20 октября 2024 г. 10 класс, второй отборочный тур олимпиады Физтех 2025

Решение задачи 1.

Наибольшая сила F_1, с которой шайба действует на жёлоб, больше наименьшей силы F_2 на $6mg$, где m — масса шайбы, g — ускорение свободного падения. Отсюда

$$F_2 = \frac{6mg}{\frac{F_1}{F_2} - 1}$$

Решение задачи 2.

$F_0 = \mu g(M + m)$, где μ — коэффициент трения скольжения бруска по доске, g — ускорение свободного падения, M — масса доски, m — масса бруска; $F = \alpha \cdot \mu g(M + m)$; ускорение бруска $a_{б} = \mu g$ (1); ускорение доски $a_{д} = \mu g \left(\alpha + \frac{m}{M}(\alpha - 1)\right)$;ускорение бруска относительно доски $a_{отн} = a_{д} - a_{б}$, $a_{отн} = \mu g(\alpha - 1)\left(1 + \frac{m}{M}\right)$ (2); по условию $\frac{a_{отн}}{a_{б}} = n$ (3). Из (1), (2) и (3) получаем

$$\frac{M}{m} = \frac{\alpha - 1}{n - \alpha + 1}$$

Решение задачи 3.

Проекция ускорения бруска $a_x = \frac{F_0}{m}(b - kt) - \mu g$, где m — масса бруска, μ — коэффициент трения скольжения бруска по плоскости; проекция скорости бруска $V_x = \frac{F_0}{m}\left(bt - \frac{kt^2}{2}\right) - \mu g t$; наибольший модуль проекции скорости бруска за время от t=0 до t=t_1 ($t_1 = 2\left(\frac{F_0 b - \mu m g}{kF_0}\right)$ — момент остановки бруска) $V_{mx} = \frac{F_0}{m}\left(bt_m - \frac{kt_m^2}{2}\right) - \mu g t_m$, где $t_m = \frac{F_0 b - \mu m g}{kF_0}$ — момент времени, когда ускорение бруска впервые после начала движения обращается в ноль. Брусок остановится в момент времени t_1, брусок начнёт двигаться в обратном направление в момент времени
$t_2 = \frac{F_0 b + \mu m g}{kF_0}$. Проекция скорости бруска в момент окончания действия силы (при t>t_2)
$V_{кx} = \frac{F_0}{m}\left(b(t - t_2) - \frac{k(t^2 - t_2^2)}{2}\right) + \mu g(t - t_2)$.

1) Если V_{mx}>$|V_{кx}|$, то ответ $V_{mx} = \frac{F_0}{m}\left(bt_m - \frac{kt_m^2}{2}\right) - \mu g t_m$;
2) Если $|V_{кx}| > V_{mx}$, то ответ $|V_{кx}| = \left|\frac{F_0}{m}\left(b(t - t_2) - \frac{k(t^2 - t_2^2)}{2}\right) + \mu g(t - t_2)\right|$

Решение задачи 4.

В первом эксперименте $\mu = \operatorname{tg} \alpha$, где α — угол наклона жёлоба к горизонту.

Равнодействующая сил во втором эксперименте

$$F = mg(\sin(n\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha)\cos(n\alpha))$$

Решение задачи 5.

Из первого закона термодинамики и определения внутренней энергии идеального газа

$$\Delta T = \frac{Q(\gamma - 1)}{\nu R(\alpha + 1)}$$

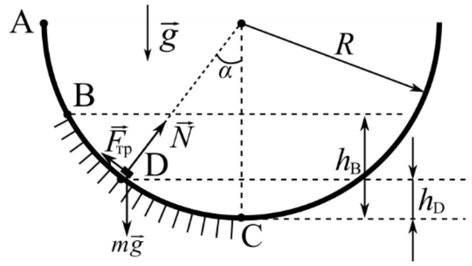
где Q — количество теплоты, подведённое к газу в квазистатическом процессе, ν — число моль газа, R — универсальная газовая постоянная, α — отношение работы, совершённой газом, к приращению внутренней энергии газа в рассматриваемом процессе.

Решение задачи 6.

Брусок придёт в движение относительно доски через мгновение после того, как сила трения, действующая на брусок со стороны доски, станет равной $\mu m g$, где μ — коэффициент трения скольжения бруска по доске, m — масса бруска, g — ускорение свободного падения. Ускорение доски и бруска в этот момент равно μg. Из второго закона Ньютона и закона Гука находим деформацию $\Delta x = \frac{\mu g(M+m)}{k}$ пружины, где M — масса доски, k — коэффициент жёсткости пружины. Из закона сохранения энергии (ЗСЭ) находим скорость доски и бруска в указанный момент времени

$$V = \sqrt{V_0^2 - \frac{M+m}{k}\mu^2 g^2}$$

Решение задачи 7



Из второго закона Ньютона и закона Амонтона-Кулона, в точке D (см. рис.)

$$\begin{cases} mg \cdot \sin\alpha = \mu_D N \ (1) \\ N = m\left(\dfrac{V^2}{R} + g \cdot \cos\alpha\right) \ (2) \end{cases}$$

где m — масса шайбы, g — ускорение свободного падения, μ_D — коэффициент трения скольжения шайбы по жёлобу в точке D, N — сила реакции опоры, $F_{тр} = \mu_D N$ — сила трения, действующие на шайбу в точке D. Скорость V шайбы на шероховатом участке равна по модулю скорости шайбы в точке B.

Скорость шайбы в точке B находим из ЗСЭ $V = \sqrt{2gR(1-a)}$ (3). Из (1), (2) и (3) находим

$$\mu_D = \frac{\sqrt{b(2-b)}}{3 - 2a - b}$$

Решение задачи 8

Вектор ускорения материальной точки $\vec{a} = b\vec{i} - 2ct\vec{j}$; $|\vec{a}| = \sqrt{b^2 + (2ct)^2}$

Решение задачи 9

Материальная точка остановится в момент времени $t_0 = bT$, в точке с координатой $x_0 = \frac{b^2TV_0}{2}$. Путь, пройденный материальной точкой за время от t=0 до t

$$\text{при } t<t_0\text{: } S = V_0\left(bt - \frac{t^2}{2T}\right),$$

$$t\geq t_0\text{: } S = V_0\left(b^2T - bt + \frac{t^2}{2T}\right)$$

Решение задачи 10

За время соударения вектор скорости произвольной точки обруча изменяет своё направление на $\frac{\pi}{2}$, следовательно $\beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ (1), где β — угол между векторами скорости произвольной точки обруча и скорости центра масс обруча непосредственно до соударения, γ — угол между векторами скорости произвольной точки обруча и скорости центра масс обруча сразу после соударения. По условию $\gamma = n\beta$ (2). Из (1) и (2) $\gamma = \frac{\pi}{2}\frac{n}{n+1}$. По теореме косинусов, искомая скорость

$$V = V_0\sqrt{2(1+\cos(2\gamma))} = 2V_0\cos\gamma$$