BK касаются этой окружности. Прямая BL касается окружности Ω в точке L. Найдите наибольшую возможную длину BL, если $AM = 20$, $BK = 29$.
Ответ: 21.

б) Даны две концентрические окружности Ω и ω с центром в точке O, причём радиус Ω больше радиуса ω. На луче с началом в точке O, пересекающем окружность Ω в точке A, отмечена точка B такая, что $OB > OA$. На окружности ω выбраны точки K и M таким образом, что прямые AM и BK касаются этой окружности. Прямая BL касается окружности Ω в точке L. Найдите наибольшую возможную длину BL, если $AM = 8$, $BK = 17$.
Ответ: 15.

в) Даны две концентрические окружности Ω и ω с центром в точке O, причём радиус Ω больше радиуса ω. На луче с началом в точке O, пересекающем окружность Ω в точке A, отмечена точка B такая, что $OB > OA$. На окружности ω выбраны точки K и M таким образом, что прямые AM и BK касаются этой окружности. Прямая BL касается окружности Ω в точке L. Найдите наибольшую возможную длину BL, если $AM = 24$, $BK = 26$.
Ответ: 10.

г) Даны две концентрические окружности Ω и ω с центром в точке O, причём радиус Ω больше радиуса ω. На луче с началом в точке O, пересекающем окружность Ω в точке A, отмечена точка B такая, что $OB > OA$. На окружности ω выбраны точки K и M таким образом, что прямые AM и BK касаются этой окружности. Прямая BL касается окружности Ω в точке L. Найдите наибольшую возможную длину BL, если $AM = 9$, $BK = 41$.
Ответ: 40.

Даны две концентрические окружности Ω и ω с центром в точке O, причём радиус Ω больше радиуса ω. На луче с началом в точке O, пересекающем окружность Ω в точке A, отмечена точка B такая, что $OB > OA$. На окружности ω выбраны точки K и M таким образом, что прямые AM и BK касаются этой окружности. Прямая BL касается окружности Ω в точке L. Найдите наибольшую возможную длину BL, если $AM = p$, $BK = q$.
Ответ: $\sqrt{q^2 - p^2}$.
Решение. Пусть радиусы окружностей Ω и ω равны R и r соответственно. По теореме Пифагора для треугольников AMO, BKO, BLO получаем равенства

$$r^2 = R^2 - p^2, \tag{1}$$

$$r^2 + q^2 = BO^2, \tag{2}$$

$$R^2 + BL^2 = BO^2. \tag{3}$$

Тогда вычитая из суммы равенств (1) и (3) соотношение (2), получаем $R^2 + BL^2 - q^2 = R^2 - p^2$, откуда $BL^2 = q^2 - p^2$ и $BL = \sqrt{q^2 - p^2}$.

5. а) На доске написаны подряд идущие натуральные числа от 1 до 301 (каждое из них ровно один раз) Сколькими способами можно стереть три из написанных чисел так, чтобы остаток от деления суммы всех чисел на доске на 3 после этого не изменился?

Ответ: $2 \cdot C_{100}^3 + C_{101}^3 + 100^2 \cdot (100+1) = 1\,500\,050$.

Решение. Если остаток от деления суммы всех чисел на 3 не меняется, это означает, что сумма трёх выбранных чисел должна делиться на 3.

Найдём количество способов выбрать нужные три числа из натуральных чисел от 1 до $3n+1$. Все способы разобьём на два класса: к первому отнесём все те тройки, в которых остатки всех трёх чисел от деления на 3 одинаковы, а ко второму — тройки, в которых все три остатка от деления на 3 встречаются по одному разу. Общее число способов из первого класса равно $2 \cdot C_n^3 + C_{n+1}^3$, поскольку чисел, кратных 3 или имеющих остаток 2 при делении на 3 — по n штук, а чисел с остатком 1 — всего $n+1$. Число способов из второго класса равно $n^2 \cdot (n+1)$. Получаем $2 \cdot C_n^3 + C_{n+1}^3 + n^2 \cdot (n+1)$ способов. При $n = 100$ находим $2 \cdot C_{100}^3 + C_{101}^3 + 100^2 \cdot (100+1) = 1\,500\,050$.

б) На доске написаны подряд идущие натуральные числа от 1 до 271 (каждое из них ровно один раз) Сколькими способами можно стереть три из написанных чисел так, чтобы остаток от деления суммы всех чисел на доске на 3 после этого не изменился?

Ответ: $2 \cdot C_{90}^3 + C_{91}^3 + 90^2 \cdot (90+1) = 1\,093\,545$.

в) На доске написаны подряд идущие натуральные числа от 1 до 241 (каждое из них ровно один раз) Сколькими способами можно стереть три из написанных чисел так, чтобы остаток от деления суммы всех чисел на доске на 3 после этого не изменился?

Ответ: $2 \cdot C_{80}^3 + C_{81}^3 + 80^2 \cdot (80+1) = 768\,040$.

г) На доске написаны подряд идущие натуральные числа от 1 до 211 (каждое из них ровно один раз) Сколькими способами можно стереть три из написанных чисел так, чтобы остаток от деления суммы всех чисел на доске на 3 после этого не изменился?

Ответ: $2 \cdot C_{70}^3 + C_{71}^3 + 70^2 \cdot (70+1) = 514\,535$.

6. а) Из пункта A в пункт C по прямолинейной железной дороге с постоянной скоростью 60 км/ч движется поезд. В точке B, расположенной на расстоянии 2 км от железной дороги и на расстоянии 3 км от точки A, находится мотоциклист. С какой минимальной постоянной скоростью должен двигаться мотоциклист, чтобы догнать поезд, если известно, что угол BAC острый? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 40.

Решение. Пусть D — точка встречи поезда и мотоциклиста, t — время движения мотоциклиста, u — его скорость, $\alpha = \angle DAB$, a — расстояние от точки B до точки A, v — скорость поезда, а d — расстояние от точки B до железной дороги. Из теоремы косинусов, примененной к треугольнику ABD, имеем:

$$u^2t^2 = a^2 + v^2t^2 - 2avt\cos\alpha \qquad \Longleftrightarrow \qquad u^2 = \frac{a^2}{t^2} - 2\frac{av\cos\alpha}{t} + v^2 = \left(\frac{a}{t} - v\cos\alpha\right)^2 + v^2\sin^2\alpha.$$

Так как $\cos\alpha > 0$, то минимум u достигается при $t = \frac{a}{v\cos\alpha}$. В этом случае $u = v\sin\alpha = \frac{vd}{a}$, поэтому $u = \frac{60\cdot 2}{3} = 40$ км/ч.

б) Из пункта A в пункт C по прямолинейной железной дороге с постоянной скоростью 49 км/ч движется поезд. В точке B, расположенной на расстоянии 5 км от железной дороги и на расстоянии 7 км от точки A, находится мотоциклист. С какой минимальной постоянной скоростью должен двигаться мотоциклист, чтобы догнать поезд, если известно, что угол BAC острый? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 35.

в) Из пункта A в пункт C по прямолинейной железной дороге с постоянной скоростью 70 км/ч движется поезд. В точке B, расположенной на расстоянии 3 км от железной дороги и на расстоянии 5 км от точки A, находится мотоциклист. С какой минимальной постоянной скоростью должен двигаться мотоциклист, чтобы догнать поезд, если известно, что угол BAC острый? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 42.

г) Из пункта A в пункт C по прямолинейной железной дороге с постоянной скоростью 84 км/ч движется поезд. В точке B, расположенной на расстоянии 4 км от железной дороги и на расстоянии 6 км от точки A, находится мотоциклист. С какой минимальной постоянной скоростью должен двигаться мотоциклист, чтобы догнать поезд, если известно, что угол BAC острый? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 56.

7. а) Найдите количество всех пар натуральных чисел $(x; y)$, при которых является верным равенство $x^2 + x + 5y = 1\,000\,002$.

Ответ: 400.

Решение. Правая часть равенства имеет остаток 2 от деления на 5. Левая часть иметь остаток 2 от деления на 5, только если x имеет остаток 1 или 3 от деления на 5.

Разберем эти случаи.

Пусть $x = 5k + 1$, где k — целое неотрицательное число. Тогда равенство можно преобразовать к виду $5k^2 + 3k + y = 200\,000$. Заметим, что для каждого целого k, такого, что $5k^2 + 3k < 200\,000$ число y натуральное и определяется однозначно. Значит, количество пар в этом случае равно количеству $k \geq 0$ таких, что $5k^2 + 3k < 200\,000$, то есть $k \leq 199$. Отсюда количество пар равно 200.

Пусть $x = 5k + 3$. Тогда равенство можно преобразовать к виду $5k^2 + 7k + y = 199\,998$. Аналогично предыдущему случаю получаем, что количество пар равно количеству $k \geq 0$ таких, что $5k^2 + 7k < 199\,998$, то есть $k \leq 199$. Отсюда количество пар равно 200.

Общее количество пар равно $200 + 200 = 400$.

б) Найдите количество всех пар натуральных чисел $(x; y)$, при которых является верным равенство $x^2 + x + 5y = 2\,000\,002$.

Ответ: 566.

в) Найдите количество всех пар натуральных чисел $(x; y)$, при которых является верным равенство $x^2 + x + 5y = 3\,000\,002$.

Ответ: 693.

г) Найдите количество всех пар натуральных чисел $(x; y)$, при которых является верным равенство $x^2 + x + 5y = 4\,000\,002$.

Ответ: 800.

8. а) Для положительных чисел x и y с суммой 7 Петя выписал на доску числа $\frac{x^2+y^2}{x+y}$, $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$, $\frac{x^4+y^4}{x^3+y^3}$. Оказалось, что выписанные числа образуют арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Какое наибольшее значение может принимать сумма x^2+y^2?

Ответ: 24,5.

Решение. Числа a, b, c образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию тогда и только тогда, когда $2b = a + c$. Отсюда получаем уравнение

$$2 \cdot \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2} = \frac{x^2+y^2}{x+y} + \frac{x^4+y^4}{x^3+y^3}.$$

Обозначим $x+y=u$, $xy=v$. Тогда $x^2+y^2 = u^2-2v$, $x^3+y^3 = u^3-3uv$, $x^4+y^4 = u^4-4u^2v+2v^2$ и уравнение принимает вид

$$\frac{2u^3-6uv}{u^2-2v} = \frac{u^2-2v}{u} + \frac{u^4-4u^2v+2v^2}{u^3-3uv}.$$

Приводя к общему знаменателю и упрощая, имеем $u^4v - 8u^2v^2 + 16v^3 = 0$, откуда $v\left(u^2-4v\right)^2 = 0$, а так числа u и v положительны, $u^2 = 4v$. По условию $u = 7$, следовательно, $v = \frac{49}{4}$ и $x^2+y^2 = u^2-2v = \frac{49}{2} = 24{,}5$.

б) Для положительных чисел x и y с суммой 9 Петя выписал на доску числа $\frac{x^2+y^2}{x+y}$, $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$, $\frac{x^4+y^4}{x^3+y^3}$. Оказалось, что выписанные числа образуют арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Какое наибольшее значение может принимать сумма x^2+y^2?

Ответ: 40,5.

в) Для положительных чисел x и y с суммой 11 Петя выписал на доску числа $\frac{x^2+y^2}{x+y}$, $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$, $\frac{x^4+y^4}{x^3+y^3}$. Оказалось, что выписанные числа образуют арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Какое наибольшее значение может принимать сумма x^2+y^2?

Ответ: 60,5.

г) Для положительных чисел x и y с суммой 13 Петя выписал на доску числа $\frac{x^2+y^2}{x+y}$, $\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$, $\frac{x^4+y^4}{x^3+y^3}$. Оказалось, что выписанные числа образуют арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Какое наибольшее значение может принимать сумма x^2+y^2?

Ответ: 84,5.

9. а) Города X и Y расположены на реке, причём X — выше по течению, а между ними находится пристань П. В 8:00 катамаран и лодка находились в городе X, плот — у пристани П, а катер — в городе Y. Они одновременно начали движение: катер — вверх по течению, а катамаран, лодка и плот — вниз по течению. Известно, что лодка и плот встретились в том же самом месте, где катамаран встретился с катером. Кроме того, катамаран и плот встретились в том же самом месте, где встретились лодка и катер. Все движутся с постоянными скоростями, скорость катера в 6 раз больше скорости плота (то есть одно и то же расстояние катер проходит в

6

раз быстрее, чем плот), а места встречи плота с лодкой и с катамараном различны. Найдите отношение расстояния XП к расстоянию ПY.

Ответ: 0,2.

Решение. Пусть $v_{Л}$, $v_{П}$, $v_{К_1}$ и $v_{К_2}$ — скорости лодки, плота, катамарана и катера соответственно, а $Л = \dfrac{1}{v_{Л}}$, $П = \dfrac{1}{v_{П}}$, $К_1 = \dfrac{1}{v_{К_1}}$, $К_2 = \dfrac{1}{v_{К_2}}$. Обозначим также через $x_{п}$ и $x_{у}$ расстояния от города X до пристани П и города Y соответственно. Законы движения данных 4 судов можно записать в виде

$$t = Лx \quad (\text{лодка}),$$

$$t = К_1 x \quad (\text{катамаран}),$$

$$t = П(x - x_{п}) \quad (\text{плот}),$$

$$t = -К_2(x - x_y) \quad (\text{катер}).$$

Воспользовавшись совпадением координат мест встречи лодки и плота, а также катамарана и катера, получим соотношение $\dfrac{П - К_1}{Л + К_2} = \dfrac{x_{п}}{x_y}\dfrac{П}{К_2}$. Аналогично, из того, что катамаран и плот встретились в той же точке, что лодка и катер, получаем, что $\dfrac{П - Л}{К_1 + К_2} = \dfrac{x_{п}}{x_y}\dfrac{П}{К_2}$. Итак,

$$\frac{П - К_1}{Л + К_2} = \frac{x_{п}}{x_y}\frac{П}{К_2} = \frac{П - Л}{К_1 + К_2}$$

Приравнивая дроби в левой и правой частях, перемножая и приводя подобные слагаемые, получаем, что $К_1 + К_2 + Л = П$. Тогда, используя оставшееся равенство, находим $\dfrac{x_{п}}{x_y} = \dfrac{К_2}{П} = \dfrac{1}{6}$. Ясно, что $\dfrac{x_{п}}{x_y} = \dfrac{XП}{XП + ПY}$, откуда $\dfrac{XП}{ПY} = \dfrac{1}{5}$.

б) Города X и Y расположены на реке, причём X — выше по течению, а между ними находится пристань П. В 8:00 катамаран и лодка находились в городе X, плот — у пристани П, а катер — в городе Y. Они одновременно начали движение: катер — вверх по течению, а катамаран, лодка и плот — вниз по течению. Известно, что лодка и плот встретились в том же самом месте, где катамаран встретился с катером. Кроме того, катамаран и плот встретились в том же самом месте, где встретились лодка и катер. Все движутся с постоянными скоростями, скорость катера в 3 раз больше скорости плота (то есть одно и то же расстояние катер проходит в

3

раза быстрее, чем плот), а места встречи плота с лодкой и с катамараном различны. Найдите отношение расстояния XП к расстоянию ПY.

Ответ: 0,5.

в) Города X и Y расположены на реке, причём X — выше по течению, а между ними находится пристань П. В 8:00 катамаран и лодка находились в городе X, плот — у пристани П, а катер — в городе Y. Они одновременно начали движение: катер — вверх по течению, а катамаран, лодка и плот — вниз по течению. Известно, что лодка и плот встретились в том же самом месте, где катамаран встретился с катером. Кроме того, катамаран и плот встретились в том же самом месте, где встретились лодка и катер. Все движутся с постоянными скоростями, скорость катера в 5 раз больше скорости плота (то есть одно и то же расстояние катер проходит в

$$5$$

раз быстрее, чем плот), а места встречи плота с лодкой и с катамараном различны. Найдите отношение расстояния XП к расстоянию ПY.

Ответ: 0,25.

г) Города X и Y расположены на реке, причём X — выше по течению, а между ними находится пристань П. В 8:00 катамаран и лодка находились в городе X, плот — у пристани П, а катер — в городе Y. Они одновременно начали движение: катер — вверх по течению, а катамаран, лодка и плот — вниз по течению. Известно, что лодка и плот встретились в том же самом месте, где катамаран встретился с катером. Кроме того, катамаран и плот встретились в том же самом месте, где встретились лодка и катер. Все движутся с постоянными скоростями, скорость катера в 11 раз больше скорости плота (то есть одно и то же расстояние катер проходит в

$$11$$

раз быстрее, чем плот), а места встречи плота с лодкой и с катамараном различны. Найдите отношение расстояния XП к расстоянию ПY.

Ответ: 0,1.

10. а) В вершинах правильного 50-угольника разместили 49 белых и 1 чёрную фишки. Сколькими способами можно выбрать две белых и одну чёрную фишку так, чтобы они лежали в вершинах прямоугольного треугольника?

Ответ: 72.

Решение. Опишем вокруг многоугольника окружность. Если три вершины образуют прямоугольный треугольник, то гипотенуза является диаметром этой окружности.

Возможны два случая.

1. Угол с чёрной фишкой – прямой. Тогда гипотенузу можно выбрать $(50-2):2 = 24$ способами.

2. Угол с чёрной фишкой – не прямой. Значит, диаметр с концами в вершинах с белой и чёрной фишками является гипотенузой. Оставшуюся вершину прямого угла можно выбрать $50-2 = 48$ способами.

Общее количество способов есть $24 + 48 = 72$.

б) В вершинах правильного 54-угольника разместили 53 белых и 1 чёрную фишки. Сколькими способами можно выбрать две белых и одну чёрную фишку так, чтобы они лежали в вершинах прямоугольного треугольника?

Ответ: 78.

в) В вершинах правильного 60-угольника разместили 59 белых и 1 чёрную фишки. Сколькими способами можно выбрать две белых и одну чёрную фишку так, чтобы они лежали в вершинах прямоугольного треугольника?

Ответ: 87.

г) В вершинах правильного 64-угольника разместили 63 белых и 1 чёрную фишки. Сколькими способами можно выбрать две белых и одну чёрную фишку так, чтобы они лежали в вершинах прямоугольного треугольника?

Ответ: 93.