



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ac : 3^{21}$$

$$ab : 3^{11}$$

$$bc : 3^{18}$$

Тогда $a^2 b^2 c^2 : 3^{50}$

Исходя из того что числа ≥ 0

то $abc : 3^{25}$

$$abc : ac$$

$$ac : 7^{38}$$

значит $abc : 7^{38}$

Тогда $abc : 3^{25} \cdot 7^{38}$ и $abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38}$

Пример $a = 3^7 \cdot 7^{19}$ $b = 3^4$ $c = 3^{14} \cdot 7^{19}$

Тогда $abc = 3^{25} \cdot 7^{38}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Докажем, что если a и b неократны
то $a+b$ и ab взаимно просты и нацел

a и b взаимопросты и нацел

$a+b$ и ab нет

тогда нацел ab делит $a+b$

если, возьмем из K прокладки
шоколада, которая присутствует
также в a или b (если
 $a=1$), если это нет то
 $a+b=ab$ взаимопросты

без умножения обнулите взаимно
из a -шоколада a делится на
 ab делится на b , а b нет
тогда и $a+b$ делится нацел
т.е $a+b$ и ab взаимопросты

Рассмотрим

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2} \text{ как } \frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab}$$

Получим корни на 5

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Взаимно простое с 10

тогда $(a+b) : s$

$$(a+b)^2 : s$$

но $a b$ на s делится

т.к взаимно просто с $a+b$

тогда 10 если $10ab$ делится
на s то 10 делится на s

$$a b \leq 10$$

$$a b : 10$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задание $2x^2 - 3x + 4 \geq 0$ на x

$2x^2 + x + 3 \geq 0$ на y

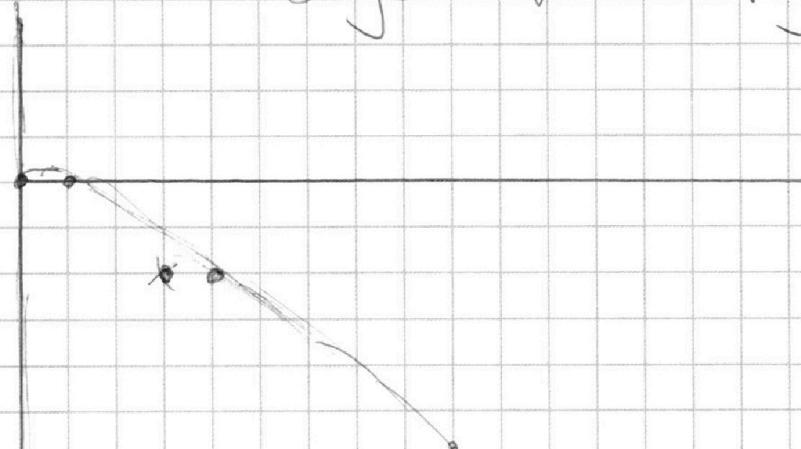
Реша $\sqrt{x} - \sqrt{y} = x - y$

$y - \sqrt{y} = x - \sqrt{x}$

$\sqrt{x} - x = \sqrt{y} - y$

Рисую график функции $\sqrt{x} - x$
на сдвиг, что при $x = y$

или $x^2 - x + \sqrt{y} - y = 0$



Если $x = y$ то $1 - 4x = 0$

$x = \frac{1}{4}$ - при

постановке получась верный корень



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Если

$$\sqrt{x-x+\sqrt{y}} - y \leq 1,70$$

$$\sqrt{x-x-\sqrt{y+y}} = 0$$

$$2(\sqrt{x} - x) = 1$$

$$\sqrt{x} - x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2} + x$$

$$x = \frac{1}{4} + x^2 + x$$

$$0 = \frac{1}{4} + x^2$$

$$-\frac{1}{4} = x^2$$

Неверно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

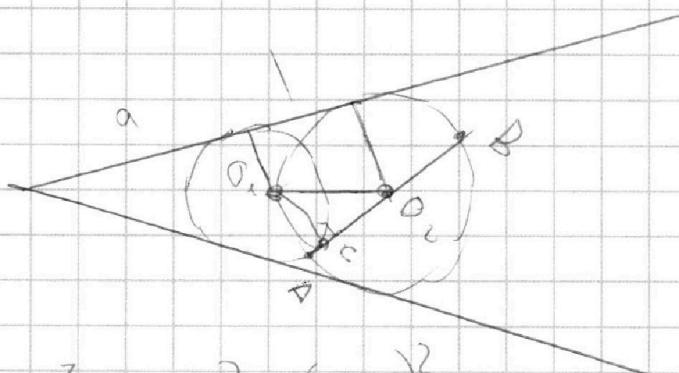


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \frac{16+1}{2} = 8,5$$



$$R^2 - r^2 = r^2 + (O_2 C)^2$$

$$R^2 - O_2 C^2 = r^2$$

$$(8,5 - 7,5)(8,5 + 7,5) = r^2$$

$$4 = r$$

$$\frac{a}{r} = \frac{a+1}{R}$$

$$a = \frac{1}{R\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)} = \frac{L}{\frac{R}{r} - 1}$$

$$l = \sqrt{R^2 - (R - r)^2}$$

$$l = \sqrt{(8,5 - 4,5)(8,5 + 4,5)} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13}$$

$$a = \frac{2\sqrt{13}}{\frac{85}{4} - 1}$$

$$a+1 = 2\sqrt{13} \left(1 + \frac{1}{45}\right) = 2\sqrt{13} \cdot \frac{86}{45}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Поставим вместо z^2 $(3x+2y)^2$ получим

$$1) \frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$3yz + xz = 2yx$$

$$3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2yx$$

$$9yx + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$3yx + 2y^2 + x^2 = 0$$

$$D = 9x^2 - 4 \cdot 2 \cdot x^2 = x^2 \quad \sqrt{D} = x$$

$$y_1 = \frac{-3x + x}{4} = -95x \quad y_2 = \frac{+3x - x}{4} = x$$

Поставим $f \sim y_1, y_2$

$$\frac{-6x^2 - 8y^2 + 12xy}{x^2 - 6y^2} = \frac{-2}{-5} = 94$$

Поставим y_1

$$\frac{-6x^2 - 2x^2 + 6x^2}{x^2 - 15x^2} = \frac{-2x^2}{-95x^2} = 4 \quad \text{Ответ: } 4$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

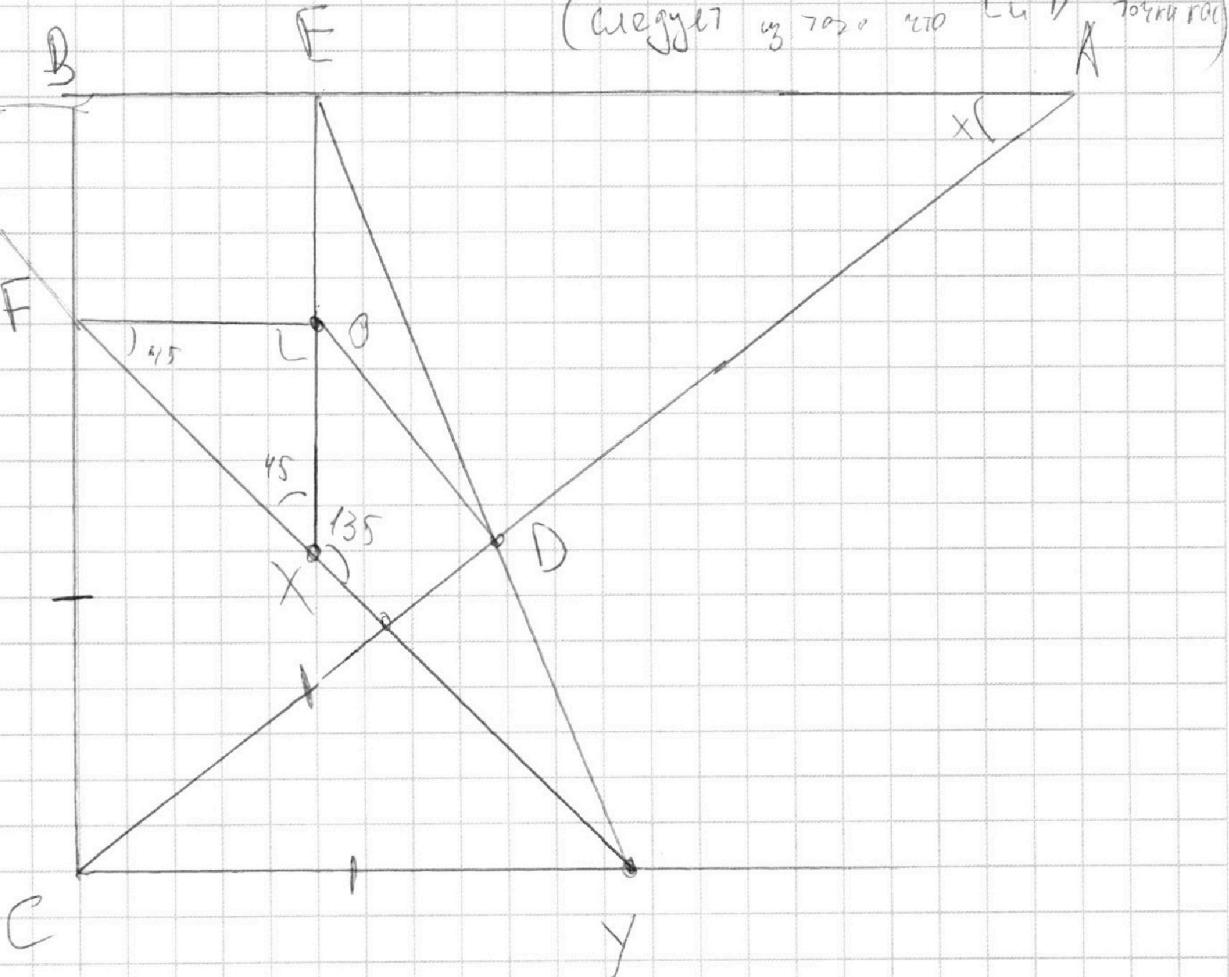
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рисунок $\angle X$ \times тонка $\angle EDA = 90 - 0,5X$
 $= \angle CDY$, также $\angle AED = \angle D/C = 90 - 0,5X$

(следует из тонко $\angle E$ и $\angle D$ тонки)



Тонка $CD = CY$

F и D тонки касающие $CF = CD \Rightarrow \angle CY$

Тонка $\angle CFY = 45$ т.к. равнодел L

т.к. $\angle CFO - \angle FDX = 45 = \angle FOX$

и $\angle FOX = 0X$, т.о. $\angle FOX = 90$ и

$BF \parallel OX$, значит $E \parallel OX$ накло

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$EX = 2R$$

$$DO = R$$

Выражая XO^2 получим $\angle DFE = 90^\circ$

получаем

$$XY^2 - DY^2 = KE^2 - DE^2$$

Заметим что $XY = R$

$$\frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$DE^2 - DY^2 = 4R^2 - \frac{R^2}{2}$$

$$DE^2 - DY^2 = 3,5R^2$$

По теореме \cos

$$\sqrt{EX^2 + XY^2 - 2\cos(\angle XY)(EX)} = DE + DY$$

Получив $\cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

и $EX = XY$

$$\text{получим } DE + DY = \sqrt{6,5}R$$

$$\text{тогда } DE - DY = \frac{3,5}{\sqrt{6,5}}R$$

$$2DE = R \left(\frac{3,5}{\sqrt{6,5}} + \sqrt{6,5} \right) = R \left(\frac{10}{\sqrt{6,5}} \right)$$

$$DE = \frac{5}{\sqrt{6,5}}$$

$$DY = \frac{15}{\sqrt{6,5}}$$

$$\frac{DE}{DY} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 3 \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

EAD подобен CDX

на это и

$$\frac{DE}{DY} \leq \frac{AD}{DC} \leq 3\frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

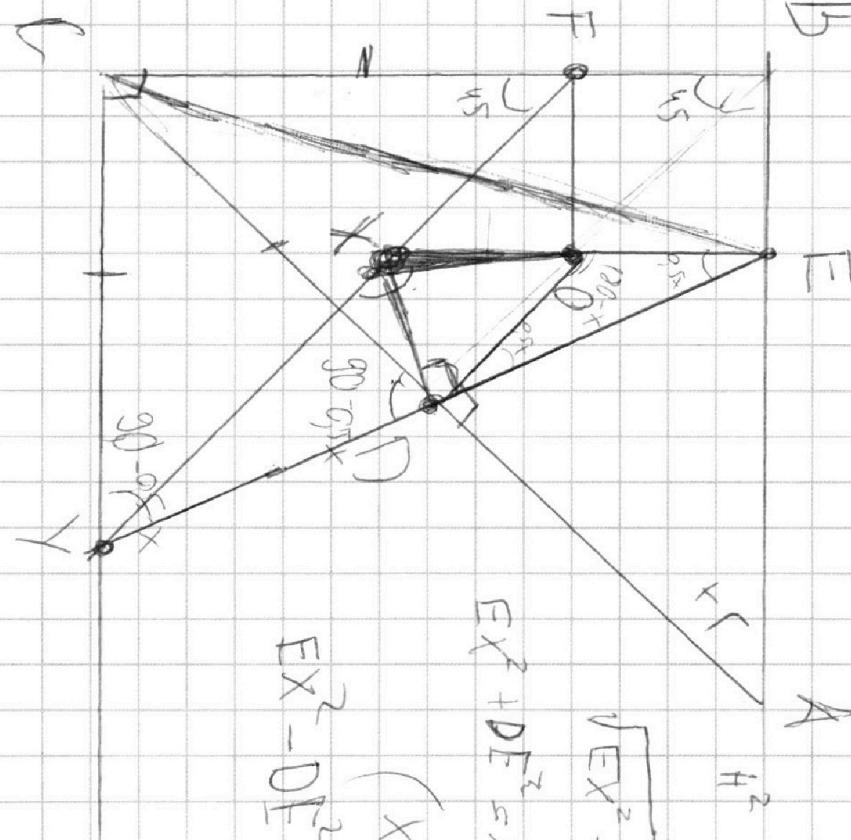
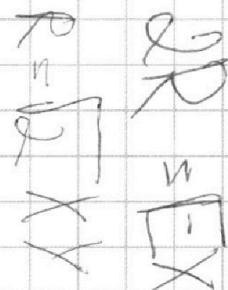
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + 42 \\ \underline{- 4x^4 - 4x^3} \\ \hline 11x^2 - 5x + 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11x^2 - 5x + 42 \\ \underline{- 11x^2 - 11x} \\ \hline 6 - 16x + 42 \end{array}$$



$$\begin{aligned} & EX^2 - DF^2 = (EX - DF)(EX + DF) \\ & = 2(XD - EC) \cdot 2(XC + ED) \\ & = 2(XD - EC) \cdot 2(XC + ED) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(DC + R)^2 + (DA + R)^2 = (DA + DC)^2$$

$$DA^2 + 2DA \cdot DC + DC^2 < DC^2 + R^2 + 2DC \cdot R + 2DA \cdot R + R^2 + DA^2$$
$$(DA)(DC) = R^2 + DC \cdot R + DA \cdot R$$

$$EX^2 - DE^2 = XY^2 - DY^2 = \sqrt{65} R$$

$$EX^2 - XY^2 = DF^2 - PY^2 \quad DE - DY$$

$$R^2 (K^2 - 1) = \frac{R^2}{2} \quad R = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{65}} K^2 = \frac{45}{\sqrt{65}} R$$
$$4R^2 + \frac{R^2}{2} = DE^2 - DY^2$$

$$45R^2 = DE^2 - DY^2$$

$$(DC + DA)^2 + 4(DA)(DC)$$

$$DE \pm (DC - DA)$$

$$kx^2 = \frac{(K^2 - 1)y^2}{4}$$

$$2DE = R \left(\sqrt{65} + \frac{45}{\sqrt{65}} \right) \sqrt{\frac{R^2}{2} + 4R^2 - 2 \cos 135 \sqrt{65} R^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b \equiv 0 \pmod{x}$$

$$ab \equiv 0 \pmod{x}$$

$$V_a t = V_B(t+2)$$

$$V_a(t+2) = V_B t + 96 \text{ km}$$

$$(V_a + 6)t_2 = (V_B + 6)(t_2 + 1,25)$$

$$V_a \cdot 2 = 96 \text{ km} - V_B \cdot 2$$

$$V_a + V_B = 48 \text{ km/h}$$

$$V_a t_2 + 6t_2 = V_B t_2 + 6t_2 + 125V_B + 75$$

$$V_a t_2 = V_B t_2 + 125V_B + 75$$

$$\frac{V_a^2 t}{V_a + 6} = \frac{V_B^2 (t + 2)}{V_B + 6} - 1,25V_B + 125V_B + 75$$

$$\frac{V_a^2 t}{V_a + 6} = \frac{V_B^2 (t + 2)}{V_B + 6} + 75$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ca : 3^{21} 7^{28}$$

$$ab : 3^{11} 7^{11}$$

$$bc : 3^{18} 7^{16}$$

$$\text{Тогда } ca \cdot bc \cdot ab : 3^{21} 7^{28} \cdot 3^{11} 7^{11} \cdot 3^{18} 7^{16}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{65}$$

Т.к. $a^2 b^2 c^2$ квадрат натурального числа
степень вхождения в него превыше
множитель четка

Тогда верно

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{66}$$

Изменяй

Решб

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{50} 7^{66} = x$$

$$a^2 b^2 c^2 = x \cdot 3^{50} 7^{66}$$

Все числа = 0, поэтому

$$abc = \sqrt{x} \cdot 3^{25} 7^{33}$$

Числа x это x -число, то оно ≥ 1

и $abc \geq 3^{25} 7^{33}$, причем равенство

достигается при $x = 1$, тогда $abc_{\min} = 3^{25} 7^{33}$

Пример

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = x - y$$
$$\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = \sqrt{y}(\sqrt{y}-1) \quad \sqrt{x} - x = \sqrt{y} - y$$
$$x \approx y$$
$$x^2 + 3x + 4$$
$$2x^2 + x + 3 - 2x^2$$
$$\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}$$
$$x^2 + 3x + 4$$
$$x^2 - t^2 + 1 - 4x$$
$$(1-4x)^2 = x^2 - t^2 + 1 - 4x + \sqrt{t(t+1-4x)}$$
$$(1-4x)^2 = 1 - 4x + \sqrt{t(t+1-4x)}$$
$$(1-4x)(1-4x-1) = \sqrt{t(t+1-4x)}$$
$$-(1-4x)4x = \sqrt{t(t+1-4x)}$$
$$4x(4x-1) = \sqrt{t(t+1-4x)}$$
$$4x^2 - 2x + 1 = 1$$
$$4x^2 - 2x + 6 = 0$$
$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = x - y$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y = -x$

$y = -0,5x$

$-6x^2 - 8x^2 + 12x^2$

$\frac{-2x^2}{-5x^2} \quad x^2 - 6x^2 \quad x^2 - 6y^2$

$(x - \sqrt{6}y)^2 =$

$x^2 + 6y^2 - 2\sqrt{6}xy$

$0,4$

$-6x^2 - 2x^2 + 6x^2$

$x^2 - 15x^2$

$75^2 = R^2 + (x+R)(x+R) - R^2$

$(3x+2y)^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$

$\frac{-6x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$

$3yz + xz = 2xy$

$3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2xy$

$9yx + 6y^2 + 3x^2 = 0$

$3yx + 2y^2 + x^2 = 0$

$D = 27x^2 - 8x^2 = x^2$

$6 \quad 4 \quad 8$

$\times \quad 6 \quad 5$

1 2 3 4 5 6 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3

$$ca : 3^{21}$$

$$\times \quad bc : 3^{18}$$

$$\times \quad ab : 3^{18}$$

$$\overline{a^2 b^2 c^2 : 3^{50}}$$

$$abc : 3^{25}$$

8

2229

$$b = 3^4 \quad a = 3^7$$

$$c = 3^{14}$$

7¹¹ 7¹⁶

7

7²⁹

8

$$(a+b)$$

$$(a^2 + 2ab + b^2) - 10ab$$

7

$$1 \quad \underline{a+b}$$

$$(a+b)^2 - 10ab$$

$$\text{Нак } a+b = ab \\ (a+b)$$

$$\frac{ab}{a+b} \quad \frac{a}{b}$$

Замечу, что
сократить на больше

чем $a+b$
нужно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{2}$$

$$3yz + xz = 2xy$$

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$= \frac{-12x^2 - 8y^2 - 12xy}{x^2 - 6y^2}$$

✓ ✓

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 12xy - 4y^2}{x^2 - 6y^2}$$

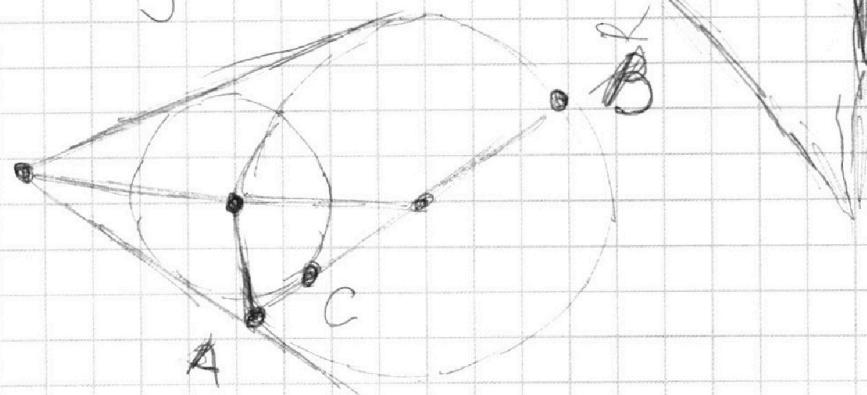
✓ ✓

$$3y(3x + 2y) + x(3x + 2y) = 2xy$$

$$9yx + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + 9xy = 0$$

$$2y^2 + x^2 + 3xy = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(2x^2 - 3x + 4)(2x^2 + x + 3)$$

$$= 4x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 6x^3 - 3x^2 - 9x + 8x^2 + 4x + \cancel{12}$$

$$= 4x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 5x + \cancel{12}$$

$$\begin{aligned} 4(x^3(x-1)) & 4x^2 - 2x + 7 + \sqrt{m} = (-8x + 16)^2 \\ & \sqrt{m} = 12x^2 - 6x - 6 \\ & \sqrt{m} = 6(2x^2 - x - 1) \end{aligned}$$

$$m = 36(4x^4 + x^2 + 1 - 4x^3 - 4x^2 + 2x)$$

(
все
члены
сокращаются)

найдено

$$1 + 8 = 9$$

$$\frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$$

1

запись

$$\sqrt{m} = 6(x + 0,5)(x - 1)$$

$\frac{d}{dx}$

найдено

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$V_m^2 + (V_B + 6) = V_B^2(t+2)(V_m + 6) + 75$$

$$2S = (V_m + V_B)t + V_B 2$$

$$S = 24 \frac{km}{2} t + V_B$$

$$\frac{S}{V_m + 6} = \frac{S}{V_B + 6} + 125$$

$$V_B(t+2)(V_B + 6) = V_m t(V_m + 6) + 125 \rightarrow$$

$$\frac{ab}{(a+b)^2 - 10ab}$$

$$Pyc76 \quad m \leq a+b$$

$$10ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{m}$$

$$Pyc76 \quad a \equiv k \pmod{m}$$

$$b \equiv c \pmod{m}$$

$$kc \equiv 0 \pmod{m}$$

$$k+c \equiv 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

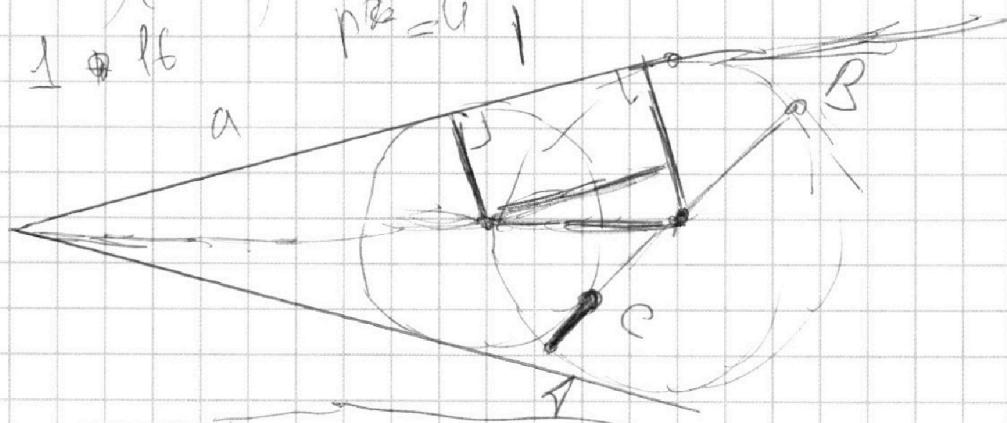
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$R^2 + AP^2 = r^2 + 7,5^2$$

$$(R - 7,5)(R + 7,5) = r^2$$

$$1 \oplus 16 \quad r^2 = 0 \quad |$$



34
68
52

$$\sqrt{(R^2 - r^2)} = R^2 - (R - r)^2 = 1$$

$$\frac{a}{2R} = \frac{a+1}{R}$$

$$2Rn - r^2$$

$$12 \cdot 4 - 16 = 48$$

$$a\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1}{R}$$

$$\frac{R-r}{r}$$

$$a = \frac{1}{R\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)}$$

$$a = \left(\frac{R}{r} - 1\right)$$