



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Очевидно:

$$\text{Число } ab = k \cdot 3^{14} \cdot 7^{13}; \quad bc = l \cdot 3^{19} \cdot 7^{17}; \quad ac = m \cdot 3^{23} \cdot 7^{42},$$

где $k, l, m \in \mathbb{N}$.

При этом переносим равенства:

$$(abc)^2 = klm \cdot 3^{56} \cdot 7^{72}$$

$$abc = \sqrt{klm} \cdot 3^{28} \cdot 7^{36}$$

Если \sqrt{klm} не рационально, то abc может иррационально, что противоречит условию. Так как $k, l, m \in \mathbb{N}$, и

$$\sqrt{klm} \in \mathbb{Q}, \quad \sqrt{klm} \in \mathbb{N}$$

Таким образом $\sqrt{klm} \geq 1 \Rightarrow abc \geq 3^{28} \cdot 7^{36}$

то ~~но~~ $abc : ac \leq 3^{42} \Rightarrow abc : 7^{42} \Rightarrow abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42}$

Пример:

$$\text{При } a = 3^9 \cdot 7^{19}; \quad b = 3^5 \cdot 7^{23}; \quad c = 3^{14}$$

$$abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

$$\text{Объем: } 3^{28} \cdot 7^{42}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Оценка:

Задача 2

Обозначим НОД($x; y$) как $(x; y)$.

$$(a+b; a^2 - 9ab + b^2) = (a+b; (a+b)^2 - 11ab) = (a+b; -11ab) = \\ = (a+b; 11ab) = d$$

Пусть $(a+b; a^2 - 9ab + b^2) = d$.

Банка

Пусть d делится на простое число $p \neq 11$

или d делится на $p=11$.

Ногда ~~или~~ $11ab : p$ или $11ab : p_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow ab : p \text{ или } ab : 11 \Rightarrow \begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a : 11 \\ b : 11 \end{cases}$$

Мы знаем, что $a+b : p$ или $a+b : p_1$

Ногда $\begin{cases} a : p \\ b : p \end{cases}$ или $\begin{cases} a : 11 \\ b : 11 \end{cases}$, это противоречие

условию, что гроб $\frac{a}{b}$ кесократим.

Значит $d = \{1; 11\} \Rightarrow d \leq 11$

(Мы приводим два возможных случая, разделены их "или". Перед "или" стоит первый случай, после — второй)

Пример: $a=1, b=10$.

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{11}{1+100-90} = \frac{11}{11} = 1 \text{ — гроб } \frac{11}{11} \text{ сократим на 11.}$$

Ответ: ~~m~~ наибольшее $m=11$.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 3

Заметим, что выражение ног

корнями всегда > 0 , т.к. дискриминанты < 0 ($25 - 4 \cdot 6 \cdot 3 < 0$ и $1 - 4 \cdot 3 < 0$)

Достаточное выражение всегда имеет смысл.

В Р-и, когда левая часть обращается в 0.

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$6x = 5$$

$$x = \frac{5}{6}$$

При $x = \frac{5}{6}$ правая часть тоже

равна 0. Достаточно $\frac{5}{6}$ — корень.

При $x < \frac{5}{6}$

$3x^2 - 5x + 6 > 3x^2 + x + 1$, поэтому

левая часть > 0 при $x < \frac{5}{6}$.

Правая часть при таком x



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

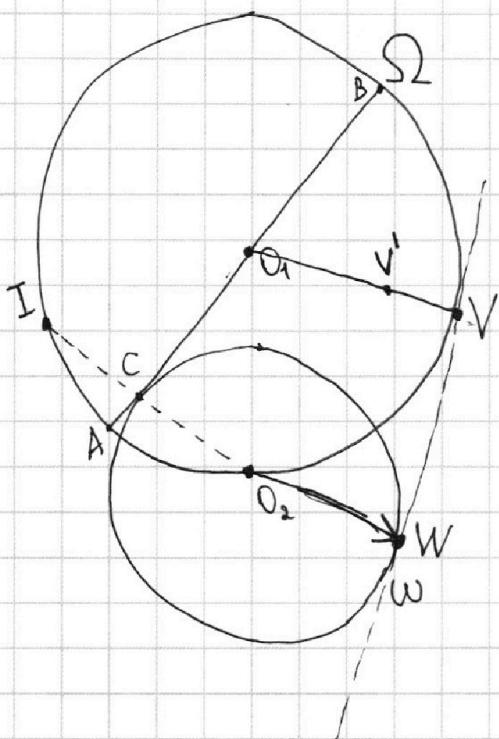
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.

Пусть центры ω и S_2 — это точки O_1 и O_2 , соответственно.

Будем обозначать степень токи X относительно окружности γ как $Pow(X)$.

$$Pow(C) = -AC \cdot BC = -25$$

Так как $O_1A = O_1B$,

$$O_1C = 12, \quad O_1B = 13, \quad O_1A = 13, \quad O_1O_2 = 13.$$

$$Pow(O_1) = (O_1C)^2 = 144$$

$O_2C \perp O_1C$, т.к. O_1C — касательная.

Поэтому по теореме Пифагора:

$$(O_1C)^2 + (O_2C)^2 = (O_1O_2)^2$$

$$\text{Отсюда } O_2C = 5$$

Продлим O_2C за C до пересечения с S_2 . Получим точку I .

Праведём общую внешнюю касательную как на рисунке, касающуюся S_2 и ω



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В токах V и W соотвественно.

Сделали параллельный перенос отрезка

O_1O_2 на вектор O_2W . Точка O_1 перейдёт в W . Доступ токка O_1 перейдёт в V' . Тогда по теореме Пифагора для прямоугольного $\triangle V'VW$:

$$(VW)^2 = (V'W)^2 - (V'V)^2 \approx$$

$$\begin{aligned} (VW)^2 &= (O_1O_2)^2 - (\cancel{O_1B} (O_1V - O_2W))^2 = (O_1O_2)^2 - (O_1B - O_2C)^2 = \\ &= 13^2 - (13 - 5)^2 = 169 - 64 = 105 \end{aligned}$$

$$VW = \sqrt{105}$$

$$\text{Объем: } \sqrt{105}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Пусть скорости велосипедиста и мотоциклиста — v_B и v_M соответственno, а расстояние между пунктами A и B — S.

$$\frac{S}{v_B} = \frac{S}{v_M} + \Delta t_1 \quad (\Delta t_1 = 1.2 \text{ с} - \text{время из условия})$$

$$\frac{v_B \cdot S}{v_M} + \Delta S = \frac{v_M S}{v_B} \quad (\Delta S = 49 \text{ км} - \text{расстояние из условия})$$

$$\frac{S}{v_B + \Delta v} = \frac{S}{v_M + \Delta v} + \Delta t_2 \quad (\Delta t_2 = 36 \text{ мин}; \Delta v = 7 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - \text{величина из условия})$$

$$v_B = \frac{S}{\frac{S}{v_M} + \Delta t_1} \quad - \text{из первого ур-я.}$$

$$v_B = \frac{S v_M}{S + v_M \Delta t_1}$$

$$\frac{\frac{S^2}{v_M}}{S + v_M \Delta t_1} + \Delta S = \frac{\frac{v_M S^2}{v_M} + \frac{S v_M \Delta t_1}{v_M}}{S + v_M \Delta t_1} \quad - \text{из второго ур-я}$$

$$\frac{\cancel{S^2}}{S + v_M \Delta t_1} + \Delta S = \frac{\cancel{S^2}}{S + v_M \Delta t_1}$$

$$\cancel{S^2} + \Delta S \cdot S + \Delta S \cdot v_M \Delta t_1 = \cancel{S^2} + 2S \cdot v_M \cdot \Delta t_1 + v_M^2 \cdot \Delta t_1^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Первое и третье ур-я:

$$\begin{cases} \vartheta_m S - \vartheta_B S - \Delta t_1 \cdot \vartheta_m \vartheta_B = 0 \\ (\vartheta_m + 7) S - (\vartheta_B + 7) S - \Delta t_2 \cdot (\vartheta_m + 7)(\vartheta_B + 7) = 0 \end{cases}$$

$$\Delta t_2 (\vartheta_m + 7)(\vartheta_B + 7) = \Delta t_1 \vartheta_m \vartheta_B$$

Второе и 3 ур-я:

$$\begin{cases} \vartheta_B^2 S - \vartheta_m^2 S + \Delta S \cdot \vartheta_m \cdot \vartheta_B = 0 \\ \vartheta_B S - \vartheta_m S = -\Delta t_1 \cdot \vartheta_m \vartheta_B \end{cases}$$

$$(\vartheta_B + \vartheta_m)(\vartheta_B S - \vartheta_m S) + \Delta S \vartheta_m \vartheta_B = 0$$

$$(\vartheta_B + \vartheta_m) \cdot (-\Delta t_1 \cdot \vartheta_m \vartheta_B) + \Delta S \vartheta_m \vartheta_B = 0$$

$$\begin{cases} \vartheta_B + \vartheta_m = \frac{\Delta S}{\Delta t_1} \Rightarrow \vartheta_B = \frac{\Delta S}{\Delta t_1} - \vartheta_m \end{cases}$$

$$\Delta t_2 \vartheta_m \vartheta_B + 7(\vartheta_m + \vartheta_B) \Delta t_2 + 49 \Delta t_2 - \Delta t_1 \vartheta_m \vartheta_B = 0$$

$$(\Delta t_2 - \Delta t_1) \left(\frac{\Delta S}{\Delta t_1} - \vartheta_m \right) \vartheta_m + \frac{7 \Delta S \Delta t_2}{\Delta t_1} + 49 \Delta t_2 = 0$$

$$-0,4(49 - \vartheta_m) \vartheta_m + \frac{7 \cdot 49 \cdot \frac{6}{10}}{1} + 49 \cdot \frac{6}{10} = 0$$

$$0,4 \vartheta_m^2 - 19,6 \vartheta_m + 235,2 = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$v_m^2 - 49 v_m + 588 = 0$$

~~№6~~ в. Вильямз

~~v_m = 19,6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}~~ ~~значение~~ ~~сумма~~ Согласно Согласно первому

$$v_m = \frac{49 \pm \sqrt{7^4 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7^2}}{2} = \frac{49 \pm 7 \sqrt{49 - 48}}{2}$$

$$v_m = 21 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \text{ или } v_m = 28 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Подставляем в ур-е:

$$v_m + v_B = \frac{\Delta S}{\Delta t_1} \quad \text{получаем, что } v_B = 28 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

или $v_B = 21 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ соответственно.

Такому $v_B = 21 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; $v_m = 28 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, м.к. $v_m > v_B$.

Подставим:

$$v_m S - v_B S = \Delta t_1 v_B v_m$$

$$S = \frac{\Delta t_1 v_B v_m}{v_m - v_B} = 84 \text{ км}$$

Однако: расстояние между А и В равно

84 км.



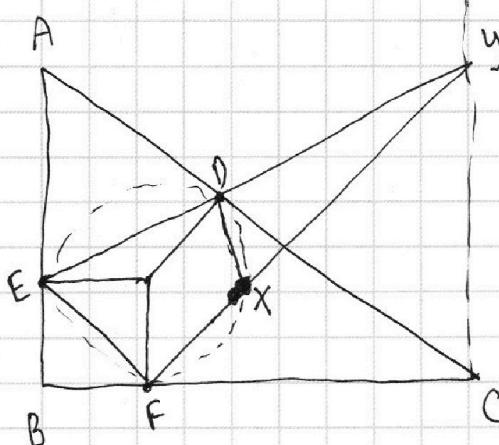
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7.

~~Решим задачу 6 предположения, что EX-диаметр вписанной окружности.~~

~~Пусть~~

Решим задачу 6 предположения, что EX-диаметр вписанной окружности. Пусть

$$EX = x. \text{ Тогда } XY = \sqrt{2}x; FY = \frac{\sqrt{2}x}{2}.$$

$$EF = \frac{\sqrt{2}x}{2} \Rightarrow EY = \sqrt{EF^2 + FY^2} = \sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{9}{2}x^2} = \sqrt{5}x$$

Из подобия $\triangle EFY \sim \triangle XYD$:

$$\frac{EY}{FY} = \frac{XY}{DY}$$

$$\frac{\sqrt{5}x}{\frac{3\sqrt{2}x}{2}} = \frac{\sqrt{2}x}{DY}$$

$$DY = \frac{3}{\sqrt{5}}x = \frac{3\sqrt{5}}{5}x$$

$$ED = EY - DY = \frac{2\sqrt{5}}{5}x$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY} = \frac{2}{3} \quad (\text{m.k. } \triangle ADE \sim \triangle DYC)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Теперь покажем, что EX - диаметр.

$\triangle ADE \sim \triangle DYC$.

$AD = AE$ в силу свойства касательного.

Значит

$$CD = CY.$$

Но $CD = CF$. Поэтому $CF = CY$.

Еще мы знаем, что $BE = BF$ и

$$\angle EBF = \angle FCY = 90^\circ.$$

Значит тогда $\angle EFB = \angle YFC = 45^\circ$.

Значит $\angle EFY = 90^\circ$. Это равносильно

тому, что EX - диаметр.

Алогда загора решения.

Онбен: $\frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача № 1

Доказать что в любой замкнутой
непрерывной области

имеется минимум

Перенесем уравнение:

Зададим, что минимум

выражение $f(x^2 - 5x + 6)$ при $x = \frac{5}{6}$

(по формуле для квадр. трёхчлена).

Доказательство

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Имеем ур-я:

$$3 \cdot 28 =$$

28

3

84

$$v_B = \frac{S v_m}{S + v_m \cdot \Delta t_1}$$

$$\{ S(\Delta S - 2v_m \cdot \Delta t_1) = v_m^2 \cdot \Delta t_1^2 - \Delta S \cdot v_m \cdot \Delta t_1 \quad \cancel{\Delta S - 2v_m \cdot \Delta t_1}$$

$$\frac{S}{v_B + \Delta v} = \frac{S}{v_m + \Delta v} + \Delta t_2$$

$$\frac{S}{\cancel{S v_m + \Delta v} + \Delta v} = \frac{S}{v_m + \Delta v} + \Delta t_2 - \text{из третьего ур-я.}$$

$$\frac{S(S + v_m \cdot \Delta t_1)}{\cancel{S v_m + S \Delta v + v_m \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta v}} = \frac{S}{v_m + \Delta v} + \Delta t_2$$

$$S(S + v_m \cdot \Delta t_1)(v_m + \Delta v) = S(S v_m + S \Delta v + v_m \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta v) +$$

$$- - - - - + \Delta t_2(v_m + \Delta v)(S v_m + S \Delta v + v_m \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta v)$$

$$= S^2 v_m + S^2 \Delta v + S v_m \cdot \Delta t_1 + + v_m \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta v +$$
$$+ \Delta t_2 S v_m^2 + \Delta t_2 S \Delta v \cdot v_m + \Delta t_2 \cdot \Delta t_1 \cdot v_m^2 \Delta v +$$
$$+ \Delta t_2 S v_m \cdot \Delta v + \Delta t_2 \cdot S \cdot \Delta v^2 + \Delta t_2 \cdot \Delta t_1 \cdot v_m \cdot \Delta v^2$$



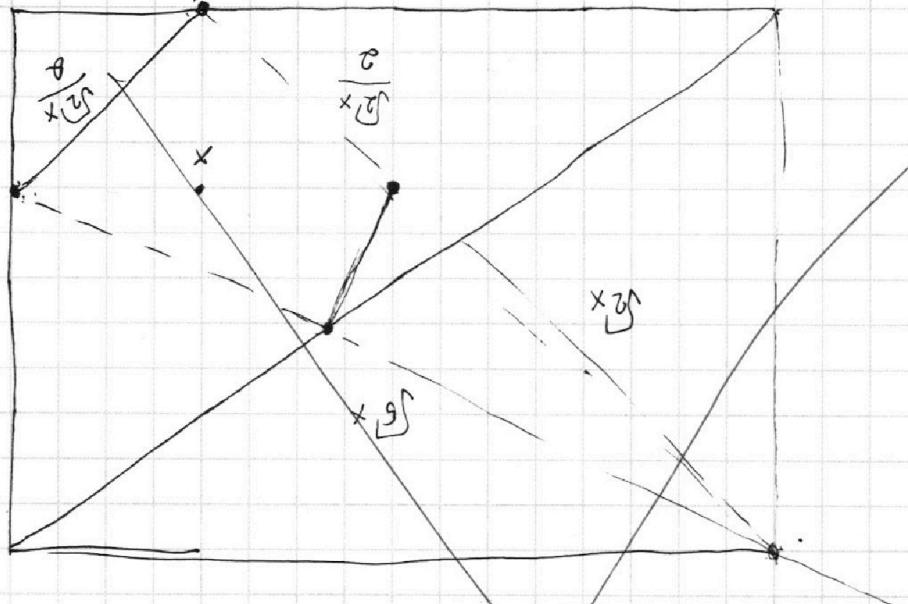
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

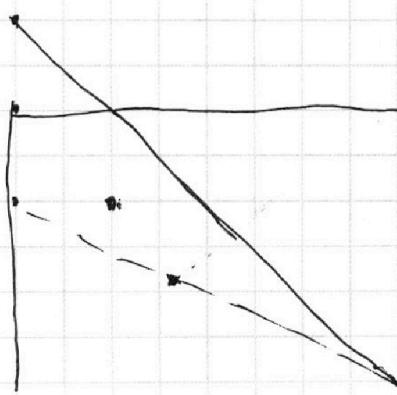
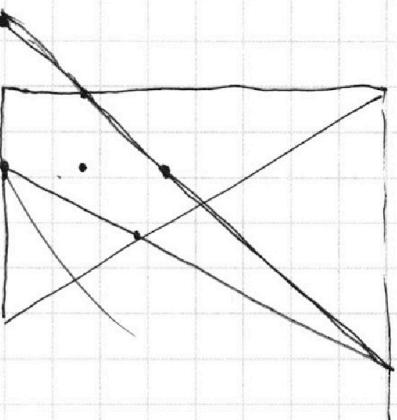


$$x\sqrt{2} = \frac{r}{x} + x\frac{r}{l}$$

$$\frac{r}{x\sqrt{2}} \cdot \frac{r}{x\sqrt{2}} \cdot \frac{r}{l}$$

$$\frac{r}{x\sqrt{2}} \cdot x\sqrt{2} = \frac{l}{x\sqrt{2}} = h$$

$$\frac{x\sqrt{2}h}{x\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{h}{x\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

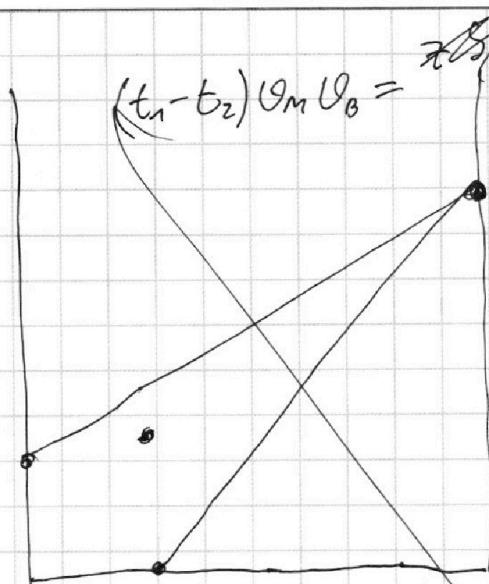
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2t_1 v_B (7 + \frac{S}{v_{t1}}) = 7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \frac{6}{10} : \frac{9}{10} - 3 \cdot 4 \cdot 9$$
$$49 + \cancel{S} = 56$$
$$49 - 49 = 0$$

$$v_B S - v_m S = - \Delta t_1 \cdot v_m \cdot v_B$$

$$147 \cdot 4$$

$$3 \cdot 7^2 \cdot 2^2$$

$$\frac{8 \cdot 49 \cdot 6}{10}$$

$$a+b=49$$

$$ab =$$

$$\begin{array}{r} 2352 \\ - 20 \\ \hline 35 \\ - 32 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ 1588 \\ - 20 \\ \hline 35 \\ - 32 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$FC =$$

$$588 = \cancel{147} \cancel{13} \cancel{49}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 49 \\ 48 \\ \hline 392 \\ 196 \\ \hline 2352 \end{array}$$

$$\frac{S}{v_m} + 60 \text{ мин} \frac{28}{28} = \frac{S}{v_B}$$

$$S v_B + 60 v_m v_B - S v_m = 0$$

$$\cancel{\frac{S}{v_B}} \cancel{\frac{S}{v_m+7}} \neq 36 = \frac{S}{v_B+7}$$

$$S v_B + 7S + 36()(-)$$

$$-S v_m - 7S = 0$$

$$4 \cdot 49 = 98 \cdot 2 = 196$$

$$60 v_m v_B = 36 (v_m + 7)(v_B + 7)$$

$$0,4 \cdot$$

$$\frac{24}{60} = \frac{4}{10}$$

$$196^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2352$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(S \vartheta_m^2 \Delta t_1 - S \vartheta_m^2 \Delta t_2 - \vartheta_m^2 \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta t_1 \Delta t_2) - \cancel{f} S \vartheta_m \Delta \vartheta \cdot \Delta t_2 + \\ + \vartheta_m \cdot \Delta \vartheta \cdot \Delta t_1 \Delta t_2) - S \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_2 = 0$$

У₃ второго уравнения:

$$S = \frac{\vartheta_m \Delta t_1 (\vartheta_m \Delta t_1 + \Delta S)}{\Delta S - 2 \vartheta_m \Delta t_1}$$

Подставим и дополним на $(\Delta S - 2 \vartheta_m \Delta t_1)$

$$(\vartheta_m^3 \Delta t_1^2 (\vartheta_m \Delta t_1 + \Delta S) - \vartheta_m^3 \Delta t_2 (\vartheta_m \Delta t_1 + \Delta S) - \vartheta_m^2 \Delta \vartheta \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 \times \\ \times (\Delta S - 2 \vartheta_m \Delta t_1)) - \cancel{2} (\cancel{2} \vartheta_m^2 \Delta \vartheta \cdot \Delta t_2 (\vartheta_m \Delta t_1 + \Delta S) \cdot \Delta t_1) + \\ + \vartheta_m \cdot \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_1 \Delta t_2 (\Delta S - 2 \vartheta_m \Delta t_1) - \vartheta_m \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 (\vartheta_m \Delta t_1 + \Delta S) = \\ = 0 \quad | : \vartheta_m \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2$$

$$\vartheta_m^3 \Delta t_1^2 + \vartheta_m^2 \Delta t_1 \Delta S - \vartheta_m^3 \Delta t_2 \cdot \Delta t_1 - \vartheta_m^2 \Delta t_2 \Delta S - \\ - \vartheta_m \Delta \vartheta \Delta t_2 \Delta S + \cancel{2} \vartheta_m^2 \Delta \vartheta \Delta t_1 \Delta t_2 - \cancel{2} \vartheta_m^2 \Delta \vartheta \Delta t_2 \Delta t_1 - \\ - 2 \vartheta_m \Delta \vartheta \Delta t_2 \Delta S - \Delta \vartheta^2 \Delta t_2 \Delta S + 2 \vartheta_m \cdot \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_1 \cdot \Delta t_2 - \\ - \vartheta_m \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_1 \Delta t_2 = \Delta \vartheta^2 \cdot \Delta t_2 \Delta S = 0$$
$$\vartheta_m^3 (\Delta t_1 - \Delta t_2) \Delta t_1 + \vartheta_m^2 (\Delta t_1 - \Delta t_2) \Delta S + \vartheta_m (\Delta t_1 \Delta \vartheta - 3 \Delta S) \Delta \vartheta \Delta t_2 + \\ + (-2 \Delta \vartheta^2 \Delta t_2 \Delta S) = 0$$

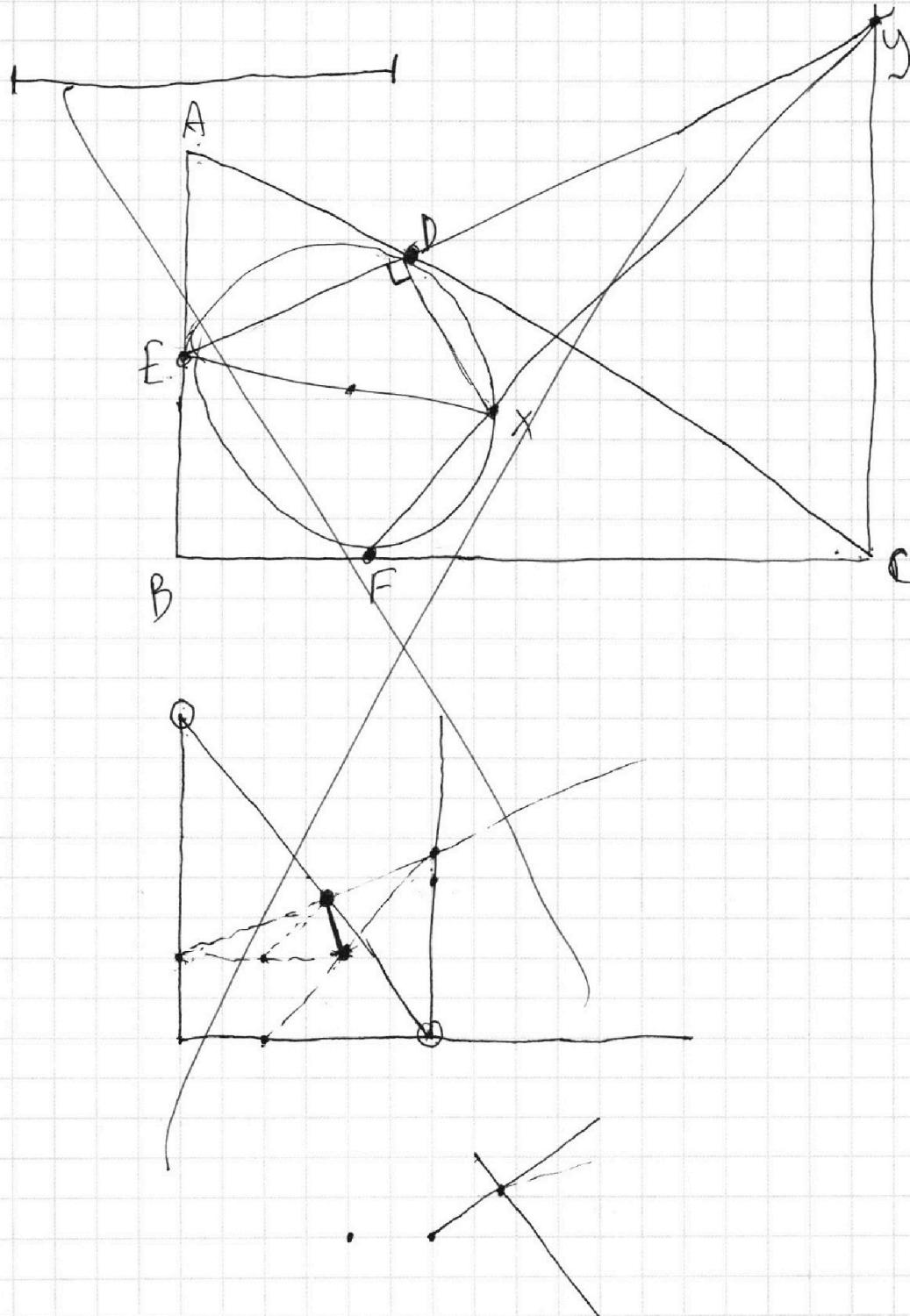


На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{(5x-y)(5x+y) - z^2}{y^2 + 3z^2} =$$

$$= \frac{5zx + zy - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$8yz + xz = 15yx$$

$$(4x-y)(4x+y) + (3x-z)(3x+z)$$

~~$$(3z-x)(3z+2y-x)x$$~~

$$y = 5x - 3z$$

$$40xz - 24z^2 + xz^2 = \\ = 175x^2 - 45xz$$

$$86xz - 24z^2 - 75x^2 = 0 \quad | :z$$

$$\frac{86}{3}xz - 8z^2 - 25x^2 = 0$$

$$25x^2 - 30xz + 12z^2 = \\ = -\frac{4}{3}xz + 4z^2$$

$$30z^2 = \sqrt{900z^2 - 4 \cdot 25 \cdot 12z^2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$

$x =$

~~$$8z(5x-3z) + xz = 15x(5x-3z)$$~~

$$\frac{30x-10z}{-\frac{4}{3}xz + 4z^2} =$$

$$\frac{25x^2 - (5x-3z)^2 - z^2}{(5x-3z)^2 + 3z^2} = \cancel{50x}$$

$$= \frac{90x - 30z}{12z - 4x}$$

$$= \frac{25x^2 - 25x^2 - 9z^2 + 30zx - z^2}{25x^2 - 30xz + 12z^2} = \frac{\cancel{z}(30x - 10z)}{\cancel{25x^2 - 30xz + 12z^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-\Delta \vartheta \Delta t_2 S - 2 \Delta \vartheta \Delta t_2 S + \frac{1}{2} \Delta \vartheta^2 \Delta t_1 \Delta t_2.$$

$$- \quad \quad \quad 147 \\ - \quad \quad \quad 14 \cdot 42$$

$$24 \cdot 60 + 24 \cdot 49 + (7 - 3 \cdot 49) \cdot 4,2 -$$

~~$$= 2 \cdot 49 \cdot 0,2 \cdot 0,99 = 0$$~~

~~$$\frac{147}{60} \cdot 36 =$$~~

$$24 \cdot 6000 + 24 \cdot 4900 - 14 \cdot 4200 - 4802 = 0$$

a b c

$$\begin{array}{r} 3 \\ 98 \\ 49 \\ \hline 882 \\ 392 \\ \hline 4802 \end{array}$$

$$24 = 6 \cdot 4$$

$$25 \cdot 49 = 5^3 = 125$$

$$= 240 \cdot 500 +$$

$$24 \cdot 60 + 24 \cdot 49 - 14 \cdot 42 - 48$$

$$120 + 98 - 49 - 48$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 72}}{6}$$

$$x = 1 \quad \frac{-b}{2a} = \frac{5}{6} \quad \frac{-1}{6}$$
$$x = t + \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{6} + 1$$

$$-\frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

~~3285634~~

$$\frac{25}{12} - \frac{25}{12} + 6 =$$
$$= -\frac{25}{12} + \frac{72}{12} = \frac{47}{12}$$

$$72 \\ 52 - 5 = 47$$

~~381228~~

$$-\frac{b}{2a} = \frac{5}{6}$$

$$-1$$

$$x = (t + \Delta)$$

~~$$3t^2 + 6t\Delta + 3\Delta^2 + 5t - 8\Delta - 86$$~~

~~105~~

~~38~~

~~$$3t^2 + 6t\Delta + 3\Delta^2$$~~

$$3t^2 + (6\Delta - 5)t + (3\Delta^2 - 5\Delta + 6)$$

$$(6\Delta - 5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (3\Delta^2 - 5\Delta + 6)$$

$$36\Delta^2 - 60\Delta + 25 - 36\Delta^2 + 60\Delta - 72$$

