



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .

7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA, AB, BC$  в точках  $D, E, F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX=\sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD:DC$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , будем обозначать  $\|k\|_p$  наибольшую степень входящей простого  $p$  в  $\mathbb{N} \ni k$ , так что  $k: p^2$ , но  $k \not\vdash p^{2+1}$ , тогда, т.к.  $ac: 7^{42} \Rightarrow \|abc\|_7 \geq 42$ , это очевидно, т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , заметим, что, т.к.  $ab: 3^{14} 7^{13}$ ,  $bc: 3^{13} 7^{17}$ ,  $ac: 3^{23} 7^{42}$ , то  $abc: 3^{56} 7^{56} \Rightarrow a^2 b^2 c^2: 3^{56} \Rightarrow abc: 3^{28}$ , в противном случае  $a^2 b^2 c^2 \not\vdash 3^{56} \Rightarrow \text{т.к. } \gcd(3, 7) = 1, \|abc\|_3 \geq 28, \|abc\|_7 \geq 42$ , то  $abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$ , это выполняется, если  $a = 3^4 \cdot 7^{15}, c = 3^{14} \cdot 7^{27}, b = 3^5 \cdot 7^0$  также  $ac = 3^{23} \cdot 7^{42}, ab = 3^{14} \cdot 7^{13}, bc = 3^{19} \cdot 7^{14}$ ,  $7^{12} \Rightarrow \min abc = 3^{28} \cdot 7^{42}, 4 \text{ иг}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

**МФТИ**

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2. Так  $\frac{a}{b}$  несократима, то  $\text{НОД}(a, b) = 1$ ; Заметим, что  
 $\text{НОД}(a, b) = (a, b)$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}; \text{ так } (a, b) = 1, \text{ то } (a+b, ab) = 1,$$

Так в кроти шло, пусть  $(a+b, ab) = k > 1$ , тогда  
или  $a$  или  $b$   $k \geq 2$   $k$  делит и какое-то простое,

$\Rightarrow$ , пусть  $k = p$ , тогда или  $a$  или  $b \div p$ , тогда

$(a+b, ab) = p$ ,  $\Rightarrow a+b \div p$ ,  $\Rightarrow$  так то  $a \div p, b \div p$

$\Rightarrow \text{НОД}(a, b) \geq p$ , но  $\text{НОД}(a, b) = 1$ , противоречие  $\Rightarrow$

действительно  $\text{НОД}(a+b, ab) = 1$ ,  $\Rightarrow \text{НОД}(a+b, 11ab) \leq 11$ ,

$\Rightarrow m \leq 11$ ,  $\Rightarrow$  так, заметим, что  $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{1}{a+b}$ , то есть нам

действительно необходимо найти только  $(a+b, 11ab) \leq 11$ , как

~~мы~~ мы доказали, если  $a=5, b=6$ , то  $\frac{11}{(11^2) - 11(30)} =$

$$\frac{11}{11} \cdot \frac{1}{11-30} = \frac{1}{-19}, \Rightarrow m=11 \text{ действительно max,}$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \quad \sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} \cup \sqrt{3x^2 + x + 1}$$

$$3x^2 - 5x + 6 \cup 3x^2 + x + 1$$

$$-6x + 5 \cup 0$$

если

$$-6x + 5 \geq 0, \text{ то } 5 - 6x \leq 0, \Rightarrow \text{если } -6x + 5 > 0, \text{ то}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} > 0, \text{ но } 5 - 6x \text{ будет } < 0,$$

аналогично с  $-6x + 5 < 0, \Rightarrow -6x + 5 = 0, \text{ тогда}$

$$6x = 5; \quad x = \frac{5}{6} \quad \text{или} \quad \frac{5}{6}$$

Замечание: мы можем сравнить  $\sqrt{3x^2 - 5x + 6}$  и  $\sqrt{3x^2 + x + 1}$ ,  
 $< 0$ .

т.к. под корнями трехчлены квадратичные, которые  $> 0$ .

$$(\text{т.к. } \Rightarrow \text{ они все } > 0, \text{ т.к. } 25 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0, 1 - 3 \cdot 4 < 0),$$

случай с  $-6x + 5 < 0$ ; тогда  $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} < 0,$

но  $5 - 6x > 0$ , а что-то больше нуля не может

быть = чему-то меньшему, т.к.  $\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$6. \left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M} \\ \frac{AB}{w} \cdot M = \frac{AB}{M} \cdot w + 49 \end{array} \right.$$

$$\frac{AB}{w} + 0,6 = \frac{AB}{M+7}$$

$$AB \left( \frac{1}{M+7} - \frac{1}{w+7} \right) = 0,6$$

$$AB = \frac{0,6}{\frac{1}{M+7} - \frac{1}{w+7}} = \frac{0,6(M+7)(w+7)}{w+M+7}$$

$$10AB = \frac{6(Mw+7w+7M+49)}{w+M+7}$$

$$\frac{6(Mw+7w+7M+49)}{w+M+7} + 10M = \frac{6(Mw+7M+7w+49)(w+49)}{w+7+M+7}$$

Согласно условию, дальше просто подставляем,  
сложив к квадратному, на каком корень  $> 0$

AB-расстояние от 1 до 10

$$AB + M = \frac{AB}{M} \cdot w + 49$$

$$10AB + 10M = \frac{10AB}{M} \cdot w + 49$$

$M$  - скорость мотоцикла  
 $w$  - скорость велосипедиста

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

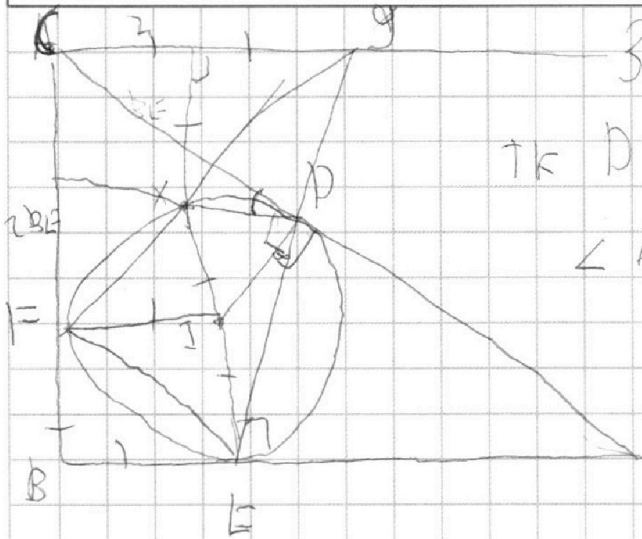
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что  $\angle CXD = \angle XEA =$

т.к. D и E — касания висс окружности, то

$$\angle EDA = \angle XEA = \angle CDX \quad (\text{верт.}), \Rightarrow$$

$$\triangle CXD \sim \triangle DAE, (CD=CX, DA=AE)$$

т.к.  $(F=CD, \text{то } CF=CX,$

$\triangle CFX$  — равнобедренный.  $\angle CFX = 45^\circ \Rightarrow$

$\angle FEX = 45^\circ$  ( $CF$  — кас.  $\angle CFX$  — угол между хордой

и касательной, он равен вписанному, опирающемуся на хорду)

т.к.  $FB=BE, \angle B=90^\circ, \angle FEB=45^\circ \Rightarrow \angle XEB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow X$  — диаметрально противоположна  $F$ , т.к.  $EL$  — висс

в  $\triangle AB$ , висс  $L$  — центр, то  $\angle FEB = 90^\circ = \angle XEB, \Rightarrow$

$XI=IE, X \in IE$ , т.к.  $(F=DE), \angle FEB$  — вписанн.

в равнобедренном  $\triangle BE = \frac{1}{2}XE = \frac{1}{2}\sqrt{2}XY = \frac{XY}{\sqrt{2}}$  произв.

$XE \perp AC, \angle CFX = 45^\circ \Rightarrow \angle XE$  — прямая. равноб.  $\Rightarrow \angle XE = 45^\circ$

$BA \parallel CX, XE \perp BA, \Rightarrow \angle XEB = \angle C = \frac{XY}{\sqrt{2}}$   $\angle X = \frac{XY}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow L$  — середина  $XY, XL \parallel CF, \angle X$  — центр,  $\angle Y = 2\angle BE = \angle D$

$XL=BE$ , по теореме косинусов  $XD^2 = 2BE^2 - 2 \cos \angle DCY \cdot 4BE^2 = 2BE^2$

в  $\triangle DAE$ , то  $\angle ED = 180^\circ - \angle DAE$

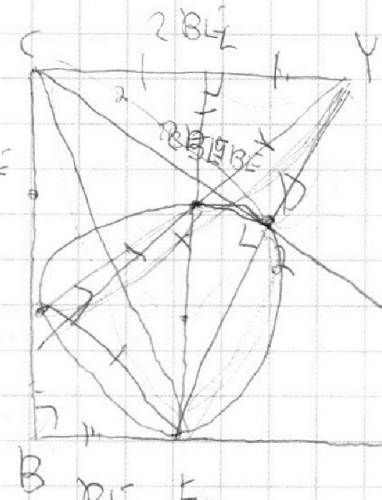
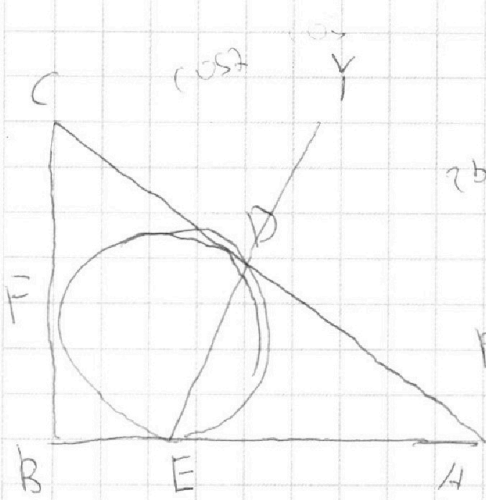
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$DY^2 = 4BE^2 - 2\cos 2\alpha \cdot 4BE^2$$

$$DE = 2BE^2 - 2\cos(180-2\alpha)BE^2$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

$$\frac{XE}{2} = BE = \frac{XY}{\sqrt{2}}$$

$$YD = DE = 2BE$$

$$\sin 2\alpha \frac{DY}{\sin 2\alpha} = R$$

$$\frac{AB+6}{w+2 \cdot 10} = \frac{AB}{w+2}$$

$$FE = XY$$

$$3BE^2$$

$$CB = 5BE$$

$$\frac{w+7}{AB} = \frac{w+7}{AB} + \frac{10\sqrt{\sin 2\alpha}}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$DA = p - 5BE$$

$$\frac{p-1}{5BE} \cdot \frac{XE}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{XE}{\sqrt{2}}$$

$$CE^2 = 9BE^2 + BE^2$$

$$CE = BE \sqrt{10}$$

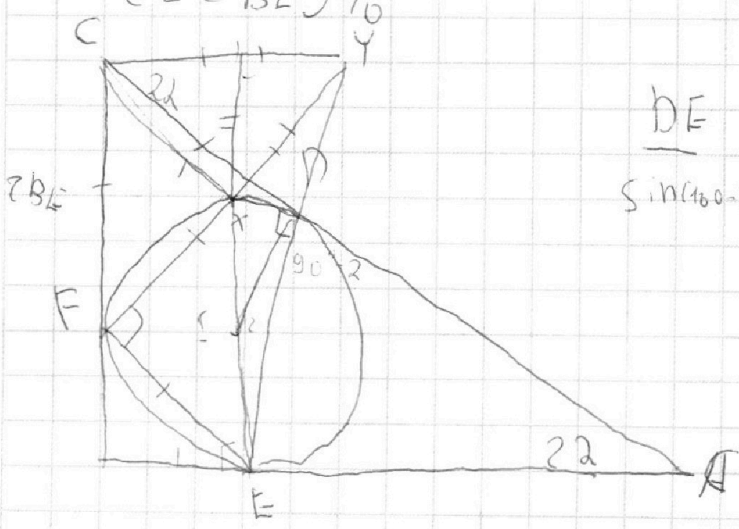
$$YD^2 = 2(4BE^2) - 2\cos 2\alpha \cdot 4BE^2$$

$$\frac{DE}{\sin(180-2\alpha)}$$

$$DE = 2BE^2 - 2\cos$$

$$\frac{DE}{\sin(180-2\alpha)} = 2BE^2$$

$$DY =$$



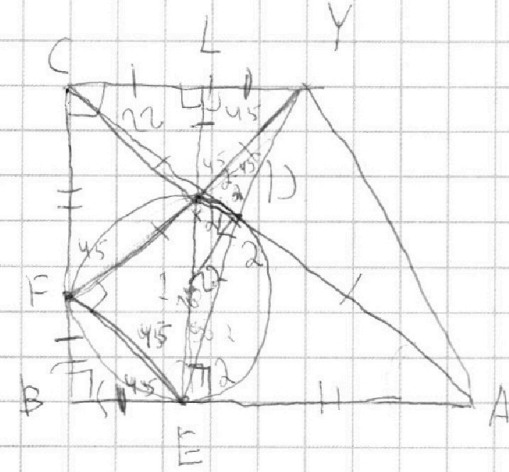
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{DC} = \frac{DE}{YD}$$

$$YF = \sqrt{2} CY = \sqrt{2} CF$$

$$\angle XYD = 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ - 2$$

$$\angle XYD = 90^\circ \quad (2)$$

$$XE = 2 BE$$

$$\sqrt{2} BE = XY = \sqrt{2} LY$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

$$XY = \sqrt{2} LY$$

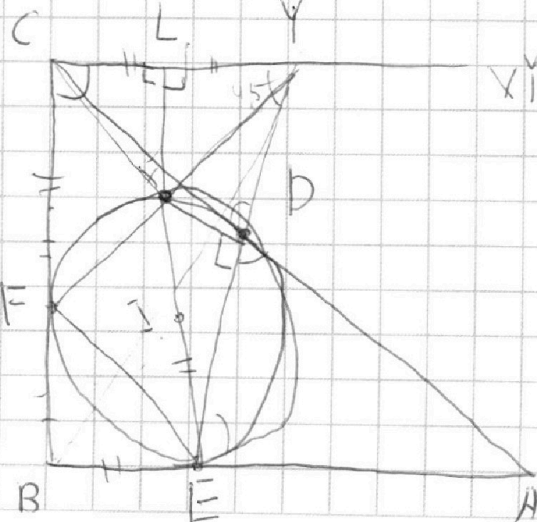
$$EX = 2 LY$$

XE

$$XE = 2 BE = \sqrt{2} XY$$

$$\sqrt{2} BE = XY$$

BEFLC





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$5x - y = 3z$   
 $\frac{z}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$   
 $5x = 3z + y$   
 $25x^2 = 9z^2 + 6zy + y^2$

$xyz = 10$   
 $25x^2 - y^2 - z^2 = 9z^2 + 6zy$   
 $\frac{y^2 + 3z^2}{y^2 + 3z^2}$

$8yz + xz + 15x = 15xy$

$8 = x \left( \frac{15}{z} - \frac{1}{y} \right)$

$25x^2 = y^2 + z^2 = (3z + y)^2$

$y^2 + 3z^2 = y^2 + 3z^2$        $y =$

$8yz = 15xy - zx$

$6yz = \frac{6}{8} (15xy - zx)$

$8z^2 + \frac{6}{8} (15xy - zx)$

$y^2 + 3z^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6.  $|\vec{AB}| = \frac{S_{км}}{v} > 0$ ;  $w$  - скорость вело-ста;  $m$  - мото-лестя (км/ч)

$$\begin{cases} \frac{S}{w} - 0,1 = \frac{S}{m} & \frac{S}{m} = 8 \\ \frac{S \cdot m}{w} = \frac{S \cdot w + 49 км}{m} & \frac{S}{w} \cdot m = \frac{S - w + 49 км}{-6x + 5} \\ \frac{S}{w+7} = \frac{S}{m+2} - 0,6 & \frac{S}{m+7} = \frac{S - 5x + 6}{-6x + 5} \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$3x^2 - 5x + 6 + 3x^2 + x + 1 + 2\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1} =$$

$$= 25 - 60x + 36x^2 + 32x^2$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1} = 18 - 56x + 32x^2$$

$$\left(\sqrt{3x^2 - 5x + 6}\sqrt{3x^2 + x + 1}\right)' = 9 - 28x + 16x^2 =$$

$$= 16x^2 - 28x + 9 - 28x + 9 = 16x^2 - 56x + 18$$

$$28^2 - 64 - 9 = 28 \cdot 4 \cdot (28 + 24) = 4 + 52 =$$

$$(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1) = \left(16x^2 - 28x + 9\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

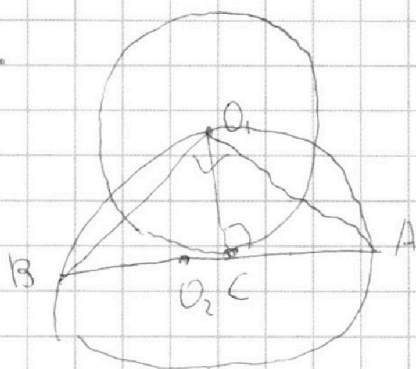
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



4.



Пусть  $O_1$  - центр  $\omega$ ,  $O_2$  - центр  $\Omega$

Тк  $BA$  - диаметр  $\Omega$ ,  $O_2 \in BA$ ,

$\angle BO_1A = 90^\circ$ , тк  $BA$  - касательная,  
с-т. касан  
а  $O_1$  - центр, то  $\angle O_1CB = 90^\circ$ ,

$\Rightarrow O_1C$  - высота в  $\triangle O_1BA$ , из свойств прямоугольного

$\triangle$ , в (и) подобий)  $O_1C = \sqrt{BC \cdot CA} = 5$ ,  $\Rightarrow$  радиус

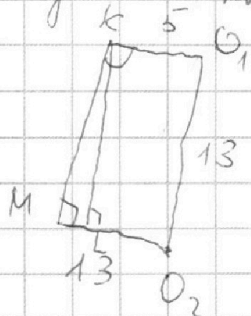
$\omega = 5$ . Тк  $O_2$  - центр  $\Omega$ , середины  $AB$ , то радиус  $\Omega$

$= \frac{26}{2} = 13$ ,  $\Rightarrow O_2O_1 = 13$ , тк  $O_1 \in \Omega$ , пусть  $ML$

провели общую касательную, провели радиус из  $O_1$  в

касая этой кас-ной с  $\omega$ , аналогично для  $O_2$  и  $\Omega$ ,

пусть  $K$  - касая этой ка-ной с  $\omega$  -  $K$ , с  $\Omega$  -  $M$ , тогда



$KO_1$  - радиус  $\omega = 5$ ,  $MO_2 = 13$ , аналогично для  $\Omega$

$O_1O_2 = 13$ , провели высоту из  $O_1$  на  $MO_2$ ,

пусть она  $L$ , тогда  $KLO_1O_2$  - прямо уг.

$KO_1ML$  - прямоугольник,  $ML = 5$ ,  $O_1L = KM =$

$\sqrt{13^2 - 8^2} = \sqrt{105}$ , тк  $\triangle O_1LO_2$  - прямоугольник, по Т. Пифагора

$13^2 = MO_2^2 + O_1L^2 = (13-5)^2 + O_1L^2$ ,  $KM = \sqrt{105} = \sqrt{7 \cdot 3 \cdot 5}$ ,

$\Rightarrow$  тк  $KM$  - общая касательная, то это и есть ответ:  $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^{14} \cdot 7^{13}, \quad bc : 3^{19} \cdot 7^{17}, \quad ac : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

Будем обозначать  $\|k\|_p = n$  - наибольшим степеням

входящим простого  $p$  в  $k$ , так, что  $k : p^n$ , но  $k \not: p^{n+1}$ ,  $k \in \mathbb{N}$

тогда, т.к.  $ac : 7^{42}$ , то  $\|abc\|_7 \geq 42$ , т.к.  $ac : 3^{23}$ , то

$$\|abc\|_3 \geq 23, \quad \text{т.к. } ac : 3^{23}, \quad \text{но } \|abc\|_3 \geq 14;$$

$$\|bc\|_3 \geq 19, \quad \|ac\|_3 \geq 23, \quad \|a\|_3 = n, \quad \|c\|_3 \geq 23 - n$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{19+14+23} \cdot 7^{42}$$

$$\cos(a, b) = 1$$

$$19+14+23 = 56 \quad 36$$

$$X \quad 3^{28} \quad abc : 3^{28}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$a : 3^9 \quad \frac{a+b}{a+b}$$

А

$$13 \quad 10 \quad 5$$

$$c : 3^{14}$$

$$(a, b) = 1$$

$$14 \quad 9 \quad 6 \quad 5$$

$$b : 3^{15}$$

$$(a+b, ab) = 1$$

42

$$B \quad 26 \quad 16$$

$$c :$$

$$27 \quad 15$$

$$\frac{a+b}{2}$$

$$(a+b) - 11ab$$

$$a^2 - 9ab + b^2$$

$$a = 3^9 \cdot 7^{15}$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{27}$$

$$b = 3^{15} \cdot 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$DE^2 = 2BE^2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY) \cdot BE^2, \text{ но } \angle \text{в } \triangle IDE.$$

$$\triangle IDE. \quad YD = CD, \text{ тк } \triangle (DY \sim \triangle PAE)$$

$$YE = \sqrt{DE^2 + CD^2} = BE \sqrt{10}$$

$$YD = BE \sqrt{8 - 8\cos \angle DCY}$$

$$DE = BE \sqrt{2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY)}$$

$$\sqrt{8 - 8\cos \angle DCY} + \sqrt{2 - 2\cos(180^\circ - \angle DCY)} = \sqrt{10} = \frac{YD + DE}{BE} = \frac{YE}{BE}$$

$$\text{но } \angle \text{в } \triangle DCY \quad \frac{DY}{\sin \angle DCY} = \frac{2BE}{\sin \angle DCY} = \frac{YD}{\sin \angle DCY}$$

$$\angle CYE = \angle CAE, \Rightarrow \exists (CYAE),$$

$$\text{power}_{(CYAE)} = -YD \cdot DE = CD \cdot DA$$

$$\Rightarrow CD \cdot DA = YD \cdot DY$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25x^2 - y^2 - z^2$$

$$y^2 + 3z^2$$

$$(a+b, ab)$$

моторчик кисти - X M

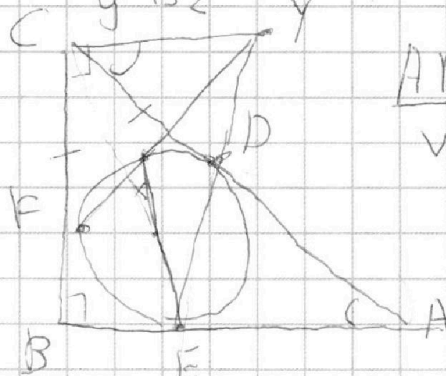
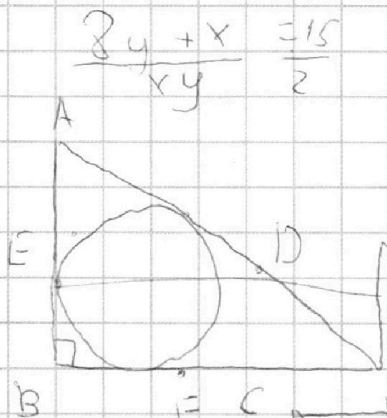
вело - VW

$$5x = 3z + y$$

$$(3z + y)^2 - y^2 - z^2 = \frac{3z^2 + 6zy}{y^2 + 3z^2} = 2 \left( \frac{yz^2 + 3y}{y^2 + 3z^2} \right)$$

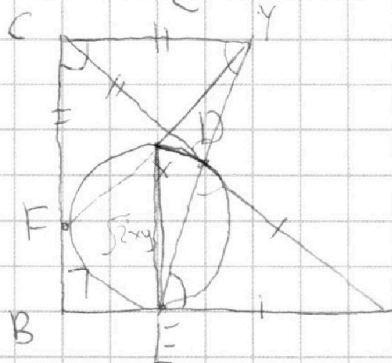
$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M}$$



$$YX \cdot YI = YD \cdot YE$$

x, y



$$\frac{AB}{x} \cdot \frac{AB}{y} = \frac{AB}{y}$$

$$\frac{AB}{w} - 1 = \frac{AB}{M}$$

$$\frac{AB \cdot M}{w} = \frac{AB \cdot w}{M} + 4g$$

$$AB + M = \frac{AB}{M} \cdot w + 4g$$

$$\frac{AB}{w+7} \cdot 0.6 = \frac{AB}{M+7}$$

$$AB \left( \frac{1}{w+7} - \frac{1}{M+7} \right) = 0$$