20 октября 2024 г. 11 класс, второй отборочный тур олимпиады Физтех 2025

Решение задачи 1

Обозначения: время движения на первом отрезке $2\tau_1$, на втором $2\tau_2$. По условию $V_1 2\tau_1 = V_2 2\tau_2$, $V_2 = V_1 + a(\tau_1 + \tau_2)$, $V = V_1 + a\tau_1$.

Из приведенных соотношений следует $V = \dfrac{V_1^2 + V_2^2}{V_1 + V_2}$.

Решение задачи 2

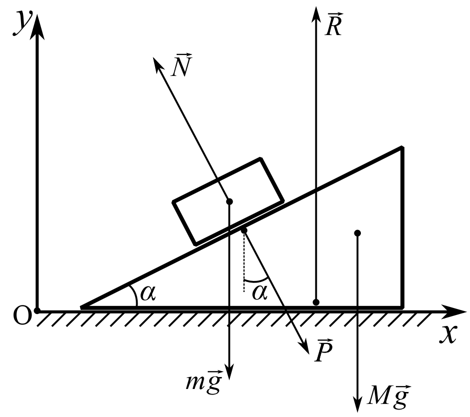


Рис. 1

Для определения ускорения клина рассмотрим движение каждого из тел. Силы, приложенные к телам, указаны на рис.1, $\vec{P} = -\vec{N}$. Второй закон Ньютона для клина $M\vec{a}_1 = M\vec{g} + \vec{P} + \vec{R}$ и для шайбы $m\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N}$.

Переходя к проекциям сил и ускорений на ось Ox, получаем $M a_{1x} = N\sin\alpha$, $m a_{2x} = -N\sin\alpha$,

$a_{2x} = -\dfrac{M}{m} a_{1x}$.

Проекцию $a_{2\eta}$ ускорения шайбы на направление наклонной плоскости найдем из второго закона Ньютона $m a_{2\eta} = mg\sin\alpha$.

Ускорения клина и шайбы связаны законом сложения ускорений $\vec{a}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_{\text{отн}}$. Из треугольника ускорений (рис.2) следует

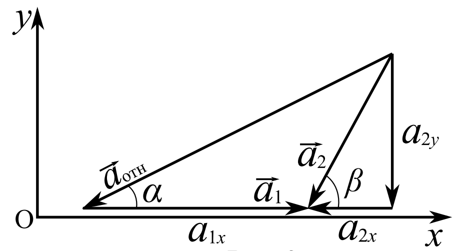


Рис. 2

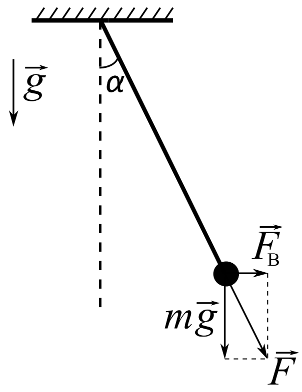
$$a_{\text{отн}} = g\sin\alpha + a_{1x}\cos\alpha = \frac{a_{1x} - a_{2x}}{\cos\alpha}.$$

Из приведенных соотношений находим ускорение клина $a_{1x} = \dfrac{1}{2}\dfrac{m\sin 2\alpha}{M + m\sin^2\alpha} g$.

Далее $P = \dfrac{M a_{1x}}{\sin\alpha}$, тогда

$$R = M g + P\cos\alpha = M g \frac{M + m}{M + m\sin^2\alpha}.$$

Решение задачи 3



Сила, с которой ветер действует на шарик (см. рис.), $F_B = mgtg\alpha$. В равновесии $F = \sqrt{(mg)^2 + F_B^2} = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$.

В формуле Гюйгенса $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{mL}{mg}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$.

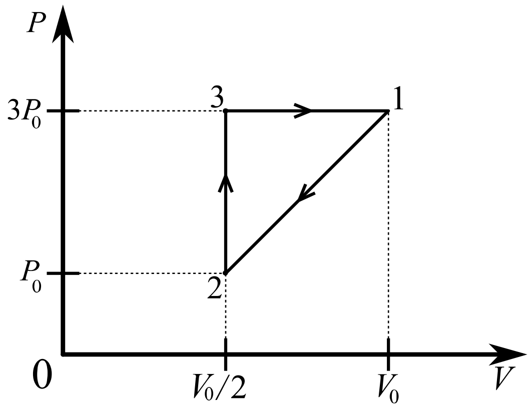
В рассматриваемой задаче

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{F}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\alpha}{g}} = T_0\sqrt{\cos\alpha}\,.$$

Решение задачи 4

Отсчитанная от нуля на бесконечности потенциальная энергия взаимодействия точечной массы m и однородного шара массы M равна $\Pi(r) = -G\dfrac{Mm}{r}$, здесь r – расстояние от центра шара до точечной массы. По определению работа силы тяжести на рассматриваемом перемещении $A = \Pi(R) - \Pi(R+h) = -G\dfrac{Mm}{R} + G\dfrac{Mm}{R+h} = -mgh\dfrac{R}{R+h}$, здесь $g = G\dfrac{M}{R^2} \approx 10$ м/с^2.

Решение задачи 5



В состояниях 1 и 2 $3P_0 = a + \dfrac{b}{\rho_0}$, $P_0 = a + \dfrac{b}{2\rho_0}$, отсюда $a = -P_0$, $b = 4P_0\rho_0$, тогда в процессе 1-2 $P = -P_0 + \dfrac{4P_0\rho_0}{\rho} = P_0\left(4\dfrac{V}{V_0} - 1\right)$. Цикл в P,V координатах представлен на рисунке к решению (см. рис). Работа газа за цикл $A = \dfrac{1}{2}2P_0\dfrac{1}{2}V_0 = \dfrac{1}{2}P_0V_0$. Максимальная внутренняя энергия газа в процессе $U_{MAX} = \dfrac{3}{2}3P_0V_0 = \dfrac{9}{2}P_0V_0$. Искомая работа $A = \dfrac{U_{MAX}}{9}$

Решение задачи 6

В начальном состоянии парциальное давление пара $P_0 V = \frac{m_0}{\mu} RT$**,** в конечном состоянии пар насыщенный $P_H \frac{V}{n} = \frac{m_0 - m}{\mu} RT$**.**

По условию $\tilde{\varphi} = \frac{\varphi\%}{100\%} = \frac{P_0}{P_H} = \frac{m_0}{(m_0 - m)n}$. Отсюда $m_0 = \frac{m}{1 - \frac{1}{n\tilde{\varphi}}}$.

Решение задачи 7

По определению работа внешней силы равна взятой с противоположным знаком работе сил электрического поля

$$A = -Q(\varphi_2 - \varphi_1) = -Q\left[\left(-k\frac{q}{R} + k\frac{q}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right) - \left(k\frac{q}{R} - k\frac{q}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right)\right] = \frac{2kqQ}{R}\left(1 - \frac{R}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right)$$

Решение задачи 8

Сопротивления приборов: вольтметра $R_V = \frac{U_1}{I_1}$, амперметра $R_A = \frac{U_2}{I_2}$. По закону Ома для полной цепи: в первом опыте $\mathsf{E} = I_1(R_V + R_A + r)$, во втором опыте $\mathsf{E} = \left(I_2 + \frac{U_2}{R_V}\right) r + U_2$. Из этих соотношений находим

внутреннее сопротивление батарейки $r = \dfrac{U_1 + U_2\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)}{I_2 + I_1\left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right)}$

и ЭДС батарейки $\mathsf{E} = U_1 + U_2\frac{I_1}{I_2} + I_1\dfrac{U_1 + U_2\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right)}{I_2 + I_1\left(\frac{U_2}{U_1} - 1\right)}$. Далее приходим к ответу на вопрос задачи $I_0 = \frac{\mathsf{E}}{r}$.

Решение задачи 9

По второму закону Ньютона $m\vec{a}=\vec{F}$. Перейдем к проекциям ускорения и силы на радиальное направление, получаем $m\frac{V^2}{R}=eVB$. Отсюда $\frac{V}{R}=\frac{e}{m}B$, период обращения $T=\frac{2\pi R}{V}=\frac{2\pi}{\frac{e}{m}B}$. Число оборотов за одну секунду $\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\frac{e}{m}B$.

Решение задачи 10

Потенциал в центре квадратной пластины

$$\varphi_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{-0,5a\le y\le 0,5a}\sum_{-0,5a\le x\le 0,5a}\frac{\sigma\cdot\Delta x\cdot\Delta y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

переходом к безразмерным переменным $\tilde{x}=\frac{x}{a}$, $\tilde{y}=\frac{y}{a}$ можно привести к виду

$$\varphi_1=a\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}S$$

здесь a - сторона квадрата, число S -двойная сумма

$$S=\sum_{-0,5\le\tilde{y}\le 0,5}\sum_{-0,5\le\tilde{x}\le 0,5}\frac{\Delta\tilde{x}\cdot\Delta\tilde{y}}{\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2}}$$

по площади единичного квадрата. Тогда по принципу суперпозиции потенциал в любой вершине квадратной пластины

$$\varphi_2=\frac{1}{4}\left(2a\frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}S\right)=\frac{\varphi_1}{2}.$$

По закону сохранения энергии

$$Q\varphi_1=\frac{mV_1^2}{2},\quad Q\varphi_2=\frac{mV_2^2}{2},\quad \frac{V_2}{V_1}=\sqrt{\frac{\varphi_2}{\varphi_1}},\quad V_2=\frac{1}{\sqrt{2}}V_1.$$