



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

Пусть $x, y, z \in \mathbb{N}$. Тогда можно записать, что для некоторых

$$x, y, z \in \mathbb{N}: \begin{cases} ab = x \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \\ bc = y \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \\ ac = z \cdot 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

① перемножим три равенства: $(abc)^2 = x y z \cdot 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$

$$\Leftrightarrow abc = \sqrt{xyz} \cdot 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26}. \text{ Значит, } \sqrt{xyz} \in \mathbb{N},$$

т.е. xyz — полный квадрат. Тогда каждое из чисел x, y, z делится на 3.

② перемножим первые два и поделим на 3-е:

$$b^2 = \frac{xy}{z} \cdot 2^2 \cdot 3^8 \cdot 5^{-4}. \text{ Так как } b^2 \in \mathbb{N}, \text{ то } \frac{xy}{z} \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Значит, } xy = 5^{4k}.$$

$$\Rightarrow abc \geq 5^2 \cdot 3^{29} \cdot 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26}$$

т.е. $xyz \geq 5^4 \cdot 3$. Проведем поиск, когда это так:

$$(x=y=5^2, z=3)$$

$$\begin{cases} ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{15} \\ ac = 2^{16} \cdot 3^{26} \cdot 5^{28} \end{cases}$$

$$a = 2^2 \cdot 3^9 \cdot 5^{13}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^4$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{28}$$

$$\text{и } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x.$$

① т.к. $\forall t \in [-1; 1]$ $\arccos(t) + \arcsin(t) = \frac{\pi}{2}$, то исходное уравнение равносильно следующему:

$$10\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow 5\pi - 10\arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -10\arcsin(\sin x) = 4\pi - 2x \Leftrightarrow -5\arcsin(\sin x) = 2\pi - x.$$

② т.к. $\arcsin(t)$, $\forall t \in [-1; 1]$ $\arcsin(t) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, то

$$-5\arcsin(t) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right].$$

Тогда $(2\pi - x)$ также должен лежать на этом отрезке:

$$-\frac{5\pi}{2} \leq 2\pi - x \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5\pi}{2} - 2\pi \leq -x \leq \frac{5\pi}{2} - 2\pi \Leftrightarrow -\frac{9\pi}{2} \leq -x \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

③ Разобьем решение на рассмотрение отдельных случаев, в зависимости от которых будет дано значение $\arcsin(\sin x)$.

1) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Тогда $\arcsin(\sin x) = x$ и получаем след. равенство:

$$-5x = 2\pi - x \Leftrightarrow 4x = -2\pi \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{2}} - \text{решение, т.к. } -\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

2) $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. Тогда заметим, что $-\frac{3\pi}{2} \leq -x \leq -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \pi - \frac{3\pi}{2} \leq \pi - x \leq \pi - \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \pi - x \leq \frac{\pi}{2}. \text{ Тогда заметим, } \arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(\pi - x)) \Leftrightarrow$$

$$= \pi - x \text{ (Здесь мы воспользовались тем, что } \sin(x) = \sin(\pi - x) \text{ для}$$

любого $x \in \mathbb{R}$). Получаем:

$$-5\pi + 5x = 2\pi - x \Leftrightarrow 6x = 7\pi \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{7\pi}{6}} - \text{решение, т.к. } \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6} \leq \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



3) $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right]$, тогда $\frac{3\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{5\pi}{2} - 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq x - 2\pi \leq \frac{\pi}{2}$. А т.к.

$\sin(x - 2\pi) = \sin(x)$, то $\arcsin(\sin(x)) = \arcsin(\sin(x - 2\pi)) = x - 2\pi$. Получим:

$-5x + 10\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 8\pi = 4x \Leftrightarrow x = 2\pi$ — решение, ведь $\frac{3\pi}{2} =$

$1,5\pi \leq 2\pi \leq 2,5\pi = \frac{5\pi}{2}$.

4) $x \in \left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]$. Опять заметим, что $\frac{5\pi}{2} - 6\pi \leq x - 3\pi \leq \frac{7\pi}{2} - 6\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq$

$\leq x - 3\pi \leq \frac{\pi}{2}$. Тогда $\Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} \leq 3\pi - x \leq \frac{\pi}{2}$. Тогда воспользуемся

свойствами синуса и арксинуса: $\arcsin(\sin(x - 3\pi)) = \arcsin(\sin(3\pi - x)) =$

$= \arcsin(\sin(x))$. Значит, $\arcsin(\sin(x)) = 3\pi - x$ и мы получаем:

~~$5x - 15\pi = 3\pi - 2x \Leftrightarrow 7x = 18\pi \Leftrightarrow x = \frac{18\pi}{7}$~~

$5x - 15\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 6x = 17\pi \Leftrightarrow x = \frac{17\pi}{6}$, т.к. $\frac{17\pi}{6} = \frac{12\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 2\pi + \frac{5\pi}{6}$,

то очевидно, $\frac{5\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2} \leq 2\pi + \frac{5\pi}{6} \leq 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$ — значит, решение

5) следующий вариант? $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{9\pi}{2} \right]$. Тогда $-\frac{\pi}{2} \leq x - 4\pi \leq \frac{\pi}{2}$ и

$\arcsin(\sin(x)) = \arcsin(\sin(x - 4\pi)) = x - 4\pi$. Получаем:

или $-5x + 20\pi = 2\pi - x \Leftrightarrow 4x = 18\pi \Leftrightarrow x = \frac{9\pi}{2}$ — очевидно, решение.

Можно записать ответ:

Ответ: $x \in \left\{ -\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; 2\pi; \frac{17\pi}{6}; \frac{9\pi}{2} \right\}$

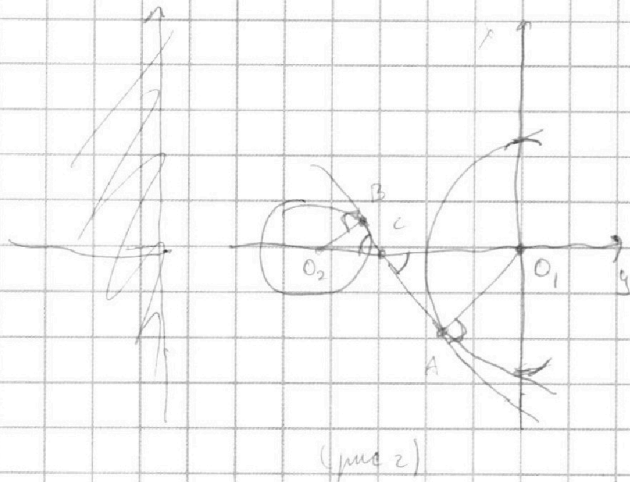
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



т.к. $\angle O_2BC = \angle O_1AC$ и $\angle O_2CB = \angle O_1CA$, то

$\angle O_2CB = \angle O_1CA$, то

$\triangle O_2BC \sim \triangle O_1AC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{O_2C}{AC} = \frac{O_2B}{OA} = \frac{2}{5}$$

А т.к. $O_2C + CO_1 = O_1O_2 = 9$, то

$$O_2C = 2 \cdot \frac{9}{7} \quad \text{и} \quad O_1C = 9 - \frac{18}{7}$$

Тогда $\tan k = \tan(\angle O_1CB) = -\tan(\angle O_2CB) = -\frac{O_2C}{O_2B} = -\frac{2 \cdot \frac{9}{7}}{2} = -\frac{9}{7}$

B находится на T -линии: $BC^2 = O_2C^2 - O_2B^2 = 4 + 4 \cdot \frac{81}{49} =$

$$= 4 \left(\frac{81 + 49}{49} \right) = \frac{4}{49} \cdot 32 \Rightarrow BC = \frac{2}{7} \sqrt{32}$$

Тогда $k = -\frac{2}{\frac{2}{7} \sqrt{32}} = -\frac{7}{\sqrt{32}}$

Решить, что при $k < -\frac{7}{\sqrt{32}}$ ситуация будет ещё хуже: в т.е. касания с большей окр. стало меньше не будет иметь одного касания с меньшей. Зато $k > -\frac{7}{\sqrt{32}}$ подскажет, если ~~ситуация~~ касания будет пересекать меньшую окр. и касаться большей - касания будет её "примыкать", увеличив d , и будет 4 пересечения.

$$k > -\frac{7}{\sqrt{32}} \Leftrightarrow \frac{7}{5} < \frac{7}{\sqrt{32}} \Rightarrow a < \frac{35}{6 \cdot 4 \sqrt{2}} = \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

3) $a < 0$. Очевидно, что ситуация аналогична, ответом будет

$$a > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

Ответ: $a \in \left(-\frac{35}{24\sqrt{2}}; \frac{35}{24\sqrt{2}} \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

① $\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{3,3} \frac{1}{12} - 5$. Преобразуем левую часть

слева: $\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x = \log_{11}^4(11^{-3}) - 5 = -\frac{2}{3} \log_{11} x - 5$. Вынесем
исходное выражение, переписав всё число (всё, кроме -5):

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_{11} x + \frac{2}{3} \log_{11} x = -5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 x - \frac{16}{3} \log_{11} x = -5$$

② Аналогично преобразуем и упростим из условия с переменной
 y , сделав замену $t = 0,5y$ (тогда $t^3 = 0,5^3 \cdot y^3 = 0,125 y^3$):

$$\log_{11}^4(t) + \log_{11} t = \log_{3,3}(11^{-13}) - 5 \Leftrightarrow \log_{11}^4(t) + \log_{11} t + \frac{13}{3} \log_{11} t = -5$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4(t) + \frac{16}{3} \log_{11} t = -5$$

③ Теперь заметим, что если первое уравнение имеет
корень x_0 , то второе уравнение имеет корень $\frac{1}{x_0}$. Действительно:

Во-первых $x_0 > 0$ и $x_0 \neq 1$. Значит $\frac{1}{x_0} > 0$, $\frac{1}{x_0} \neq 1$ - второе
выражение тоже имеет смысл. Подставим $t = \frac{1}{x_0}$:

$$\log_{11}^4\left(\frac{1}{x_0}\right) + \frac{16}{3} \log_{11}\left(\frac{1}{x_0}\right) = -5 \Leftrightarrow (-\log_{11}(x_0))^4 - \frac{16}{3} \log_{11}(x_0) = -5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_{11}^4 x_0 - \frac{16}{3} \log_{11}(x_0) = -5 \quad \text{— что верно, ввиду предполо-$$

жения, что x_0 - корень первого уравнения.

Аналогично, если второе уравнение имеет корень t_0 ,
($t_0 > 0$, $t_0 \neq 1$), то первое имеет корень $\frac{1}{t_0}$ ($\frac{1}{t_0} > 0$, $\frac{1}{t_0} \neq 1$):

$$\log_{11}^4 \frac{1}{t_0} - \frac{16}{3} \log_{11}\left(\frac{1}{t_0}\right) = -5 \Leftrightarrow \log_{11}^4 t_0 + \frac{16}{3} \log_{11}(t_0) = -5$$

что тоже верно по предположению.

Из этого всего мы заключаем, что x_0 - корень первого тогда
и только тогда, когда $\frac{1}{x_0}$ - корень второго.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

④ Стало бы замечать, что первое уравнение имеет единствен-
ный действительный корень. Видно, так как это так - корень

$x = \sqrt[3]{5}$, $k \neq 0$. Тогда первое уравнение принимаем вид

$$\frac{1}{2k} + \frac{16}{3}k = -5 \Rightarrow \frac{1}{2k} = -\frac{16}{3}k - 5$$

рассмотрим $f(k) = \frac{1}{2k}$ и $g(k) = -\frac{16}{3}k - 5$. Попробуем, что

при $k > 0$ $f(k) > 0$ и $g(k) < 0$ - решений $f(k) = g(k)$ нет.

Но при $k < 0$ $f(k)$ - монотонно возрастающая функция

($f'(k) = -4 \cdot \frac{1}{2k^2} < 0$ для всех $k < 0$), а $g(k)$ - монотонно убыв.

Функция ($g(k) = -\frac{16}{3}k - 5$). Значит, если и есть пересечение, то оно
единственное.

Для доказательства существования этого пересечения, введем

$h(k) = f(k) - g(k)$. Заметим, что $h(k) \rightarrow -\infty$ при $k \rightarrow (-\infty)$

(т.к. при $k \rightarrow -\infty$ $f(k) \rightarrow 0$ и $-g(k) \rightarrow -\infty$), а при

Заметим, что $h(-3) = \frac{1}{3^2} - 16 + 5 = -11 + \frac{1}{9}$ - что меньше

0, т.к. $\frac{1}{9} < 1 < 11$. Зато при $h(-\frac{1}{2}) = 16 - \frac{2}{3} + 5 = 21 - \frac{2}{3} = \frac{65}{3} > 0$.

$f(k)$ и $g(k)$ непрерывны на интервале $(-3; -\frac{1}{2})$ - значит, и непре-

рывна $h(k) = f(k) - g(k)$. Тогда по теореме о промежуточных

значениях: $h(-3) < 0$, $h(-\frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow \exists t \in (-3; -\frac{1}{2}) : h(t) = 0$

$\Leftrightarrow f(t) = g(t)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В) И так, единственность решения (а оно ~~существование~~)
доказана. Так как x_0 - корень первого ^{уравнения} $x^2 + 1 = 0$ - корень второго,
то x и y второго единственности корень.

Пусть x_0 действительное корень первого. Тогда второе
уравнение имеет корень $t = \frac{1}{x_0} \Rightarrow \frac{1}{2}y = \frac{1}{x_0} \Leftrightarrow y = \frac{2}{x_0}$

В) Таким образом x и y принимаем единственное значение

$$xy = x_0 \cdot \frac{2}{x_0} = \boxed{2}$$

Ответ: $xy = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



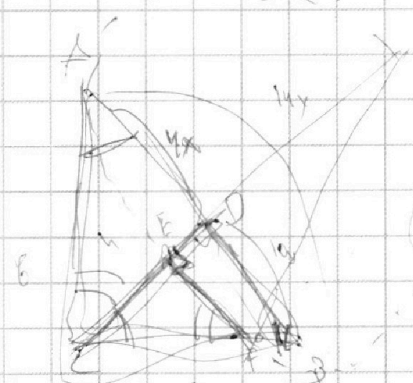
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$abc = \frac{1}{h}$
 $ab = k \cdot 2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1$
 $bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23}$
 $ac = 2^{10} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

$c = \frac{ab}{k} = \frac{2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1}{k}$
 $2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23} = \frac{2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1}{k}$
 $k = \frac{2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1}{2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23}} = 2^{-8} \cdot 3^{-20} \cdot 5^{-22}$

$a = k \cdot 2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 2^{-8+6} \cdot 3^{-20+1} \cdot 5^{-22+1} = 2^{-2} \cdot 3^{-19} \cdot 5^{-21}$
 $b = \frac{1}{k} = 2^8 \cdot 3^{20} \cdot 5^{22}$
 $c = \frac{1}{k} = 2^8 \cdot 3^{20} \cdot 5^{22}$

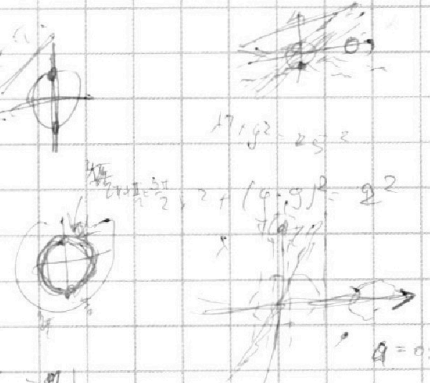


$\frac{a}{c} = \frac{k}{2} \cdot 2^{-8} \cdot 3^{-20} \cdot 5^{-22} = 2^{-9} \cdot 3^{-20} \cdot 5^{-22}$
 $\frac{a}{c} = \frac{2^{-9} \cdot 3^{-20} \cdot 5^{-22}}{2^8 \cdot 3^{20} \cdot 5^{22}} = 2^{-17} \cdot 3^{-40} \cdot 5^{-44}$

$\frac{a}{c} = \frac{2^{-17} \cdot 3^{-40} \cdot 5^{-44}}{2^8 \cdot 3^{20} \cdot 5^{22}} = 2^{-25} \cdot 3^{-60} \cdot 5^{-66}$

$10 \arcsin(-1) = 9\pi + \pi$
 $10 \arcsin(\cos(\pi/2)) = 9\pi - 2\pi$

$\frac{10\pi}{h} = \frac{a}{b} = \frac{h}{h}$
 $-\frac{3\pi}{2} \leq 2\alpha \leq \pi$
 $\frac{\pi}{2} \leq 2\beta \leq 3\pi$



$\log_{11}(z) + \log_{11} z^{-1} = \log_{11}(11^2) + (\log_{11} 11^{-1}) = 5$

$\frac{2}{2h} = \frac{6}{3h} = -\frac{2}{3} \alpha - 5$

$\frac{14}{3} \log_{11} 11$
 $\frac{1}{2h} = \frac{16}{3} \alpha - 5$

$10 \arcsin(-1) = 9\pi + \pi$
 $10 \arcsin(-\frac{1}{2}) = 9\pi - \frac{2\pi}{3}$

$\frac{1}{h} = \frac{1}{3} \beta - 5$

$a = 0, \dots = \frac{6}{5}$
 $\frac{1}{h} = \frac{1}{3} \beta - 5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Handwritten mathematical solution on grid paper, featuring geometric diagrams and algebraic calculations. The diagrams include circles, triangles, and lines, with various points labeled (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z). The calculations involve trigonometric functions and algebraic manipulation of variables like b , R , h , x , and z .

Key equations and expressions visible in the solution:

- $\cos^2 \alpha = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \beta = \frac{b^2}{4R^2}$
- $\cos^2 \gamma = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \delta = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \epsilon = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \zeta = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \eta = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \theta = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \iota = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \kappa = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \lambda = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \mu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \nu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \xi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omicron = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \pi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \rho = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \sigma = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \tau = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \upsilon = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \phi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \chi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \psi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omega = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \kappa = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \lambda = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \mu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \nu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \xi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omicron = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \pi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \rho = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \sigma = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \tau = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \upsilon = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \phi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \chi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \psi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omega = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \kappa = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \lambda = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \mu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \nu = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \xi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omicron = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \pi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \rho = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \sigma = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \tau = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \upsilon = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \phi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \chi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \psi = \frac{b^2}{2R^2}$
- $\cos^2 \omega = \frac{b^2}{2R^2}$