



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



① [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

– 2

– 1

③ [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

④ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

⑤ [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

✎ 6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\delta_1}$, $b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\delta_2}$,
 $c = \cancel{2^{\alpha_3}} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\delta_3}$. Т.к. мы делим abc ,
то другие простые множ., не входящие ни
в a , b , c не содержатся. $\Rightarrow$ делимость на $2^{k_1} \cdot 3^{k_2} \cdot 5^{k_3}$, в a, b, c не содержится.
Исходя из задачи:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 \geq 6 \\ \alpha_2 + \alpha_3 \geq 14 \\ \alpha_1 + \alpha_3 \geq 16 \end{cases} \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq \frac{36}{2} = 18. \text{ Пример: } \alpha_1 = 4; \alpha_2 = 2; \alpha_3 = 12$$

$$\begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \geq 13 \\ \beta_2 + \beta_3 \geq 21 \\ \beta_1 + \beta_3 \geq 25 \end{cases} \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq \frac{59}{2} \Rightarrow \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 30$$

(т.к. $\alpha_i, \beta_i, \delta_i$ - целые неотр.)
Пример: $\beta_1 = 8; \beta_2 = \frac{17}{2}; \beta_3 = \frac{17}{2}$

Т.к. $\delta_1 + \delta_3 \geq 28$, то $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 \geq 28$. Пример:
 $\delta_2 = 0; \delta_1 = 11; \delta_3 = 17$, тогда $\delta_1 + \delta_2 = 11; \delta_2 + \delta_3 = 17; \delta_1 + \delta_3 = 28$.

Т.к. $abc = 2^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \cdot 3^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \cdot 5^{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}$, то
 $abc \geq 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

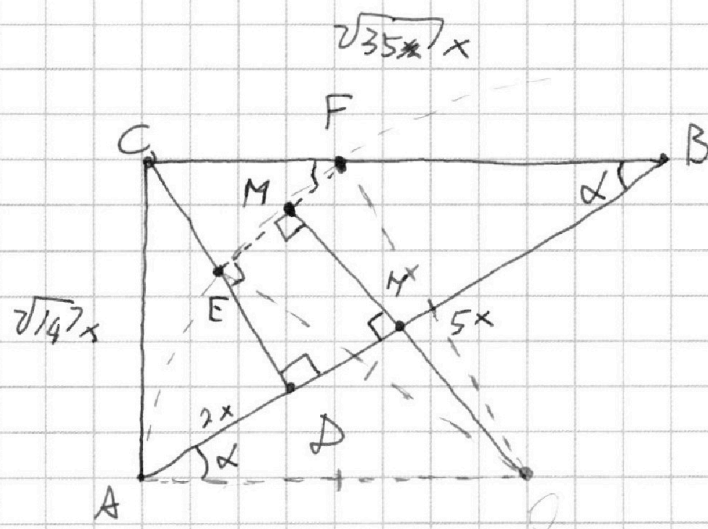
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BD} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{2}{5} \text{ Пусть}$$

$$AD = 2x; BD = 5x$$

П.к. данная окружность кас. AC в A, то ее центр O лежит на перпенд. к AC в A. П.к. E, F касат. к окружности, то O лежит также на биссектрисе к EF.

Пусть $S_{ABC} = S$. Тогда $S_{ACD} = \frac{2}{7}S$ (одна высота, ок. соотн. как $\frac{2}{7}$).

$$CD = \sqrt{2x \cdot 5x} = x\sqrt{10} \text{ как высота прямоугол. } D \Rightarrow$$

$$\text{по т. Пиф. } BC = \sqrt{35}x; AC = x\sqrt{14}$$

M - серед. EF, соедин. MO $\perp$ AB и M

$$S_{ADM} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot DM = x \cdot DM$$

$$= \frac{\sqrt{35}}{7} \cdot S$$

$$\frac{CF}{CB} = k$$

Пусть Тогда из $EF \parallel AB: EF = DM = 5x \cdot k$

$$CF = \sqrt{35} \cdot x \cdot k$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) AO \text{ и } OF - \text{радиусы} \Rightarrow AO^2 = (AO - CF)^2 + AC^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = -2AO \cdot CF + CF^2 + AC^2; CF = \sqrt{35}xk;$$

$$AM = AD + MD = 2x + 5xk = x(2 + 5k); AO =$$

$$\frac{AM}{\cos \angle} = \frac{x(2 + 5k) \cdot 7}{\sqrt{35}}$$

$$2 \cdot \frac{x(2 + 5k) \cdot 7}{\sqrt{35}} \cdot \sqrt{35}xk = 35x^2k^2 + 14x^2$$

$$2 \cdot (2 + 5k) \cdot 7 \cdot k = 35k^2 + 14$$

$$2(14 + 35k)k = 35k^2 + 14; 28k + 70k^2 = 35k^2 + 14$$

$$35k^2 + 28k - 14 = 0 \quad 5k^2 + 4k - 2 = 0$$

$$D = 16 + 40 = 66.$$

$$k_1 = \frac{-4 + \sqrt{66}}{10} \quad (\text{выбрано значение, соответствующее условию})$$

$$S_{CDB} = \frac{5}{4}S; S_{CEF} = k^2 \cdot S_{CDB} = \left(\frac{\sqrt{66} - 4}{10}\right)^2 \cdot \frac{5}{4}S$$

$$\frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \frac{(\sqrt{66} - 4)^2}{10} \cdot \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{66 + 4 - 8\sqrt{66}}{4} = \frac{35 - 4\sqrt{66}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{35 - 4\sqrt{66}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

($k \in \mathbb{Z}$): $\arccos(\sin x) = \frac{9\pi - 2x}{10}$. Возьмем $\cos$ от обеих

членов: $\sin x = \cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{9\pi - 2x}{10}\right)$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi - 2x}{10} + 2\pi k & (I) \\ x - \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi - 2x}{10} + 2\pi k & (II) \end{cases}$$

П.к. $\arccos(\cdot) \in [0; \frac{\pi}{2}]$,

то $9\pi - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4,5\pi$

$9\pi - 2x \leq 10\pi \Rightarrow x \geq -\frac{\pi}{2}$

I) $5\pi - 10x = 9\pi - 2x + 20\pi k$; $x = -4\pi + 20\pi k$

$x = -\frac{\pi}{2} + \frac{5}{2}\pi k$. Сучетом ОДЗ получим:

$x = -\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{3\pi}{2}$; $x = 4,5\pi$

II) $10x - 5\pi = 9\pi - 2x + 20\pi k$; $42\pi =$

$12x = 14\pi + 20\pi k$; $x = \frac{7}{6}\pi + \frac{10}{6}\pi k$. Суч. ОДЗ:

$x = -\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{7}{6}\pi$; $x = \frac{13}{6}\pi$; $x = \frac{23}{6}\pi = \frac{9}{2} = 4,5\pi$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{7}{6}\pi$; 2π ; $\frac{13}{6}\pi$; $4,5\pi$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle AOC = \beta. \quad \cos \beta = \frac{AO}{OC} = \frac{5 \cdot 4}{45} = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{81-16}}{9} = \frac{\sqrt{65}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

Если $|\frac{5}{6}a| > \frac{4\sqrt{2}}{9}$, то $\exists b$, удов. усл. задачи.

$$\left(\frac{5}{6}a\right)^2 > \left(\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)^2 \quad \left(\frac{5}{6}a - \frac{4\sqrt{2}}{9}\right) \left(\frac{5}{6}a + \frac{4\sqrt{2}}{9}\right) > 0$$

$$\left(a - \frac{24\sqrt{2}}{35}\right) \left(a + \frac{24\sqrt{2}}{35}\right) > 0 \quad a^2 < \left(\frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\left(a - \frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \left(a + \frac{35}{24\sqrt{2}}\right) < 0$$

$$a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right) \quad \text{мы считали} \quad \text{хоть } a \neq 0, \text{ но}$$

при $a=0$ получ. $x = \frac{6}{5}$ - ~~х~~ верши. пр., которая
может пересекать обе окр. в двух точках.

$$\text{Ответ: } a \in \left[-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48}\right)$$

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Внутри ур-ие системы равенства сов-сти:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ x^2 + y^2 + 18y + 27 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases} \text{ - ик}$$

графики - окр. радиусами 5 и 2 с центрами в $(0,0)$ и $(0,-9)$ соотв. График $5x + 6ay - 6 = 0$ -

- прямая, при $a \neq 0$ имеет вид: $y = \frac{6}{a} - \frac{5}{6}x$

Понятно, что при $a \rightarrow 0$ прямая

стремится к вертикали и сможет пересечь

все окр., а при $a \rightarrow \infty$ (график -

- почти вр. прямая) - смогут

иметь ≤ 2 общ. точек.

Тр. ссл. Трапециoidal случай -

- общая внутр. кас. Найдём

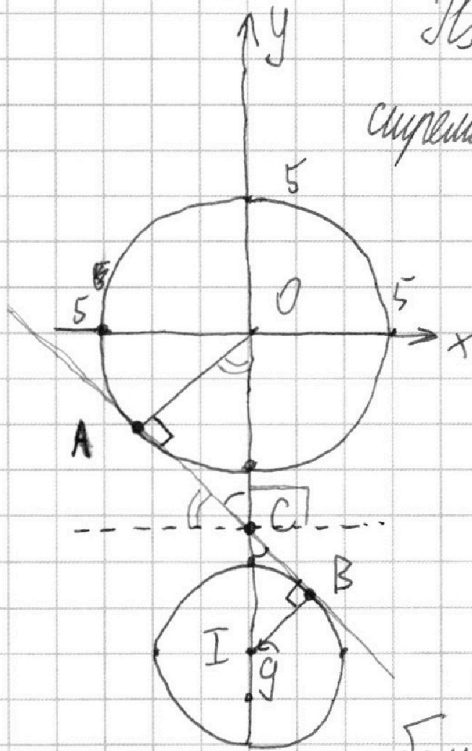
её наклон: A, B - точки кас. C

большой и меньшей окр., C - пересек. с

осью y ; O и I - центры большой и меньш. окр.

$$OI = 9. \triangle OAC \sim \triangle IBC \Rightarrow \frac{OC}{CI} = \frac{OA}{IB} = \frac{5}{2} \Rightarrow OC = \frac{5}{2} CI$$

$$OC + CI = \frac{5}{2} CI + CI = 9 \Rightarrow CI = \frac{18}{7}, OC = \frac{45}{7}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\log_{11} x = t$; $\log_{11}(0,5y) = u$; $t \neq 0$; $u \neq 0$

$$\log_{11} \frac{1}{321} = -2 \log_{11} 311 = -\frac{2}{3} \log_{11} 11 = -\frac{2}{3} \log_{11} x = -\frac{2}{3} \cdot t$$

$$\log_{0,125} y^3 (11^{-13}) = -13 \cdot \log_{0,5y} 311 = -\frac{13}{3} \log_{0,5y} 11 = -\frac{13}{3} \log_{0,5y} \frac{1}{u}$$

Получим уравнение.

$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3}t - 5 \Rightarrow t^5 - 16 + 5t = 0 \quad t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$$u^4 + \frac{1}{u} = -\frac{13}{3u} - 5 \Rightarrow u^5 + 5u + \frac{16}{3} = 0$$

$$\begin{cases} t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0 \\ u^5 + 5u + \frac{16}{3} = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Заметим, что если } t, -\text{решение,} \\ \text{то } u = -t, -\text{также решение} \end{array}$$

Заметим, что $f(t) = t^5 + 5t - \frac{16}{3}$ строго возрастает
на $\mathbb{R}$ ($f'(t) = 5t^4 + 5 > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$); $f(0) \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(t)$ имеет только одно решение $t = -\frac{16}{3}$ и нет других.

Отсюда $\Rightarrow u^5 + 5u + \frac{16}{3}$ имеет одно решение $u = -t$.

$$\Rightarrow u + t = 0 \quad \log_{11} x + \log_{11} 0,5y = 0; \log_{11}(0,5xy) = 0$$

$$\Rightarrow 0,5xy = 1 \Rightarrow xy = 2$$

Ответ: $xy = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Исследовать, какие значения принимает $\arccos(\sin x)$
при x из разных темб: (часть $2\pi k$, $6x$ шир.)
 $k \in \mathbb{Z}$

I) $\frac{\pi}{2} - x$

II) $\pi - x$ - углы I темб; $\sin(\pi - x) = \sin x \Rightarrow$

$\Rightarrow \arccos(\sin x) = \frac{\pi}{2} - \pi + x = x - \frac{\pi}{2}$

III) $x - \pi$ - углы I темб; $\sin(x - \pi) = -\sin x \Rightarrow$

$\Rightarrow \arccos(-\sin x) = \frac{\pi}{2} - x + \pi = \frac{3\pi}{2} - x \Rightarrow \arccos(\sin x) =$
 $= \pi - \frac{3\pi}{2} + x = x - \frac{\pi}{2}$

IV) $x - \pi$ - углы второй темб; $\sin(x - \pi) = \sin(x) \cdot (-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow \arccos(-\sin x) = x - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \arccos(\sin x) = \pi - x + \frac{3\pi}{2} =$
 $= \frac{5\pi}{2} - x.$

1) Пусть x - углы первой темб: $10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x;$

$5\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow 8x = -4\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$ - не в I темб.

2) x - углы II темб: $10(x - \frac{\pi}{2}) = 9\pi - 2x;$ $10x - 5\pi = 9\pi - 2x$

$* 12x = 14\pi; x = \frac{7\pi}{6}$ - не в II темб.

3) x - III темб: из 2) $x = \frac{7\pi}{6}$ - не подходит

4) x - IV темб: $25\pi - 10x = 9\pi - 2x \Rightarrow x = 2\pi$ - подходит

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; 2\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

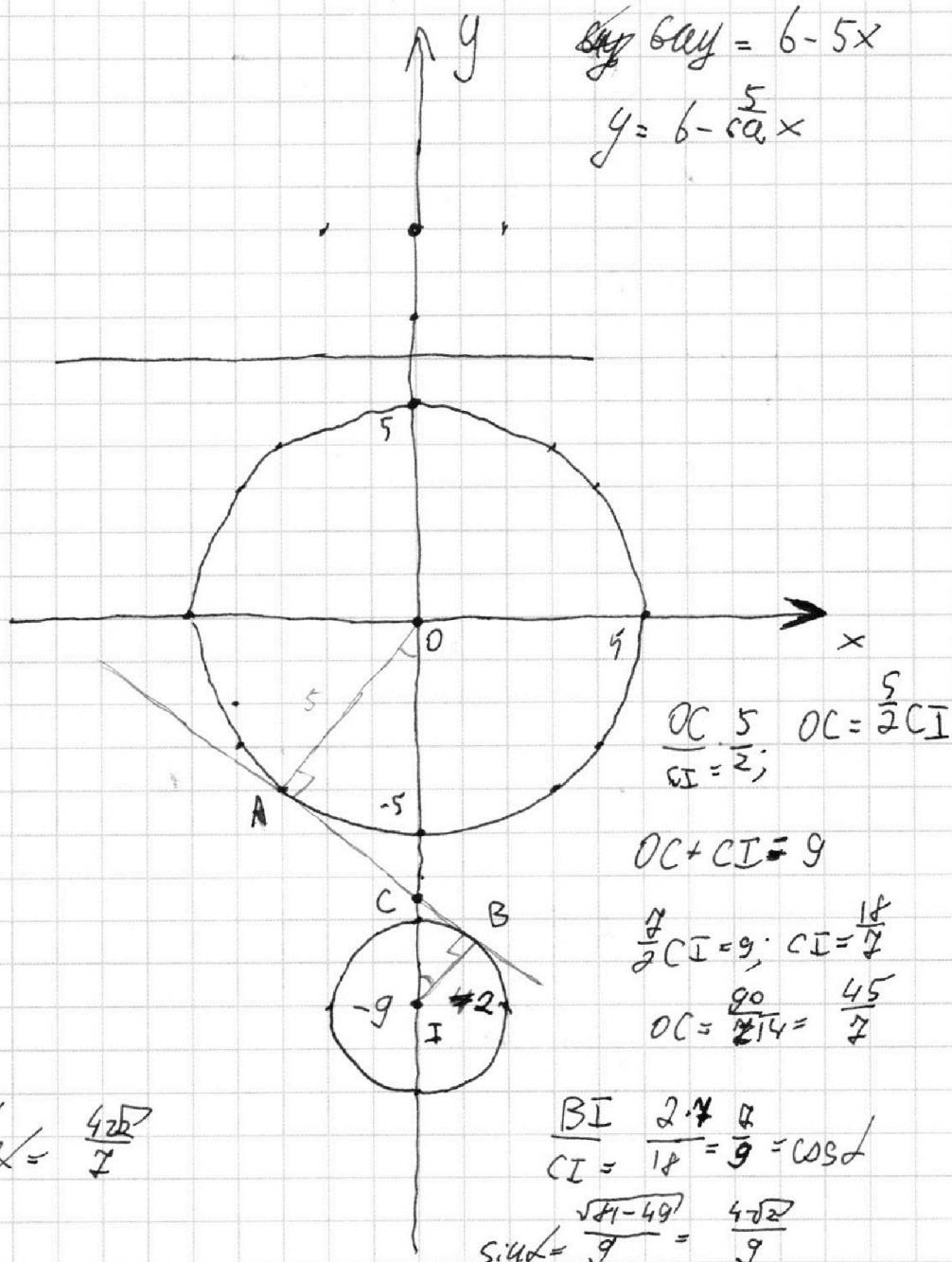
МФТИ

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 y^2 + 14y + 81 + 7x - 81 = 0$$
$$x^2 + (y+9)^2 = 4$$

$$5x + 6ay - 6 = 0$$

$$y = 6 - \frac{5}{9}x$$



$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{422}{7}$$

$$\frac{BI}{CI} = \frac{2.7}{18} = \frac{1}{9} = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{41-49}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

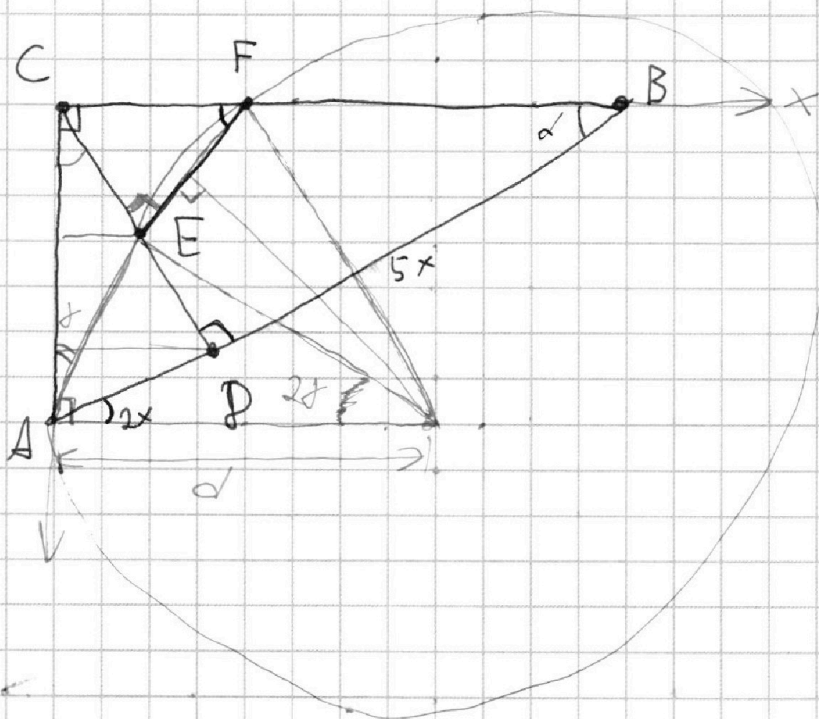
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

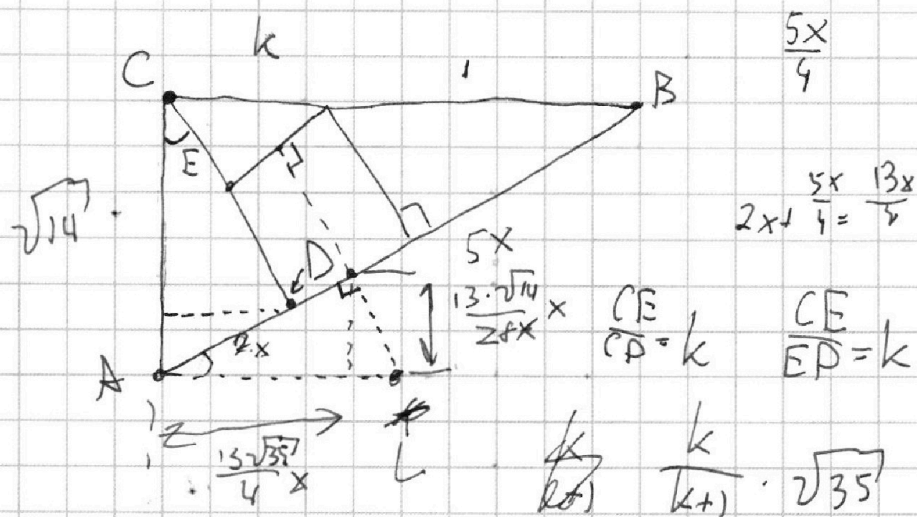
$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{2}{5}$$



E:

d =



49 - 35

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$3u^5 + 15u + \frac{16}{3} = 0$$

$$3u^5 + 15u + 16 = 0$$

$$3u^5 + 15u - 15 = 0$$

$$\log_{11} x = \log_{11} 0,59$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi - 2x}{10}\right)$$

$$2x + \frac{5}{4}x = \frac{4+5}{4}x =$$

$$CD = x\sqrt{10}; \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}; \quad = \frac{13}{4}x$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35} \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{\sqrt{35}}{7}$$

$$\frac{13}{4}x \cdot \frac{\sqrt{14}}{7} = \frac{\sqrt{14} \cdot 13}{28}x$$

$$\frac{13}{4} \cdot \frac{\sqrt{35}}{x} = \frac{13 \cdot \sqrt{35}}{4}x$$

$$AL = \frac{13 \cdot 7}{4\sqrt{35}}$$

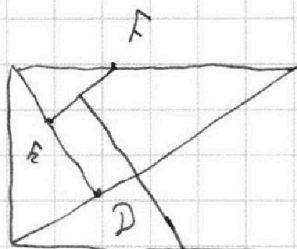
$$CK = \frac{k}{k+1} \cdot \sqrt{35}x$$

$$\left(\frac{k}{k+1} \sqrt{35}x\right)^2 + 14x^2 = \left(\frac{13 \cdot 7}{4\sqrt{35}}x\right)^2$$

$$-2k \cdot \sqrt{35} \cdot \frac{13 \cdot 7}{4\sqrt{35}}x^2 + 14x^2 = 0$$

$$AH = 2x + 5x \cdot k = x(2+5k)$$

$$AO = \frac{AH}{\cos \alpha} = \frac{x(2+5k) \cdot 7}{\sqrt{35}}$$





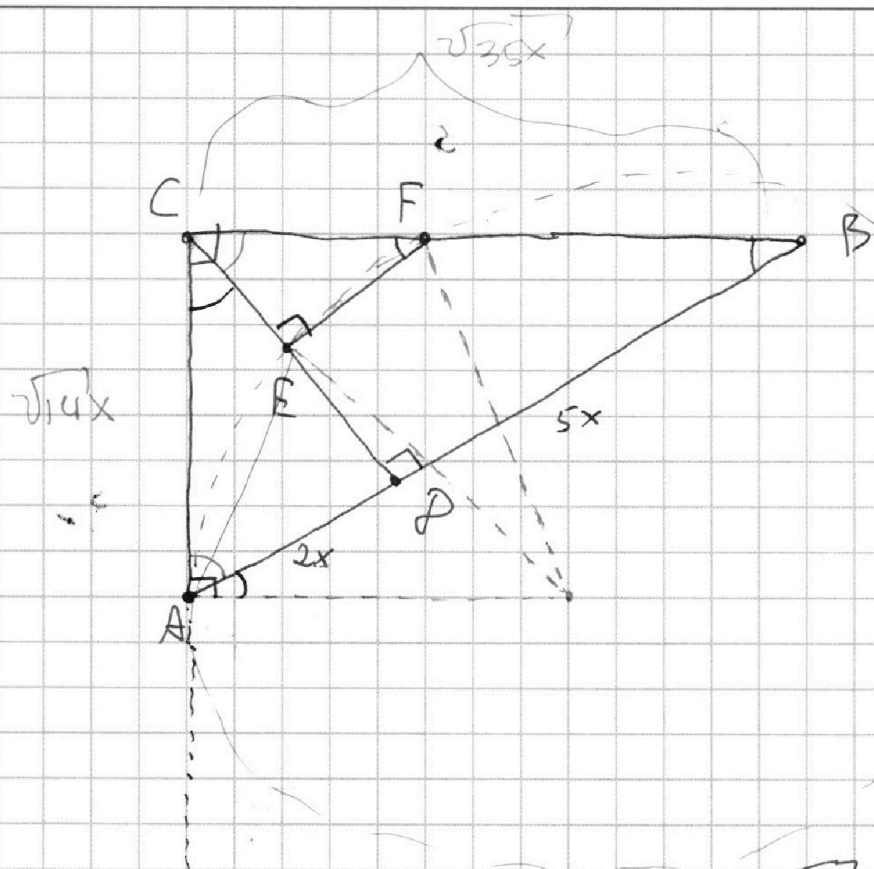
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = 10x \quad CD = x\sqrt{10}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{25 + 0 = 38}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{2x}{x\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$CD = \sqrt{10}$$

$$CD = x\sqrt{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{5\sqrt{35}}{35} = \frac{\sqrt{35}}{7}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$BC = \sqrt{35}x$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\cos \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1}$$

$$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2}$$

$$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3}$$

$$2(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) \geq 36$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 18$$

$$2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) \geq 59$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 30$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 24$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geq 18$$

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \geq 30$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 \geq 24$$

$$\begin{cases} \gamma_1 + \gamma_2 \geq 11 \\ \gamma_2 + \gamma_3 \geq 13 \\ \gamma_1 + \gamma_3 \geq 28 \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$\frac{\pi}{2} + x = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$10x - 5\pi = 9\pi - 2x$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 \geq 6$$

$$\beta_1 + \beta_2 \geq 13$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 \geq 11$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 \geq 14$$

$$\beta_2 + \beta_3 \geq 21$$

$$\gamma_2 + \gamma_3 \geq 13$$

$$\alpha_1 + \alpha_3 \geq 16$$

$$\gamma_1 + \gamma_3 \geq 28$$

$$\beta_1 + \beta_3 \geq 25$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 \geq 28$$

$$\frac{\pi}{6\pi}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\pi$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$25$$

$$+ 21$$

$$+ 13$$

$$59$$

$$1$$

$$11$$

$$+ 13$$

$$28$$

$$52$$

$$\alpha: 4 \ 2 \ 12$$

$$\beta: 8 \ 5 \ 14$$

$$\gamma: 9\pi - \frac{\pi}{3}\pi =$$

$$= \frac{26\pi}{3}$$

$$\gamma_1 = 11 \quad x = \frac{\pi}{6\pi}$$

$$\gamma_3 = 12$$

$$12x = 14\pi$$

$$5\pi + 10x = 9\pi - 2x$$

$$12x = 4\pi; x = \frac{\pi}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

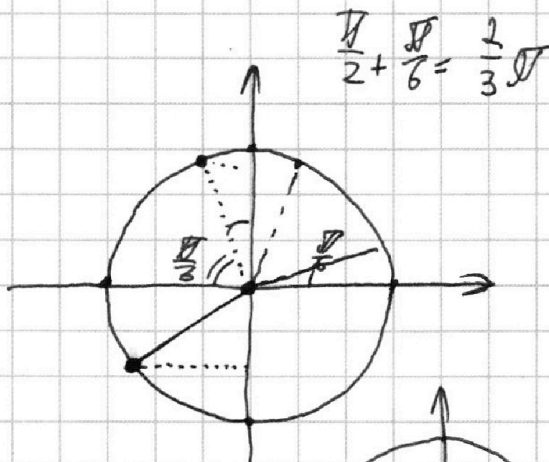
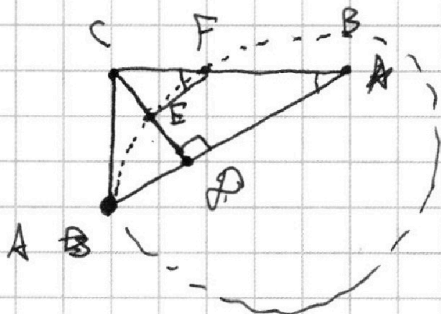
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

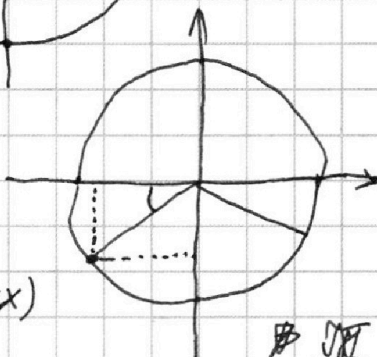
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

с2.



$$\frac{4\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos(\sin x)$$



$$\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + x = x - \frac{\pi}{2}$$

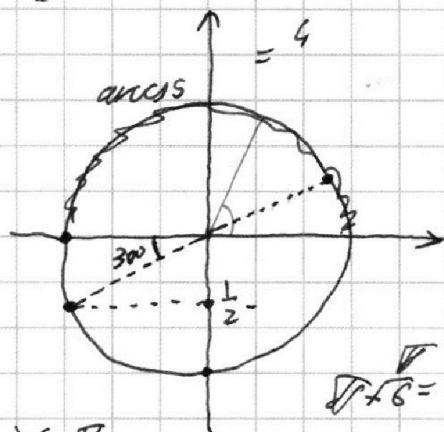
$$\frac{3\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} - \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x = \frac{9\pi}{6} - \frac{2x}{6} = \frac{3\pi}{2} - \frac{x}{3}$$

$$\frac{11\pi}{6} - \frac{3\pi}{2} = \frac{11\pi}{6} - \frac{9\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{11\pi}{6} = \frac{15\pi}{6} - \frac{11\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\frac{11\pi}{6}$$



$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{3\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} - \frac{7\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{2} - x + \frac{\pi}{6} =$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{2} - x$$



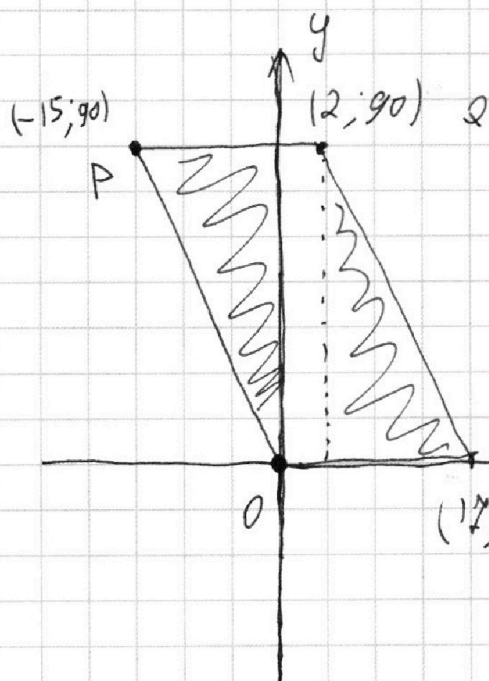
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



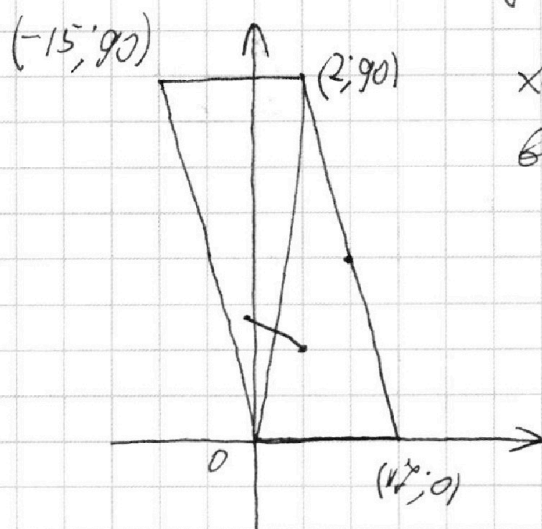
$$6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$$

$$1) x_2 = x_1 :$$

$$y_2 - y_1 = 48$$

$17:0$	$13:16$	$12k=4k$
$16:4$	$12:20$	$8:36$
$15:8$	$11:324$	$7:40$
$14:12$	$10:28$	$6:44$
	$9:32$	$5:48$
	$8:32$	$4:52$
	$7:32$	$3:56$
	$6:32$	$2:60$

$$x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = C.$$



$$x_1 - x_2 = 1$$

$$6 + x$$

$$y_2 - y_1 = 6$$

$$x, y$$

$$(x+1; y+44)$$

$$y = 45x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x^{11} = - \log_x^3 11^2 - 5$$

$$\log_x^3 11^2 = \frac{2}{3} \log_x 11 \cdot \frac{16}{3}$$

$$\sqrt[4]{4} - 6\sqrt[4]{4} = -\frac{2}{3}\sqrt[4]{4} - 5 \quad \sqrt[4]{4} - \frac{16}{3}\sqrt[4]{4} + 5 = 0$$

$$\log_{11}(0,54) + \sqrt[4]{4} - \frac{6}{\sqrt[4]{4}} = -\frac{2}{3}\sqrt[4]{4} - 5$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{6}{\sqrt[4]{4}} + \frac{2}{3}\sqrt[4]{4} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4(0,54) + \frac{1}{\log_{11} 0,54} =$$

$$\log_x^3 \frac{1}{121} = -2 \log_x^3 11 = -\frac{2}{3} \log_x 11 = -\frac{2}{3} \frac{1}{\log_{11} x}$$

$$\log_{0,1254}^3(11^{-13}) = -13 \cdot (\log_{0,54})^3(11) =$$

$$= -\frac{13}{3} \log_{0,54} 11^5 - \frac{13}{3} \frac{1}{\log_{11} 0,54} \quad 6 - \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{6}{\sqrt[4]{4}} = -\frac{2}{3}\sqrt[4]{4} - 5 \quad \sqrt[4]{4} - \frac{16}{3\sqrt[4]{4}} + 5 = 0$$

$$u^4 + \frac{1}{u} + \frac{13}{3} \frac{1}{u} = -5 \Rightarrow \sqrt[4]{4} - \frac{16}{3\sqrt[4]{4}}$$

$$u^4 + \frac{1}{u} + \frac{16}{3} \frac{1}{u} = \sqrt[4]{4} - \frac{16}{3\sqrt[4]{4}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{16}{3} \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v} \right) = \sqrt[4]{4} - u^4 \Rightarrow u \neq 0$$

$$\frac{16}{3} \left(\frac{u+v}{uv} \right) = (\sqrt[4]{4} - u^4)(\sqrt[4]{4} + u^4) = (\sqrt[4]{4} - u^4)(u+v)(\sqrt[4]{4} + u^4)$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{16}{3\sqrt[4]{4}} + 5 = 0$$

$$u^4 + \frac{16}{3u} - 5 + 5 = 0$$

$$u^4 + \frac{16}{3u} + 5 = 0$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{16}{3} + 5\sqrt[4]{4} = 0$$

$$\sqrt[4]{4} = 2$$

$$3\sqrt[4]{4} + 15\sqrt[4]{4} - 16 = 0$$

$$(1; 2)$$

$$3\sqrt[4]{4} + 15\sqrt[4]{4} - 16 = 0$$

$$u^5 + \frac{16}{3} + 5u = 0$$

$$3\sqrt[4]{4} + 3u^5 + 15u + 15\sqrt[4]{4} = 0$$

$$3u^5 + 15u + \frac{16}{3} = 0$$

$$\sqrt[4]{4} + u = \log_{11}(0,5(xy)) =$$

$$= \log_{11} xy + \log_{11} 0,5 =$$

$$\log_{11} xy - \log_{11} 2$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{6}{\sqrt[4]{4}} = -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt[4]{4}} - 5$$

$$\sqrt[4]{4} - \frac{16}{3\sqrt[4]{4}} - 5 = 0$$

$$\sqrt[4]{4} - 5\sqrt[4]{4} - \frac{16}{3} = 0$$

$$6 - \frac{3}{3} = \frac{16}{3}$$

$$3u^5 + 15u + 3\sqrt[4]{4} + 15\sqrt[4]{4} = 0$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) =$$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + b^3 - b^2a + b^3$$

$$3(u+\sqrt[4]{4})(u^4 + u^3\sqrt[4]{4} + u^2\sqrt[4]{4}^2 + u\sqrt[4]{4}^3 + \sqrt[4]{4}^4)$$

$$u^5 - u^4\sqrt[4]{4} + u^3\sqrt[4]{4}^2 - u^2\sqrt[4]{4}^3 + u\sqrt[4]{4}^4 + u^4\sqrt[4]{4} - u^3\sqrt[4]{4}^2 + u^2\sqrt[4]{4}^3 - u\sqrt[4]{4}^4 + \sqrt[4]{4}^5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

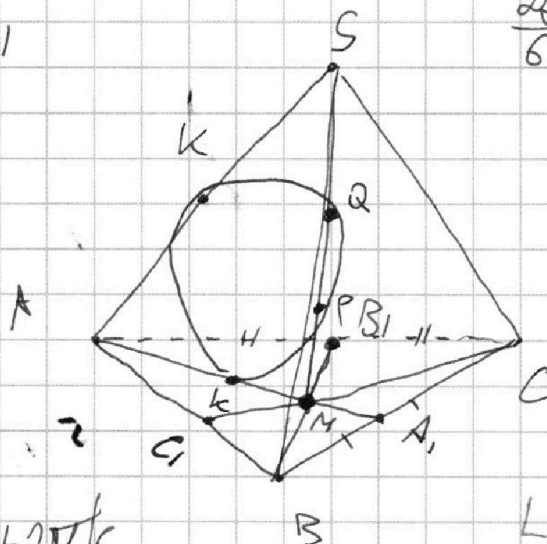
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{9\sqrt{10} - 2x}{10}$$
$$\frac{2\sqrt{10}}{6} = \frac{9}{2}$$
$$-\frac{\pi}{2} - 1$$

~~10~~

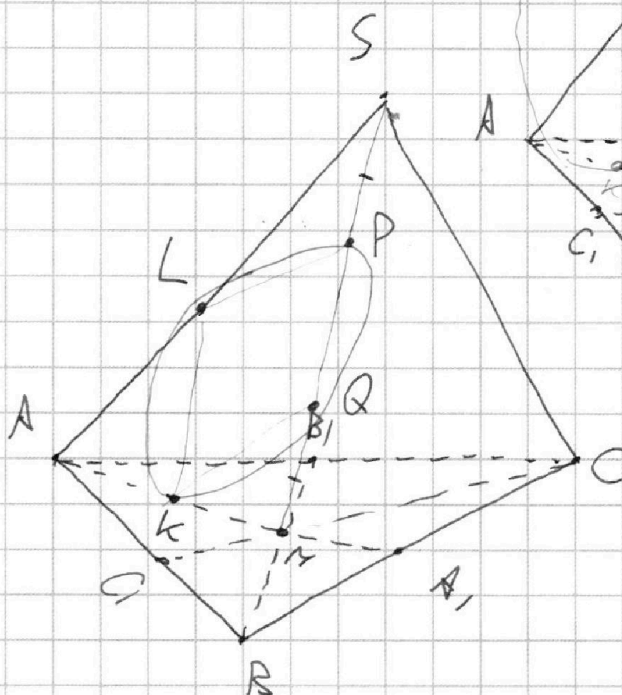
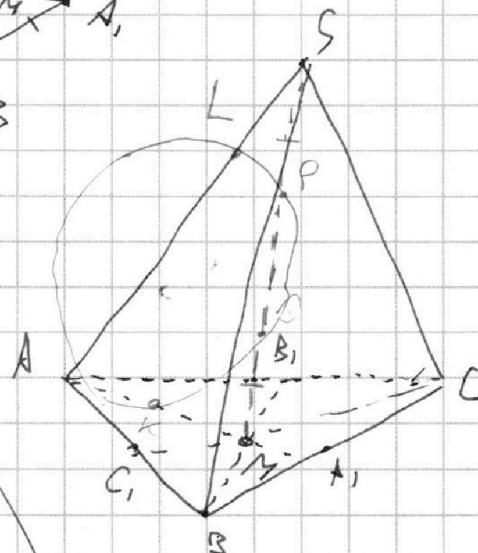
$$\frac{5\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{9\sqrt{10} - 2x}{10} + 2\sqrt{10}k$$



$$2\sqrt{10} + \frac{5}{8\sqrt{10}}$$

$$2\sqrt{10} \frac{10}{3}$$



$$\frac{10}{\sqrt{10}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$