



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

1) Усть степень вхождение 3 и 7 в числа a, b и c —

a_3, b_3, c_3 и a_7, b_7, c_7 , соответственно. \Rightarrow

установка: $\begin{cases} a_3+b_3 \geq 14 & (1) \\ a_7+b_7 \geq 13 & (2) \\ b_3+c_3 \geq 19 & (3) \\ b_7+c_7 \geq 14 & (4) \\ a_3+c_3 \geq 23 & (5) \\ a_7+c_7 \geq 42 & (6) \end{cases}$

Тогда $(abc)_{\min} \geq 3^{(a_3+b_3+c_3)} \cdot 7^{(a_7+b_7+c_7)}$.

2.) $((1) + (3) + (5)) \mid : 2$

пример:

$$a_3 = 3$$

$$b_3 = 5$$

$$c_3 = 14$$

$$2 \cdot (a_3+b_3+c_3) \geq 56$$

$$a_3+b_3+c_3 \geq 28$$

3.) $((2) + (4) + (6)) \mid : 2$

пример:

~~$$a_7 = 21$$~~

~~$$b_7 = 0$$~~

~~$$c_7 = 21$$~~

$$2 \cdot (a_7+b_7+c_7) \geq 72$$

$$a_7+b_7+c_7 \geq 36$$

но $a_7+c_7 \geq 42$, а $a_3, b_3, c_3, a_7, b_7, c_7 \geq 0$. \Rightarrow

(числа полуправильные)

$\Rightarrow a_7+b_7+c_7 \geq 42$. пример: $a_7=c_7=21, b_7=a$

4.) $(abc)_{\min} = 3^{(a_3+b_3+c_3)_{\min}} \cdot 7^{(a_7+b_7+c_7)_{\min}} =$

$$= 3^{28} \cdot 7^{42} \quad (\text{значение при } a_7 = 3^9 \cdot 7^{21})$$

$$b_7 = 3^5 \cdot 7^0$$

$$c_7 = 3^{14} \cdot 7^{21}$$

Объем: $3^{28} \cdot 7^{42}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{U_m} - \frac{L}{U_8} = -1 \\ \frac{L}{U_{m+4}} - \frac{L}{U_{8+4}} = -0,6 \end{array} \right.$$

$$\frac{84}{28} = 3 - 4$$

$$\frac{21 \cdot 345}{24}$$

$$35 \cdot 21 + 49$$

$$27 \cdot 4,5$$

$$\frac{\frac{1}{U_m} - \frac{1}{U_8}}{\frac{84}{35} - \frac{84}{38}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{21 \cdot 345}{63} = \frac{105}{3,5}$$

$$\frac{(U_{m+4}) / (U_{8+4})}{U_m U_8} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{2,4 - 3 = -0,6}{U_m U_8}$$

$$\frac{12}{5} = 2,4$$

$$\frac{32}{4,5} = \frac{735}{1225}$$

$$3 \cdot 21 + 49$$

$$40 \cdot 28$$

$$\frac{18}{13} = 1,5$$

$$5 U_m U_8 = 3 U_m U_8 + 21 U_m + 21 U_8 + 147$$

$$2 U_m U_8 = 21 U_m + 21 U_8 + 147$$

$$\frac{63}{112} = 2,7$$

$$\frac{13}{4,5} \times \frac{28}{112} \times \frac{3,5}{21} = \frac{3,5}{30}$$

$$U_m = 49 - U_8$$

$$\frac{84}{242} =$$

$$\frac{13}{4,5} \times \frac{28}{112} = \frac{3,5}{30}$$

$$\frac{3,5}{23,5} = \frac{49}{1225}$$

$$\frac{28}{3} = 9,3$$

$$\frac{28}{9,3} = 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\frac{a}{b} - \text{несократимое} \Rightarrow (a, b) = 1.$$

$a+b$

$$\cancel{a^2 - 9ab + b^2} \text{ скрываем на } m \Rightarrow a+b : m$$

$$a^2 - 9ab + b^2 : m.$$

1) Рассмотрим $a \equiv v_1 \pmod{m}$; $b \equiv v_2 \pmod{m}$ ($v_1 \neq 0, v_2 \neq 0$, иначе $(a, b) \neq 1$, н.к.)
a) $a+b : m \Rightarrow v_1 + v_2 \equiv 0 \pmod{m}$ и если, $v_1 = 0$, тогда $v_2 = 0 \Rightarrow (a, b) \neq 1$.

б.) $a^2 - 9ab + b^2 : m \Rightarrow v_1^2 - 9v_1v_2 + v_2^2 \equiv 0 \pmod{m}$.

$$(v_1 + v_2)^2 - 11v_1v_2 \equiv 0 \pmod{m}.$$

$$-11v_1v_2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$((v_1 + v_2)^2 : m \text{ н.д.})$$

в.) $v_1 + v_2 \equiv 0 \pmod{m}$. $\mid \cdot v_1$ ($v_1 \neq 0$)

$$v_1^2 + v_1v_2 \equiv 0 \pmod{m}.$$

$$v_1v_2 \equiv -v_1^2 \Rightarrow 11v_1^2 \equiv 0 \pmod{m}.$$

$$v_1 \neq 0 \Rightarrow 11 \equiv 0 \pmod{m}.$$

Но $11 \nmid m$.

$$11 \geq m$$

2.) при $a=1; b=10$ goods $\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{11}{11} = 1$

Сокращаем на 11 $\Rightarrow m_{\max} = 11$.

Ответ: $m = 11$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\begin{aligned} \text{Пусть } & \left\{ \begin{array}{l} 3x^2 + 3x + 1 = A \\ 5 - 6x = B \end{array} \right. & (A+B = 3x^2 - 5x + 6) \end{aligned}$$

||

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

||

$$\sqrt{A+B} - \sqrt{A} = B \quad (\text{тогда } A \geq 0, A+B \geq 0)$$

$$A+B - A - 2\sqrt{(A+B)A} = B^2$$

$$(2A+B-B^2) = 2\sqrt{(A+B)A}$$

$$4A^2 + 2AB - 2AB^2 + 2AB - 2AB^2 + B^2 - B^3 - B^3 + B^4 = 4A^2 + 4AB \quad (\text{снова разбили } B^2 - A)$$

$$B^4 - 2B^3 + B^2 - 4AB = 0$$

$$B^2(B^2 - 2B + 1 - 4A) = 0$$

||

$$1.) B^2 = 0 \Rightarrow B = 0.$$

$$5 - 6x = 0$$

$$6x = 5 \\ x = \frac{5}{6}$$

$$B=0; A > 0, m. k. x \neq 0$$

||

ищ. упр.

$$2.) B^2 - 2B + 1 - 4A = 0.$$

$$(5 - 6x)^2 - 2(5 - 6x) + 1 = 4(3x^2 + x + 1)$$

$$36x^2 + 25 - 60x - 10 + 72x + 1 = 12x^2 + 4x + 4$$

$$24x^2 - 52x + 12 = 0$$

$$12x^2 - 26x + 6 = 0 \Rightarrow$$

$$(B-1)^2 - 4A = 0.$$

$$36x^2 - 48x + 16 = 12x^2 + 4x + 4.$$

$$24x^2 - 52x + 12 = 0,$$

$$12x^2 - 26x + 6 = 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 3 (продолжение)

$$x = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot 12 \cdot 6}}{24} = \frac{26 \pm \sqrt{26^2 - 288}}{24}$$
$$= \frac{26 \pm \sqrt{676 - 288}}{24} = \frac{26 \pm \sqrt{388}}{24}$$
$$= \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}$$

a.) $x = \frac{13 + \sqrt{97}}{12}$

$$12 > x > 11$$

↓

A > 0, m.e. x > 0.

$$A+B = 3x^2 - 5x + 6 =$$

$$= x(3x-5) + 6 > 0,$$

m.e. x и 3x-5 > 0.

↓

усл. узл.

b.) $x = \frac{13 - \sqrt{97}}{12}$

$$\frac{2}{6} > x > \frac{1}{6}$$

↓
A > 0, m.e. x > 0

$$A+B = 3x^2 - 5x + 6 = x(3x-5) > 0$$

"к." $x(3x-5) > -\frac{5}{6}$

(последний предел
на изображении)

$$\frac{2}{6}(\frac{3}{6} - 5)$$

↓

усл. узл.

Ответ: $x = \frac{5}{6}, x = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

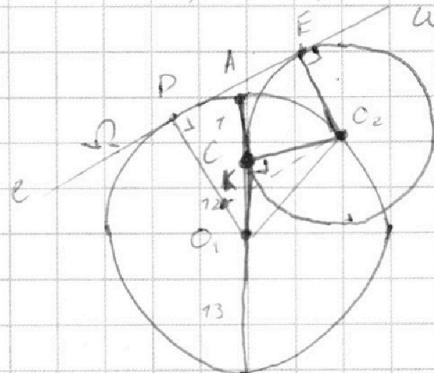
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$AB = AC + BC = 26 \Rightarrow R_1 = 13.$$

$$O_1B = 13; AC = 1; CO_1 = 12$$



O_1 и O_2 - unequal ok-met

w и w . R_1 и R_2 - unequal radii.

$$1.) w \cap \omega = C \Rightarrow O_2C \perp AC.$$

Замечание m. Π -радиус $\angle CO_2O_1$

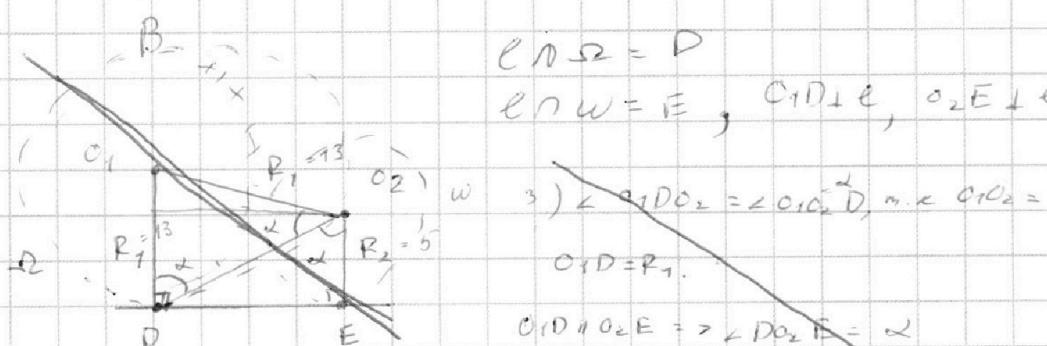
$$R_1^2 = 12^2 + R_2^2$$

$$R_2 = \sqrt{R_1^2 - 12^2} = 5.$$

2.)apusкаюкасапеление - l

$$l \cap \omega = D$$

$$l \cap w = E, O_1D \perp l, O_2E \perp l.$$



3.) $\angle O_1DO_2 = \angle O_1O_2D$, m.e. $O_1O_2 = O_2D = R_1$.

$$O_1D \parallel O_2E \Rightarrow \angle DO_2E = \alpha$$

9.) a.) $DO_2 = \frac{5}{\cos \alpha}$, где $\triangle O_2ED$

b.) $DO_2^2 = 13^2 + 13^2 - 2 \cdot 13^2 \cdot \cos \alpha$

3.) Отметим, что O_1D меньше 13 , что $DK = O_2E = 5$.

$\Rightarrow O_1K = 13 - 5 = 8$. $O_2K \parallel DE$, так как KO_2ED - прямугольник $\Rightarrow DE \cdot O_2K$, $O_2K = \sqrt{13^2 - 8^2} =$

$$= \sqrt{105}.$$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$1) 5x - y = 3z$$

$$5x = 3z + y \Rightarrow 4.) 25x^2 = 9z^2 + y^2 + 6yz$$
$$5.) x = \frac{3z + y}{5}$$

$$2.) \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad | \cdot xyz$$

$$\frac{8yz}{15y - z} \Rightarrow x = \frac{3z + y}{5}$$

$$40yz = 45yz - 3z^2 + 15y^2 - yz$$

$$3z^2 - 4yz - 15y^2 = 0$$

$$z_1 = 3y$$

$$z_2 = -\frac{5}{3}y$$

$$\text{Дроб из увел-я: } A = \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{8z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2}$$

$$1.) z = 3y \Rightarrow A_1 = \frac{8 \cdot 9y^2 + 18y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{45}{74}$$

$$2.) z = -\frac{5}{3}y \Rightarrow A_2 = \frac{55}{42}.$$

$$A_2 < A_1, A_2 \text{ значение нуля}$$

$$y = 3; z = -5; x = -2,4$$

$$\text{Ответ: } \frac{55}{42}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

Пусть $AB = L$, скорость бросающая и погасящая —

v_0 и v_m , соответственно. ($6 \text{ [км]} \frac{\text{[ч]}}{4}$)

Запишем уравнение из условия:

$$1.) \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{v_m} + 1 = \frac{L}{v_0} \end{array} \right.$$

$$2.) \left\{ \begin{array}{l} v_0 \cdot \frac{L}{v_m} + 4g = v_m \cdot \frac{L}{v_0} \end{array} \right.$$

$$3.) \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{v_m+4} + \frac{36}{100} = \frac{L}{v_0+7} \end{array} \right.$$

$$\frac{L}{v_m+4} + 0,6 = \frac{L}{v_0+7}$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{v_m} - \frac{L}{v_0} = -1 \\ \quad \quad \quad (1) \end{array} \right.$$

$$(1) : (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{v_0 L}{v_m} - \frac{v_m L}{v_0} = -4g \\ \quad \quad \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\frac{\frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_0}}{\frac{v_0}{v_m} - \frac{v_m}{v_0}} = \frac{1}{4g}$$

$$v_0 = v_m$$

$$v_m = v_0$$

$$= \frac{1}{4g}$$

$$\frac{v_0^2 - v_m^2}{v_m v_0}$$

$$\frac{v_0 - v_m}{(v_0 + v_m)(v_0 - v_m)} = \frac{1}{4g}$$

$$v_0 + v_m = 4g$$

$$v_m = 4g - v_0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1 (продолжение)

$$2) \begin{cases} \frac{L}{\sqrt{m}} - \frac{L}{\sqrt{8}} = -1 & (1) \\ \frac{L}{\sqrt{m+4}} - \frac{L}{\sqrt{8+4}} = -0,6 & (3) \end{cases}$$

Решение (тка/3)

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{m}} - \frac{1}{\sqrt{8}}}{\frac{1}{\sqrt{m+4}} - \frac{1}{\sqrt{8+4}}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\sqrt{8} - \sqrt{m}}{\sqrt{8}\sqrt{m}} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{(\sqrt{8+4})(\sqrt{m+4})}{\sqrt{8}\sqrt{m}} = \frac{5}{3}$$

представим $\sqrt{m} = 49 - 2\sqrt{8}$ из п. 1.

$$3(\sqrt{8+4})(56 - \sqrt{8}) = 5\sqrt{8}(49 - 2\sqrt{8})$$

$$168\sqrt{8} - 3\sqrt{8}^2 + 1176 - 21\sqrt{8} = 245\sqrt{8} - 5\sqrt{8}^2$$

$$2\sqrt{8}^2 - 98\sqrt{8} + 9146 = 0$$

$$2\sqrt{8}^2 - 49\sqrt{8} + 588 = 0$$

по м. Виета:

$$\sqrt{8} = 28 \frac{\text{км}}{4}; \quad \sqrt{8} = 21 \frac{\text{км}}{4}.$$

но $\sqrt{8} = 28 \frac{\text{км}}{4}$ не год. кр. из условия 1 =>

$\sqrt{m} > \sqrt{8}$, а при $\sqrt{8} = 28 \frac{\text{км}}{4} = 21 < 28$!!!

$$\sqrt{8} = 21 \frac{\text{км}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 (продолжение 2)

$$S_B = 21 \frac{m}{4} \Rightarrow S_m = 28 \frac{m}{4}$$

$$(1): \frac{L}{28} - \frac{L}{21} = -1.$$

$$L \left(\frac{1}{28} - \frac{1}{21} \right) = -1$$

$$\cancel{L} \left(\frac{21-24}{21 \cdot 24} \right) = -1$$

$$L \left(\frac{-3}{84} \right) = -1$$

$$L = 84 \text{ км}$$

$$L \left(\frac{7-9}{7 \cdot 3} \right) = -1$$

Ответ: 84 км

$$L \left(\frac{-2}{7 \cdot 3} \right) = -1$$

$$L = \frac{7 \cdot 3}{2} \text{ км}$$

$$L = 94,5 \text{ км.}$$

Ответ: 94,5 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N4

$$1) \quad 2x - 5x + y = 32$$

$$5x = 32 + y \Rightarrow a) 25x^2 = 9y^2 + y^2 + 6y^2$$

$$b) x = \frac{32+y}{5}$$

$$2) \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \cdot xyz$$

$$8yz + xy = 15xy$$

$$\frac{8yz}{15yz} = x = \frac{3z^2}{5}$$

$$40yz = 45yz + 3z^2 + 15y^2 - yz$$

$$3z^2 - 4yz - 15y^2 = 0$$

$$z_1 = \frac{4y \pm \sqrt{196y^2}}{6} = \frac{4y \pm 14y}{6}$$

$$z_1 = 3y$$

$$z_2 = -\frac{10}{6}y = -\frac{5}{3}y \Rightarrow \begin{cases} z = 3y \\ z = -\frac{5}{3}y \end{cases}$$

Рассмотрим график из условия A: $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} =$

$$8z^2 + 6yz$$

$$= \frac{8z^2 + 18y^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$1) z = 3y$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$A_1 = \frac{8 \cdot 9y^2 + 18y^2}{y^2 + 3 \cdot 9y^2} = \frac{72 + 18}{1 + 27} = \frac{90}{28} = \frac{25}{7}$$

Достижение при:

$$y = 3; z = -5; x = -2,4.$$

$$2) z = -\frac{5}{3}y$$

$$A_2 = \frac{\frac{8 \cdot 25}{9}y^2 - 10y^2}{y^2 + \frac{25}{3}y^2} = \frac{\frac{110}{9}y^2}{\frac{28}{3}y^2} = \frac{110}{28} = \frac{55}{14} = \frac{110 - 52}{84} = \frac{58}{84} = \frac{29}{42} < A_1$$

Ответ: $\frac{55}{42}$.



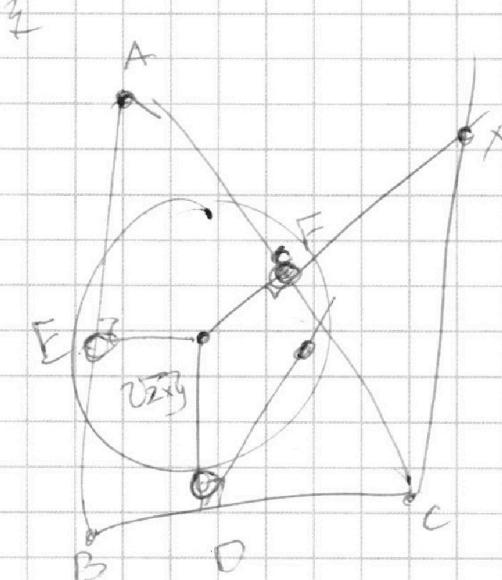
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 8 \cdot 3 \cdot (-5) + 15xy = 15xy \\ & 8 \cdot 3 \cdot (-5) + 15xz = 15xz \end{aligned}$$

$$5x - y = 32$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$8yz + xz = 15xy$$

$$8yz + xz = 3(3x+y)y$$

$$\frac{8yz}{3} + \frac{(3x+y)z}{5} = 3(3x+y)y$$

$$8y \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) + 15y + 5m y$$

$$15y + 5m y$$

$$\begin{aligned} & 8y \cdot \left(-\frac{8}{5} \right) + 15y + 5m y \\ & + \frac{4}{5} = + \frac{8 \cdot 5}{3(15+5m)} \end{aligned}$$

$$4 = \frac{8 \cdot 5}{3(3+\frac{1}{3}m)}$$

$$\frac{40}{10}$$

$$3z^2 + y^2 = 4zy + 16y^2$$

$$\begin{aligned} & 8z^2 + 6yz \\ & - 96y^2 - 4zy = \underline{\underline{4z^2 + 3yz}} \\ & \underline{\underline{8y^2 + 2zy}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 25x^2 = 9z^2 + 6yz^2 \\ & x = \frac{3z+y}{5} \\ & 8z^2 + 6yz^2 \\ & - 96y^2 - 4zy = \underline{\underline{4z^2 + 3yz^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ - 420 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 60 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 60 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ - 60 \\ \hline 60 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$8yz^2 + xz = 15yzx$$

$$\frac{15yzx}{8yzx}$$

$$5x - y = \frac{45yzx}{8yzx}$$

$$(5x - y)(8y + x) = 45yzx$$

$$40xy + 25x^2 - 8y^2 - yx = 45yzx$$

$$25x^2 - 8y^2 = 6yzx$$

$$8yz^2 + xz = 15yzx$$

$$x = \frac{8yz^2}{15yz - z}$$

$$\frac{3z^2 + y}{5} = \frac{8yz^2}{15yz - z}$$

$$40yz = 45yz + 15y^2 - 3z^2 - zy$$

$$3z^2 = 4yz + 15y^2$$

$$3z^2 + y^2 = 885 - 6yh$$

$$3z^2 - 4yz - 15y^2 = 0$$

$$3z^2 - 4yz - 15y^2 = 0$$

$$-8 \cdot t \cdot h \cdot t = 885$$

$$68 \cdot t = 885$$

$$t = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$

$$55 = 13.2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ | ☒ |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№12 №13 №38?? №9 №5 №6 №3
ал-ын алтын көмкө
номинатив номинатив номинатив неизвестно

Регион ТУ ТУ АИТ ГеоМ АИТ Руз ГеоМ

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$6x^2 - 4x + 7 - 2\sqrt{y - \max} = 36x^2 + 25 - 60x$$

$$56x - 2 \sqrt{y \text{ neg}} = 30x^2 + 18$$

$$28x - \sqrt{y_{\text{max}}} = 15x^2 + g$$

$$y_{\text{reg}} = (3x^2 - 5x + 6) / (3x^2 + x + 1)$$

$$\frac{3x^6}{x^4} = \frac{9x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 15x^3 - 5x^2 - 5x^7}{18x^2 + 6x + 6}$$

$$= 9x^4 - 12x^3 + 16x^2 + x + 6. \quad 20 + 12 = 32$$

$$\text{Всего } \frac{9}{9} \text{ единиц} \quad 4+4+5+4+4+5+5$$

$$100 - 3C + 1 \frac{889}{2} \text{ LHS} \quad \text{RHS}$$

852 21602

76

$$\frac{b}{1-n} \rightarrow 1 - 99 + 121$$

$$= \left(\frac{2}{3} - 0\right)7 = \frac{2}{7} - 60 \cdot \frac{2}{7}$$

11

$$1 - 30 + 10n$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n1

$$a_3 + b_3 \geq 14$$

$$C_3 + b_3 \geq 19$$

$$C_3 + a_3 \geq 23.$$

$$\begin{array}{r} 94,5 \\ - 54 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ - 21 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 8 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 14 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 14 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 14 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94,5 \\ - 54 \\ \hline 40,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ - 21 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ - 8 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 14 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 14 \\ \hline 7 \end{array}$$

28

3,5

3,5

3,5

3,5

3,5

3,5

3,5

3,5

$$a_3 + b_3 + C_3 \geq 28$$

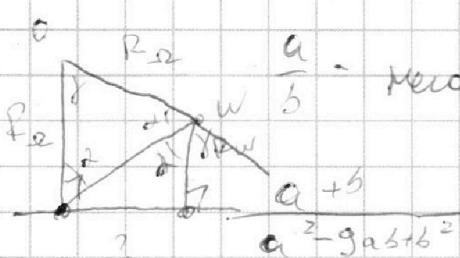
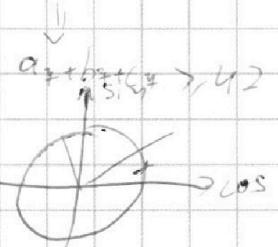
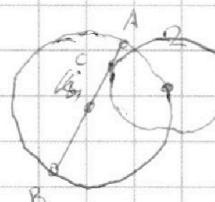
$$a_3 + b_3 + C_3 \geq 36 < 42$$

a3

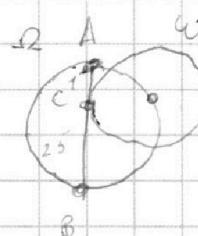
b3 23 5

c3

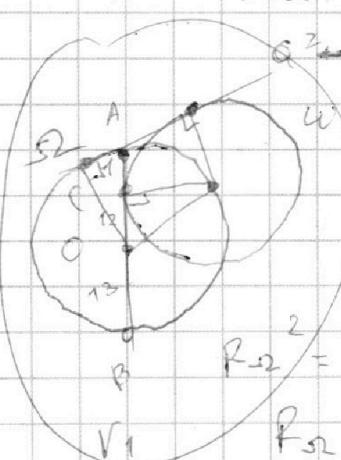
n2



$$\text{Максимум} \Rightarrow \partial f(a, b) = 0$$



$$\frac{a}{m} = r_1 \quad \frac{b}{m} = r_2$$



$$r_1^2 - gV_1 V_2 + V_2^2 \equiv m$$

$$V_1 + V_2 \equiv 0$$

$$(V_1 + V_2)^2 - 11V_1 V_2 \equiv m$$

$$\frac{b}{m} = r_2$$

$$V_1 V_2 + V_2^2 \equiv 0$$

$$R^2 = 12^2 + R_w^2$$

$$R^2 = 144 + R_w^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$15x - y = 3z$$

$$2.) \frac{8}{x} + \frac{1}{y} - \frac{75}{z}$$

$$\frac{3-20}{4} = 4 \cdot 8yz + xz = 15xy.$$

$$388 = 4 \cdot 9z^2 = \frac{15xy}{8y+x}$$

$$\frac{13 - \sqrt{9z^2}}{4} - 5x - y = \frac{45xy}{8y+x}$$

$$-\frac{x^2 - \sqrt{9z^2} - y}{4(5x - y)} (8y + x) = 45xy$$

$$\frac{1}{4}$$

$$40xy + 5x^2 - 8y^2 - yx = 45xy$$

$$\frac{y^2 - 5x}{3x^2 - 5x} \quad \frac{5x^2 - 8y^2}{5x^2 - yx} = 6xy$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{(5x - y)(5x + y) - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$-\frac{14+6}{76} = \frac{3x(5x+y) - z^2}{25x^2 - 6y^2}$$

169

564

105

$$\sqrt{A + 5 - 6x} - \sqrt{A} = 5 - 6x$$

$$= B$$

$$5 - 6x = B$$

$$1$$

$$4$$

$$\sqrt{A + 3x - 25} = \frac{3x^2 + x + 1}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + 6}$$

$$3x^2 - 2x + 35 = A$$

$$\sqrt{\frac{15}{4}x^2 + \frac{8}{4}x + 35} = \frac{169}{76}$$

$$\frac{169}{76}$$

$$105$$