



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = k_1 \cdot 3^{11} \cdot z^{11}$$

$$bc = k_2 \cdot 3^{18} \cdot z^{16}$$

$$ac = k_3 \cdot 3^{21} \cdot z^{22}$$

$$z^{38} > z^{11} \cdot z^{16}$$

\Downarrow

$$k_1 \cdot k_2 \text{ как макс } ; z^{38-11-16} =$$

$$\cancel{a \cdot b \cdot c} = \cancel{a \cdot b} = k_3 \cdot 3^{21} \cdot z^{38} \cdot \cancel{b}$$

$$= z^{11}$$

$$\cancel{a \cdot b} \cdot a \cdot c = k_3 \cdot 3^{21} \cdot z^{38} \cdot b$$

\Downarrow

$$\text{мин ст } \text{ссыл } z^{38}$$

$$a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot a \cdot c = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot 3^{50} \cdot z^{65}$$

$$(abc)^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot 3^{50} \cdot z^{65}$$

$$abc \text{ мин, так } abc^2 \text{ мин.}$$

\Downarrow

$$k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \text{ мин.}$$

$$\text{мин } z^{11} \text{ мин.}$$

$$(abc)_{\min}^2 = z^{11} \cdot 1 \cdot 3^{50} \cdot z^{65}$$

$$(abc)^2 = 3^{50} \cdot z^{76}$$

$$abc = 3^{25} \cdot z^{38}$$

$$ac = 3^{21} \cdot z^{38} \Rightarrow b = 3^4$$

$$c = 3^{19-4} \cdot z^{16} \cdot k_2 = 3^{14} \cdot z^{16} \cdot k_2$$

$$a = 3^{11-4} \cdot z^{11} \cdot k_1 = 3^7 \cdot z^{11} \cdot k_1$$

$$k_1 \cdot k_2 = z^{11}$$

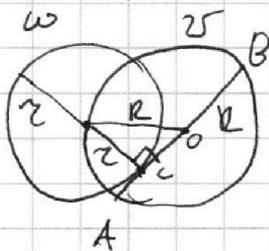
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

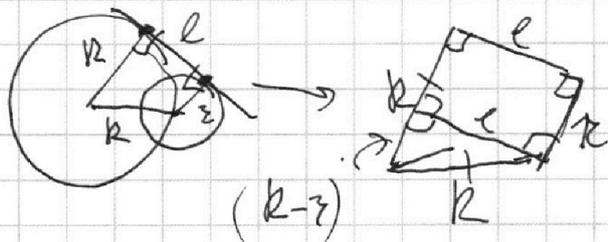


т.к. диаметр σ „касается“
то ч. σ лежит вне ω .

$$R > r.$$

$$d = AB = 16 + 1 = 17.$$

$$R = \frac{17}{2} = 8,5$$



$$R^2 = l^2 + (R-r)^2$$

$$l^2 = R^2 - (R-r)^2 + 2Rr$$

$$l = \sqrt{2Rr}$$

т.о. ч. σ $OC = AO = AC = R - AC = 8,5$.

$$R^2 = r^2 + 8,5^2$$

$$r^2 = (8,5 - r)(8,5 + r) = 16$$

$$r = 4.$$

$$l = \sqrt{2 \cdot 8,5 \cdot 4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$l = \sqrt{2 \cdot 8,5 \cdot 4 - 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 2y = z.$$

$$\frac{z}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{z} \quad | \cdot xyz.$$

$$3y \cdot (3x + 2y) + 1x(3x + 2y) = 2xy.$$

$$6y^2 + 3x^2 + 9xy + 2xy = 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + yxy = 0$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0.$$

но т. виста $x = -2y$ $x = -1y$.

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$= \frac{6x^2 + 8y^2 + 12xy}{6y^2 - x^2}$$

1. $x = -2y$.

$$\frac{12xy^2 + 8y^2 - 24y^2}{6y^2 - 2y^2} = \frac{-4y^2}{4y^2} = -1.$$

2. $x = -1y$.

$$\frac{6y^2 + 8y^2 - 12y^2}{6y^2 - y^2} = \frac{2y^2}{5y^2} = 0,4.$$

на иб. возм 0,4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

S - путь.

t, T время

$$\Delta t = 2\tau.$$

$\Delta S = 96$ км - скор вел.

$$\Delta T = 1,25\tau.$$

u - скор мет.

$$\Delta \omega = 6 \frac{\text{км}}{\tau}.$$

$$\Delta t = \frac{S}{\omega} - \frac{S}{u} = 2.$$

$$\Delta T = \frac{S}{\omega + \omega} - \frac{S}{\omega + 0\omega} = 1,25.$$

$$\Delta S = \frac{S \cdot \omega}{\omega} - \frac{S \cdot \omega}{u} = 96.$$

т. к. велосипед.

прелезает -
не может мет
то $\omega < u$.

$$u - \omega > 0.$$

$$(1) S \cdot \frac{u - \omega}{u\omega} = 2$$

$$(1) : \frac{(u+6)(u+6)}{u\omega} = 1,6.$$

$$(2) S \cdot \frac{u^2 - \omega^2}{u\omega} = 96$$

$$u\omega + 6u + 6\omega + 36 = 1,6u\omega.$$

$$u + \omega + 6 = 0,1u\omega.$$

$$(3) S \cdot \frac{u - \omega}{(u+6)(u+6)} = 1,25.$$

$$(2) : \frac{96}{(1)} : \frac{u + \omega}{2} = 48.$$

$$u_3 \frac{(1)}{(3)} \text{ и } \frac{(2)}{(1)} \quad 0,1u\omega = 6 + 48$$

$$u\omega = 540.$$

$$(u - \omega)^2 = u^2 + 2u\omega + \omega^2 - 4u\omega = (u + \omega)^2 - 4u\omega$$

$$(u - \omega)^2 = 48^2 - 540 \cdot 4 = 2304 - 2160 = 144 = 12^2$$

$$(u - \omega) = \pm 12. \quad \text{но если } u < \omega \Rightarrow \text{не может } \omega > u. \quad \times$$

$$u - \omega = 12.$$

$$u_3 (1) \quad S = \frac{2 \cdot u\omega}{u - \omega} = \frac{2 \cdot 540}{12} = 90 \text{ км.}$$

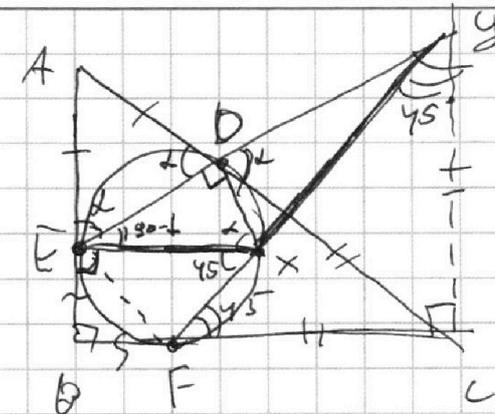
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AE = AD$$

$$\angle AEY = \angle EYC = \alpha$$

$$DC = YC$$

т.к. $\triangle EFCY$ — р/б.

$$\text{то } \angle YFC = \angle FYC = 45^\circ$$

$$EX = R \Rightarrow XY = \frac{2R}{\sqrt{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$BE = BF$$

$\triangle BEF$ — р/б.

$$\angle BFE = 45^\circ \Rightarrow \angle FXE = 180 - 45 - 45 = 90^\circ$$

$$\angle EXF = \angle YFC = 45^\circ \quad \text{т.к. } EX \text{ — диаметр } \odot \omega$$

$$\angle BEF = 90^\circ$$

$$\angle EDX = 90^\circ \quad \text{т.к. } EX \text{ диаметр.}$$

$\triangle AED \sim \triangle YDC$ по двум углам.

$$\frac{AD}{BC} = \frac{ED}{DY}$$

$$\frac{ED}{\sin \alpha} = \frac{EX}{1}$$

$$\frac{DY}{\sin(135 - \alpha)} =$$

$$\angle DXY = 90 - 45 - \alpha$$

$$\angle DXY = 180 - 45 - \alpha$$

$$\angle DXY = 90 - (\alpha - 45) = 135 - \alpha$$



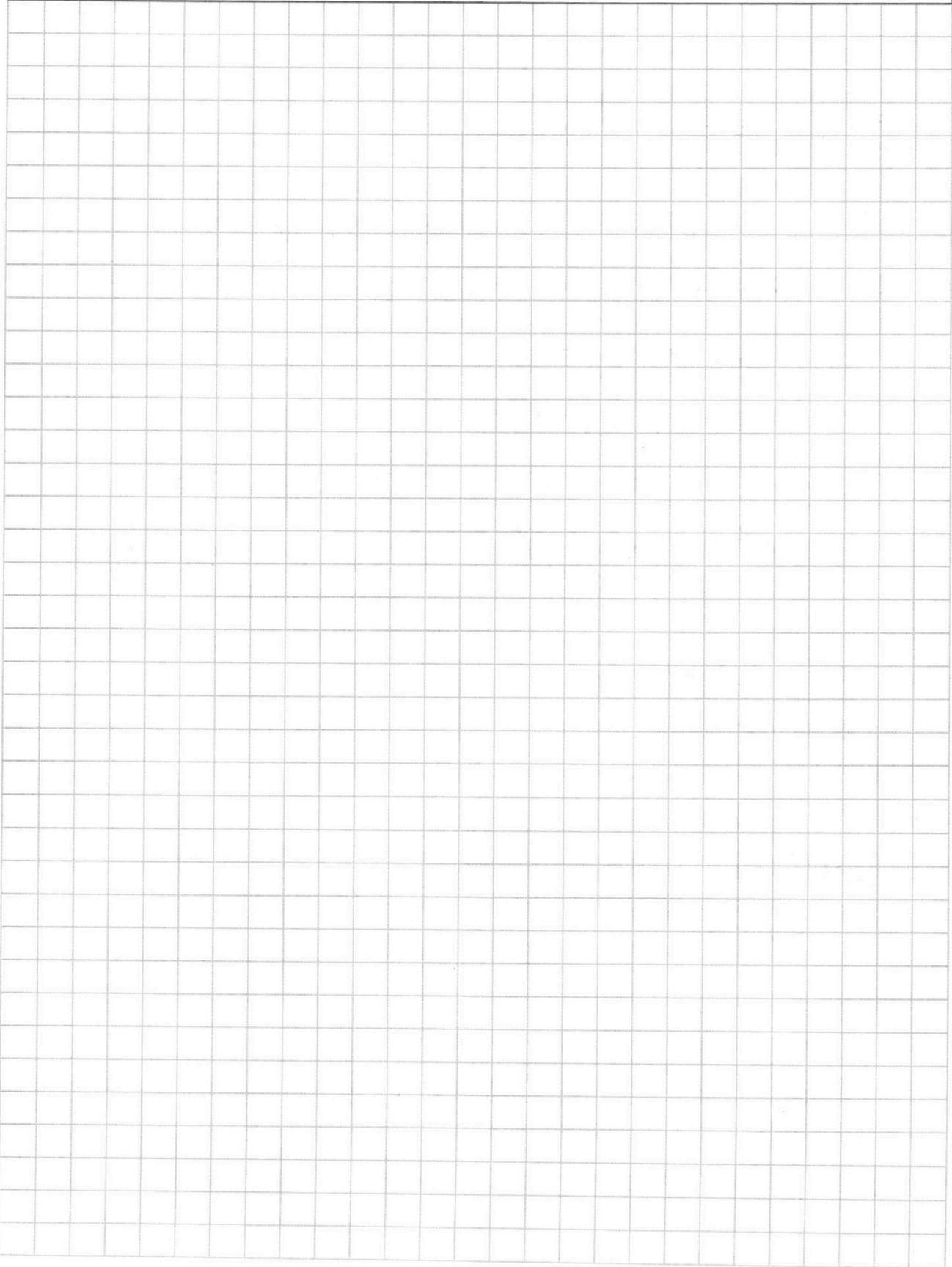
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$45 = 90 - 45 = 45$~~

$\frac{ED}{\sin \alpha} = \frac{E'x}{\sin 45} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{Dy}{\sin(135-k)} = x \cdot y$

$E'x = 2\sqrt{2}xy$

$135-k$

$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{ED}{\sin \alpha} = \frac{Dy}{\sin \alpha}$

$2x^2 - 3x + 4$

$2x^2 - 3x + 4$

$1 - 4 + 2$

$10x^2 - 8x + 1$

$yx = FC \cdot \sqrt{2} - \frac{E'x}{\sqrt{2}}$

$x(2x-1) = \frac{E'x\sqrt{2}}{2}$

$\frac{E'x}{\sin \dots} = \frac{yx}{\sin \dots}$

$\frac{2}{9}$

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin 30 = \frac{1}{2}$

$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}$

$9,5x(4x-1) - 2,5x+4$

$0,5x(4x-6) + 4$

$0,5x(4x-1-5x)$

$-0,5x(x+1) + 4$

$90 - (90-k)$

$135 - (k-45)$

$180-k$

$2\sin 45$

$FC \cdot \sqrt{2}$

$\frac{E'x}{\sqrt{2}}$

$FC \cdot \sqrt{2}$

$2x^2 - 3x + 4$

$1 - 4 + 2$

$10x^2 - 8x + 1$

$yx = FC \cdot \sqrt{2} - \frac{E'x}{\sqrt{2}}$

$x(2x-1) = \frac{E'x\sqrt{2}}{2}$

$\frac{E'x}{\sin \dots} = \frac{yx}{\sin \dots}$

$\frac{2}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$u^2 + 6u + 6v + 36 = 1,6uv$
 $6 \cdot 48 + 36 = 0,6uv$
 $uv = \frac{48 + 36}{0,6} = 48 + 60 = 540$
 $u = 48 - v$
 $v \cdot 48 - v^2 = 540$
 $2v^2 - 48v - 540 = 0$
 $v^2 - 24v - 270 = 0$
 $v = 48$
 $uv = 540$
 $u = 540 / 48 = 11,25$
 $u + v + 6 = 0,1uv$
 $11,25 + 48 + 6 = 0,1 \cdot 540$
 $65,25 = 54$ (Incorrect)

$\frac{5}{v} - \frac{5}{u} = 2,92$
 $\frac{5}{u+6} - \frac{5}{u+6} = 1,25$
 $115 \cdot \frac{u-v}{uv} = 2$
 $215 \cdot \frac{u^2 - v^2}{uv} = 96$
 $3) \frac{u-v}{(u+6)(u+6)} = 1,25$
 $\frac{(u+v)(u+6)(u+6)}{uv} = \frac{96}{1,25}$
 $\frac{48(48+6)(48+6)}{540} =$

$2x^2 - 11x + 6 = 2 \cdot (48 - v)$
 $2x^2 - 11x + 6 = 96 - 2v$
 $2x^2 - 11x + 2v = 90$
 $x = 48$
 $2 \cdot 48^2 - 11 \cdot 48 + 2v = 90$
 $4608 - 528 + 2v = 90$
 $4080 + 2v = 90$
 $2v = 90 - 4080 = -3990$
 $v = -1995$ (Incorrect)

$uv = 540$
 $u + v + 6 = 0,1uv$
 $u + v + 6 = 54$
 $u + v = 48$
 $uv = 540$
 $u = 48 - v$
 $v(48 - v) = 540$
 $48v - v^2 = 540$
 $v^2 - 48v + 540 = 0$
 $D = 48^2 - 4 \cdot 540 = 2304 - 2160 = 144$
 $v = \frac{48 \pm 12}{2} = 30$
 $u = 48 - 30 = 18$
 $uv = 18 \cdot 30 = 540$
 $u + v + 6 = 18 + 30 + 6 = 54 = 0,1 \cdot 540$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

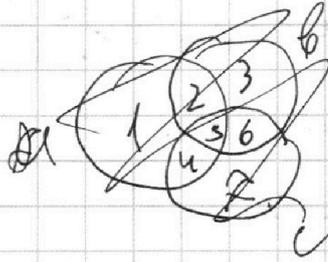
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 3^{11} \cdot 7^{11} \quad (\cancel{3 \cdot 7})^4$$

$$bc: 3^{18} \cdot 7^{16}$$

$$ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$$



$$a > 0 \\ b > 0$$

$$a \cdot b = k_1 \cdot 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$a \cdot c = k_2 \cdot 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$\frac{(a+b) \cdot m}{4}$$

4

$$1 - 3x + 16x^2$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2}$$

$$(a-b)^2 - 6ab$$

$$(a+b)^2 - 10ab$$

$$\frac{(a+b)^2 - 10ab}{a+b} =$$

$$a+b - \frac{10ab}{a+b}$$

$$3x + 2y = z \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3x + 2y - z = 0$$

$$9x^2 + 4y^2 + z^2 + 12xy - 6xz - 4yz = 0$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$14yz$$

$$9x^2 + 4y^2 + z^2 + 14yz = 0$$

$$6 \cdot | 2xy - xz - 3yz$$

$$12xy - 6xz - 18yz = 0$$

$$12xy - 6xz - 4yz = 14yz$$

$$ab: 3^{11} \cdot 7^{11}$$

$$bc: 3^{18} \cdot 7^{16}$$

$$ac: 3^{21} \cdot 7^{38}$$

$$a \cdot b = 3^{21} \cdot 7^{38} \cdot b$$

abc min при b=1

$$ab \cdot bc \cdot ac: 3^{50} \cdot 7^{65}$$

$$b = 3^4 \cdot 7^4 \quad c = 3^{14} \cdot 7^{27} \quad a = 3 \cdot 7$$

$$abc: 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1. $a \cdot b \cdot c = 3^{21} \cdot 7^{38}$

мин степеней:

$$\frac{1 + \frac{b}{a}}{3^a - 3b + kb} \cdot \frac{b + \frac{b^2}{a}}{ab - 3b^2 + kb^3}$$

$ab \cdot bc \cdot ac = 3^{50} \cdot 7^{65}$

$(abc)^2 = 3^{50} \cdot 7^{65}$

$abc = 3^{25} \cdot 7^{32.5}$ *хотят*

$a \cdot b \cdot c = 3^{25} \cdot 7^{38}$

$$\frac{1+k}{3^a - 3b + kb} \cdot (3x + 2y) + x(3x + 2y) - 2xy$$

$$3x^2 + 9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy - 2xy = 6x^2 + 9xy + 6y^2$$

$3^{21} \cdot 7^{38}$

$3x^2 + 9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$

$a \cdot c$ мин

$a \cdot b = 3^{11}$
 $b \cdot c = 3^{16}$

$a \cdot c = 3^{38}$

$a \cdot b = 3^{11} \cdot 7^{11}$

$b \cdot c = 3^{18} \cdot 7^{16}$

$a \cdot c = 3^{21} \cdot 7^{38}$

$\frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2}$

$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0$
 $x = \frac{-9y \pm \sqrt{81y^2 - 12y^2}}{6} = \frac{-9y \pm 3y}{6}$

$k_1, k_2 = 7$

хотят $k_3 = 1$

$(abc)^2 = 3^{50} \cdot 7^{65} \cdot 7^{11}$

$(abc)^4 = 3^{25} \cdot 7^{26} \cdot 7^{38}$

$b = 3^4$

$c = 3^{14}$

$\frac{6x^2 + 3y^2 + 12xy}{6y^2 - x^2}$

$z(3y + x) = 2xy - yz$

$3yz + xz = 2xy$

$3x + 2y = z$

$2x + \frac{2xy}{z} + \frac{y}{z} = z$

$2x + 2yz + 2xy = z^2$

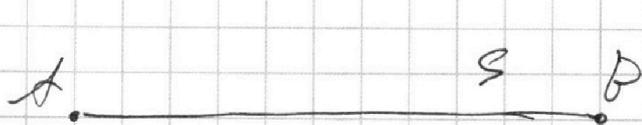
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



v - велос.
 u - мотоци.

$$\Delta t = t_B - t_M = 2\tau$$

$$t_B = \frac{S}{v} \quad t_M = \frac{S}{u}$$

$$S_B = t_M \cdot v = \frac{S \cdot v}{u}$$

$$S_M = t_B \cdot u = \frac{S \cdot u}{v}$$

$$2R \left(\frac{R}{\sqrt{2}} + R \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \\ S \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{u} \right) = \Delta t$$

$$S \cdot \frac{u-v}{uv} = \Delta t$$

$$\Delta S = S_M - S_B = 96u$$

$$S \left(\frac{u}{v} - \frac{v}{u} \right) = \Delta S$$

$$S \cdot \frac{u^2 - v^2}{uv} = \Delta S$$

$$\frac{u^2 - v^2}{uv} = \frac{\Delta S}{S} = \frac{u+v}{u-v}$$

$$u+v = \frac{96}{2} = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\Delta T = T_B - T_M = 1,25 \tau$$

$$T_B = \frac{S}{v+0v} \quad T_M = \frac{S}{u+0v}$$

$$S \left(\frac{1}{v+0} - \frac{1}{u+0} \right) = 1,25 \tau$$

$$S \left(\frac{1}{v+0v} - \frac{1}{u+0v} \right) = \Delta T$$

$$S \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{u} \right) = 2$$

$$S \left(\frac{u-v}{(v+0v)(u+0v)} \right) = \Delta T$$

$$\frac{u-v}{uv} = \frac{2}{1,25}$$

$$\frac{u-v}{uv + 0v + u0v + 0v^2}$$

$$\frac{u-v}{uv + 0v + 0u + 0v} = \frac{16}{uv}$$

2R
 $\frac{2R}{2\sqrt{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$

$2R \cdot \sin 45^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2}$
 $\frac{2R \cdot \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 2R$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x$$

$$2x^2 + x + 3 = 2x^2 - 3x + 4 + (31x - 1)$$

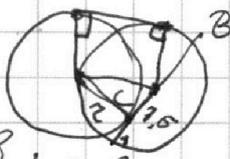
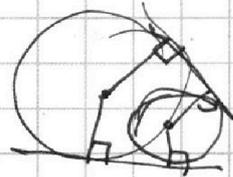
$$2x^2 - 3x + 4 = a \quad 38 - 2x$$

$$1 - 4x = b \quad (8 + 0,5)^2$$

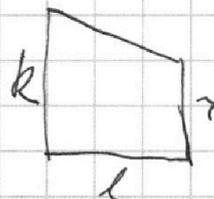
тогда $64 + 0,25 + 8 = 2 \cdot 2,25$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b} = -b$$

$$b = \sqrt{a+b} - \sqrt{a}$$



$R = 8,5$



$$R^2 = r^2 + \frac{l^2}{4}$$

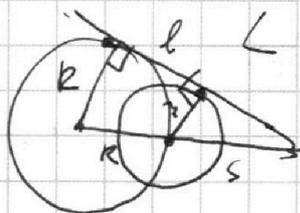
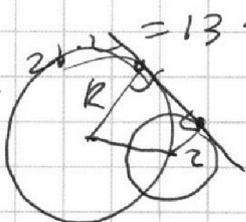
$$r = 8,5 - 2,5 = 8$$

$$r^2 = 16$$

$$r = 4$$

$$r = 4$$

$$\frac{68}{\sqrt{2}} = 13,4$$

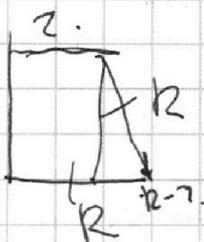


$$\begin{array}{r} \times 8,5 \\ 8,5 \\ \hline 425 \\ 680 \\ \hline 2220 \\ \underline{15} \\ \hline 5+r = \frac{7}{R} \end{array}$$

$$SR = SR + kr$$

$$S \cdot \frac{R \cdot r}{R \cdot R} = S = \frac{Rr}{R-r} = \frac{8,5 \cdot 4}{8,5-4} = \frac{34}{4,5}$$

$$L =$$



$$= \frac{68}{9}$$

$$l = R^2 - (R-r)^2$$

$$l = R^2 - R^2 + r^2 + 2Rr = r^2 + 2Rr$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a}{a+1} = \frac{a^2 - 3ab + b^2}{a^2 - 3ab + b^2}$$

$$\frac{a}{a+1} = \frac{a^2 - 3ab + b^2}{a^2 - 3ab + b^2}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 3ab + b^2}$$

$$= m \cdot \frac{a}{b}$$

$$m = \frac{(a+b)b}{(a^2 - 3ab + b^2)a}$$

$$1 + \frac{b}{a}$$

$$\frac{a^2 - 3ab + b^2}{b}$$

$$\frac{b^2 + ab}{a^3 - 3a^2b + ab^2}$$

$$a+b : m$$

$$a^2 - 3ab + b^2 : m$$

$$2x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\Delta = 9 - 32$$

$$(x+b)(x-c)$$

$$(2x^2 + \dots)$$

$$2x^2$$

$$1 - 4x > 0$$

$$1 - 4x = x$$

$$1 - 4x < 0$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4 + (1 - 4x)}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 - 1} = x$$

$$2x^2 - 3x + 4 + 2x^2 + 3x + 4 - 2\sqrt{(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 - 3x + 4 - 1)} = x^2$$

$$4x^2 - 6x + 8 - 2\sqrt{\dots}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 - 3x + 4 + (1 - 4x)} = 1 - 4x$$

если $(1 - 4x) > 0$, тогда $1 - 4x < 0$