МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3} \left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [x] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab \vdots 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc \vdots 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ ac \vdots 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

Это значит, что для некоторых $x, y, z \in \mathbb{N}$:

$$\begin{cases} ab = x \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc = y \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ ac = z \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

① перемножим три равенства: $(abc)^2 = xyz \cdot 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$

$\Leftrightarrow abc = \sqrt{3xyz} \cdot 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26}$. Значит, $\sqrt{3xyz} \in \mathbb{N}$,

т.е $3xyz$ – полн. квадрат. Тогда какое-то из чисел x, y, z делится на 3.

② перемножим первые два и поделим на 3-е:

$b^2 = \frac{xy}{z} \cdot 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{-4}$. т.к $b^2 \in \mathbb{N}$, то $5^{-4} \frac{xy}{z} \in \mathbb{N}$.

Значит, $xy \vdots 5^4$. $\Rightarrow abc \geq 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26}$

т.е $xyz \geq 5^4 \cdot 3$. Приведём пример, когда это так:
$(x = y = 5^2, z = 3)$

$$\begin{cases} ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{15} \\ ac = 2^{16} \cdot 3^{26} \cdot 5^{28} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{13} \\ b = 2^2 \cdot 3^4 \\ c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

и $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$

① т.к. $\forall t \in [-1;1]$ $\arccos(t) + \arcsin(t) = \frac{\pi}{2}$, то исходное уравнение равносильно следующему:

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 5\pi - 10\arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -10\arcsin(\sin x) = 4\pi - 2x \Leftrightarrow -5\arcsin(\sin x) = 2\pi - x.$$

② т.к. $\cancel{\arcsin(t)},$ $\forall t \in [-1;1]$ $\arcsin(t) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, то

$$-5\arcsin(t) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right].$$

Тогда $(2\pi - x)$ тоже должен лежать на этом отрезке:

$$-\frac{5\pi}{2} \le 2\pi - x \le \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5\pi}{2} - 2\pi \le -x \le \frac{5\pi}{2} - 2\pi \Leftrightarrow -\frac{9\pi}{2} \le -x \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{9\pi}{2}$$

③ Разобьем решение на рассмотрение нескольких случаев, в зависимости от которых будет ясно значение $\arcsin(\sin x)$.

1) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x$ и получаем след. равенство:

$$-5x = 2\pi - x \Leftrightarrow 4x = -2\pi \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{2}}$$ — решение, т.к. $-\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

2) $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. Тогда заметим, что $-\frac{3\pi}{2} \le -x \le -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \pi - \frac{3\pi}{2} \le \pi - x \le \pi - \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \le \pi - x \le \frac{\pi}{2}$. Значит, $\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(\pi - x)) =$

$= \pi - x$ (здесь мы воспользовались тем, что $\sin(x) = \sin(\pi - x)$ для любого $x \in \mathbb{R}$). Получаем:

$$-5\pi + 5x = 2\pi - x \Leftrightarrow 6x = 7\pi \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{7\pi}{6}}$$ — решение, т.к. $\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} \le \frac{7\pi}{6} \le \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$, тогда $\frac{3\pi}{2}-2\pi \le x-2\pi \le \frac{5\pi}{2}-2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \le x-2\pi \le \frac{\pi}{2}$. А т.к. $\sin(x-2\pi)=\sin(x)$, то $\arcsin(\sin(x)) = \arcsin(\sin(x-2\pi)) = x-2\pi$. Получим:

$-5x+10\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 8\pi = 4x \Leftrightarrow \boxed{x=2\pi}$ – решение, ведь $\frac{3\pi}{2} = 1{,}5\pi \le 2\pi \le 2{,}5\pi = \frac{5\pi}{2}$.

4) $x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$. Опять заметим, что $\frac{5\pi}{2}-\frac{6\pi}{2} \le x-3\pi \le \frac{7\pi}{2}-\frac{6\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \le x-3\pi \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \le 3\pi - x \le \frac{\pi}{2}$. Снова воспользуемся свойствами синуса и арксинуса: $\arcsin(\sin(3\pi - x)) = \arcsin(\sin(\pi - x)) = \arcsin(\sin(x))$. Значит, $\arcsin(\sin(x)) = 3\pi - x$ и мы получаем:

~~$5x - 15\pi = 2\pi - 2x \Leftrightarrow 7x = 24\pi \Leftrightarrow x = \frac{24\pi}{7}$~~

$5x - 15\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 6x = 17\pi \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{17}{6}\pi}$. Т.к. $\frac{17}{6}\pi = \frac{12}{6}\pi + \frac{5}{6}\pi = 2\pi + \frac{5}{6}\pi$, то, очевидно, $\frac{5\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2} \le 2\pi + \frac{5\pi}{6} \le 3\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$ – значит, решение

5) последний случай: $x \in \left[\frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right]$. Тогда $-\frac{\pi}{2} \le x - 4\pi \le \frac{\pi}{2}$ и $\arcsin(\sin(x)) = \arcsin(\sin(x-4\pi)) = x - 4\pi$. Получаем:

$-5x+20\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 4x = 18\pi \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{9\pi}{2}}$ – очевидно, решение.

Можно записать ответ:

Ответ: $x \in \left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

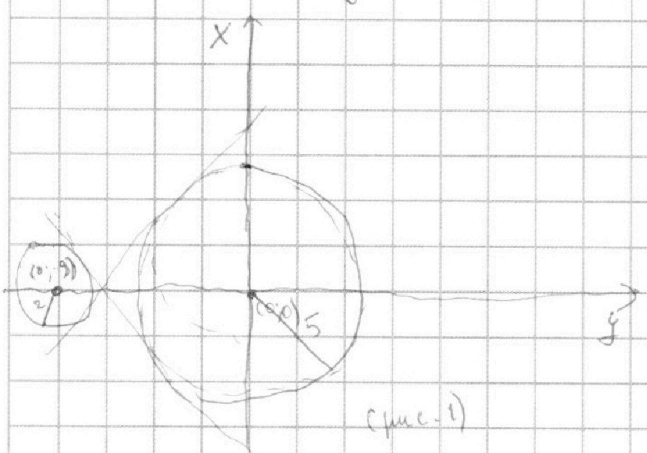
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+y^2+18y+81-4=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{6}{5}ay+\frac{b}{5} & (1) \\ \left[\begin{array}{ll} x^2+y^2=25 & (2) \\ x^2+(y+9)^2=4 & (3) \end{array}\right. \end{cases}$$

Введём систему координат yOx



(рис. 1)

Первое уравнение задаёт прямую вида ~~k y~~ $x=ky+d$, где $k=-\frac{6a}{5}$, $d=\frac{b}{5}$.

Второе и третье задают две окружности: с центром в $(0;0)$ и радиусом 5, и с центром в $(0;-9)$ и радиусом 2. (рис. 1)

Рассмотрим несколько случаев.

1) $a=0$. Тогда при $b=0$ получаем прямую $x=0$; понятно, что она пересекает окружность в 4-х точках, т.е система имеет 4 решения. $\boxed{a=0}$ подходит.

2) $a>0$. тогда $k<0$. Понятно, что если в нижней точке касания с большей окружностью прямая касается или лежит ~~пересекает меньшую окр-сть~~ выше меньшей окр-сти, то решений максимум 2: всё чтобы иметь 2 пересечения ~~со второй~~ с меньш. окр-стью, прямая должна находиться ещё ниже, но т.к. k не меняется, то прямая будет лежать ниже большей окр-сти.

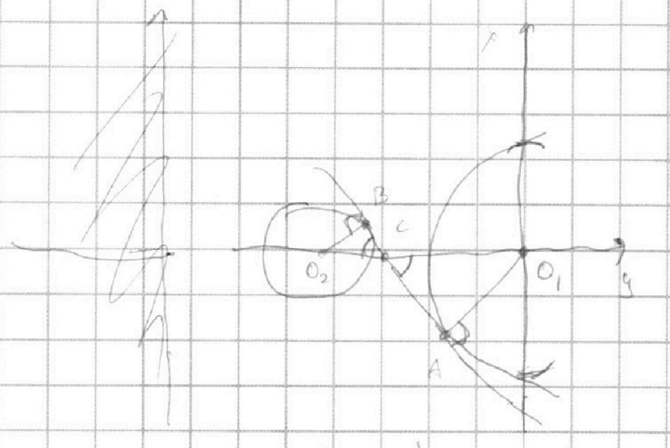
Найдём k, при которых происходит касание двух окр-стей:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(рис 2)

Т.к. $\angle O_2BC = \angle O_1AC$ и ~~$\angle BCO_2$~~

$\angle O_2CB = \angle O_1CA$, то

$\triangle O_2BC \sim \triangle O_1AC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{O_2C}{O_1C} = \frac{O_2B}{O_1A} = \frac{2}{5}$

А т.к. $O_2C + CO_1 = O_1O_2 = 9$, то

$O_2C = 2\cdot\frac{9}{7}$ и $O_1C = 5\cdot\frac{9}{7}$

Тогда ~~k~~ $k = tg(\angle O_1CB) = -tg(\angle O_2CB) =$ ~~$-tg(\ldots)$~~ $-tg(\angle O_2CB) =$

$= -\frac{O_2B}{BC}$. BC найдем по т. Пифагора: $BC^2 = O_2C^2 - O_2B^2 = -4 + 4\cdot\frac{81}{49} =$

$= 4\left(\frac{81-49}{49}\right) = \frac{4}{49}\cdot 32$ ~~BC~~, т.е. $BC = \frac{2}{7}\sqrt{32}$

Тогда $k = -\frac{2}{\frac{2}{7}\sqrt{32}} = -\frac{7}{\sqrt{32}}$

Понятно, что при $k < -\frac{7}{\sqrt{32}}$ ситуация будет ещё хуже: в т.е. касательная с большей окр-стью прямая не будет иметь общих точек с меньшей. Зато $k > -\frac{7}{\sqrt{32}}$ подходит, вся ~~прямая~~ прямая будет пересекать меньшую окр-сть и касаться большей — просто будет её „приподнимать“, увеличив b, и будет 4 пересечения.

$k > -\frac{7}{\sqrt{32}} \Leftrightarrow \frac{64}{5}a < \frac{7}{\sqrt{32}} \Leftrightarrow \boxed{a < \frac{35}{64\cdot 4\sqrt{2}}} = \frac{35}{24\sqrt{2}}$

3) $a < 0$. Очевидно, что ситуация симметрична, ответом будет $\boxed{a > -\frac{35}{24\sqrt{2}}}$

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

① $\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3}\frac{1}{121} - 5$. Преобразуем немного выражение справа: $\log_{x^3}\frac{1}{121} - 5 = \log_{x^3}(11^{-2}) - 5 = -\frac{2}{3}\log_x 11 - 5$. Запишем исходное уравнение, перенеся всё налево (всё, кроме -5):

$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 + \frac{2}{3}\log_x 11 = -5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - \frac{16}{3}\log_x 11 = -5$

② Аналогично преобразуем и уравнение из условия с переменной y, сделав замену $t = 0{,}5y$ (тогда $t^3 = 0{,}5^3 \cdot y^3 = 0{,}125 \cdot y^3$):

$\log_{11}^4(t) + \log_t 11 = \log_{t^3}(11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4(t) + \log_t 11 + \frac{13}{3}\log_t 11 = -5$

$\Leftrightarrow \log_{11}^4(t) + \frac{16}{3}\log_t 11 = -5$.

③ Теперь заметим, что если первое уравнение имеет корень x_0, то второе уравнение имеет корень $\frac{1}{x_0}$. Действительно:

Во-первых $x_0 > 0$ и $x_0 \neq 1$. Значит и $\frac{1}{x_0} > 0$, $\frac{1}{x_0} \neq 1$ — второе выражение уже имеет смысл. Подставим $t = \frac{1}{x_0}$:

$\log_{11}^4\left(\frac{1}{x_0}\right) + \frac{16}{3}\log_{\frac{1}{x_0}}(11) = -5 \Leftrightarrow (-\log_{11}(x_0))^4 - \frac{16}{3}\log_{x_0}(11) = -5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x_0 - \frac{16}{3}\log_{x_0}(11) = -5$ — что верно, ввиду предположения, что x_0 — корень первого ур-я.

Аналогично, если второе уравнение имеет корень t_0, и ($t_0 > 0$, $t_0 \neq 1$), то первое имеет корень $\frac{1}{t_0}$ ($\frac{1}{t_0} > 0$, $\frac{1}{t_0} \neq 1$):

$\log_{11}^4\frac{1}{t_0} - \frac{16}{3}\log_{\frac{1}{t_0}}(11) = -5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 t_0 + \frac{16}{3}\log_{t_0}(11) = -5$ — что тоже верно по предположению.

Из этого всего мы заключаем, что x_0 — корень первого тогда и только тогда, когда $\frac{1}{x_0}$ — корень второго.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

④ Осталось заметить, что первое уравнение имеет единственный действительный корень. ~~Это~~ Докажем это так: пусть $\alpha = \log_{3x} u$, $\alpha \neq 0$. Тогда первое уравнение принимает вид

$\frac{1}{\alpha^4} + \frac{16}{3}\alpha = -5 \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha^4} = -\frac{16}{3}\alpha - 5$.

Рассмотрим $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha^4}$ и $g(\alpha) = -\frac{16}{3}\alpha - 5$. Понятно, что при $\alpha > 0$ $f(\alpha) > 0$ и $g(\alpha) < 0$ — решений $f(\alpha) = g(\alpha)$ нет.

Но при $\alpha < 0$ $f(\alpha)$ — монотонно возрастающая функция ($f'(\alpha) = -4 \cdot \frac{1}{\alpha^5} > 0$ для всех $\alpha < 0$), а $g(\alpha)$ — монотонно убыв. функция ($g'(\alpha) = -\frac{16}{3}$). Значит, если и есть пересечение, то оно единственно.

Для док-ва ~~сущ~~ существования этого пересечения, введём $h(\alpha) = f(\alpha) - g(\alpha)$. Заметим, что $h(\alpha) \to -\infty$ при $\alpha \to (-\infty)$ (т.к. при $\alpha \to -\infty$ $f(\alpha) \to 0$ и $-g(\alpha) \to -\infty$), а при

Заметим, что $h(-3) = \frac{1}{3^4} - 16 + 5 = -11 + \frac{1}{3^4}$ — что меньше 0, т.к. $\frac{1}{3^4} < 1 < 11$. Зато при $h(-\frac{1}{2}) = 16 - \frac{8}{3} + 5 = 21 - \frac{8}{3} = \frac{55}{3} > 0$.

$f(\alpha)$ и $g(\alpha)$ непрерывны на интервале $(-3; -\frac{1}{2})$ — значит, и непрерывна $h(\alpha) = f(\alpha) - g(\alpha)$. Тогда по теореме о промежуточном значении: $h(-3) < 0$, $h(-\frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow \exists t \in (-3; -\frac{1}{2}) : h(t) = 0$ $\Leftrightarrow f(t) = g(t)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

(5) И так, единственность решения (и его существование) доказана. Так как x_0 - корень первого уравнения $t = \frac{1}{x_0}$ - корень второго, то и у второго единственный корень.

Пусть x_0 действительный корень первого. Тогда второе уравнение имеет корень $t = \frac{1}{x_0} \overset{t=1}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}y = \frac{1}{x_0} \Leftrightarrow y = \frac{2}{x_0}$

(6) Таким образом xy принимает единственное значение $xy = x_0 \cdot \frac{2}{x_0} = \boxed{2}$

Ответ: $xy = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{cases} ab = k \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc = t \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{-13} \\ ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot p \end{cases}$$

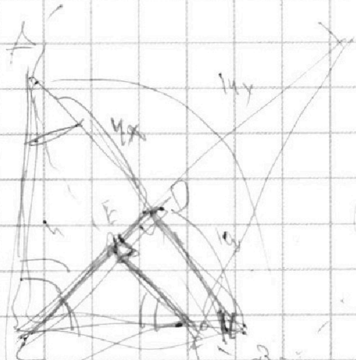
$\frac{a}{c} = \frac{k}{t} \cdot 2^{-8} \cdot 3^{-8} \cdot 5^{-2}$

$Ck = \sqrt{3ktp} \cdot 2^{12} \cdot 3^{16} \cdot 5^{17}$

$a^2 = 2^8 \cdot 3^{18} \cdot 5^{26}$

$a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{13}$

$b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^{-2}$



$\frac{S_{ACD}}{S_{CEK}}$

$\log_{11}^4(t) + \log_t 11 = \log_{t^2}(11^{-2}) + \log_{t^3}(11^{4\pi}) - 5$

$10 \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = 9\pi - \frac{7\pi}{3}$

единственно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!