



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } a = k_1 \cdot 2^{x_1} \cdot 7^{y_1}, \quad b = k_2 \cdot 2^{x_2} \cdot 7^{y_2}, \quad c = k_3 \cdot 2^{x_3} \cdot 7^{y_3},$$

$k_1, k_2, k_3 \not\equiv 2 \text{ и } \not\equiv 7$. Тогда:

$$abc = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} \geq 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3}$$

Теперь надо минимизировать $x_1+x_2+x_3$ и $y_1+y_2+y_3$. Из условия:

$$\begin{cases} x_1+x_2 \geq 14 \\ x_2+x_3 \geq 17 \\ x_3+x_1 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1+y_2 \geq 10 \\ y_2+y_3 \geq 17 \\ y_3+y_1 \geq 37 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(x_1+x_2+x_3) \geq 14+17+20=51$$

$$\Rightarrow y_1+y_2+y_3 \geq y_3+y_1 \geq 37$$

$$x_1+x_2+x_3 \geq 25,5$$

$$\text{Для } y_1=15, y_2=0,$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N} \Rightarrow x_1+x_2+x_3 \geq 26.$$

$$y_3=22:$$

$$\text{Для } x_1=9, x_2=6, x_3=11:$$

$$15+0 \geq 10$$

$$9+6 \geq 14$$

$$0+22 \geq 17$$

$$6+11 \geq 17$$

$$22+15 \geq 37$$

$$9+11 \geq 20$$

При этом сумма = 37

т.е. минимальна

При этом сумма = 26, т.е. минимальна.

$$\text{Ответ: } 2^{20} \cdot 7^{37}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d - kc) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, -8ab), \text{ т.к. } a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab$$

$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d) \Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, 8ab) = m$$

Если $m = m' \cdot d_a$, где $a = d_a$ и $d_a \neq 1$, то $a+b : m' d_a \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : d_a \Rightarrow b : d_a \Rightarrow \text{НОД}(a, b) \geq d_a > 1. \text{ Противоречие.}$$

Аналогично, $m \neq m' \cdot d_b \Rightarrow (m, a) = 1$ и $(m, b) = 1$.

$$\Rightarrow m = (1; 2; 4; 8) \Rightarrow m \leq 8. \text{ Пример для } m = 8:$$

$$\frac{3+5}{3^2 - 6 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 - 90 + 25} = \frac{8}{-56} = \frac{1 \cdot 8}{-7 \cdot 8} = \frac{1}{-7}$$

Ответ: 8.

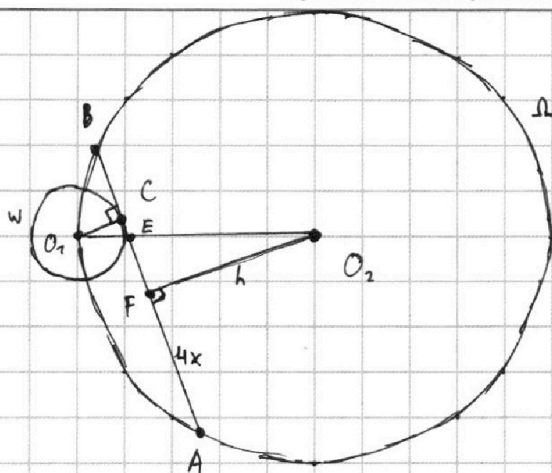
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр $\Omega - O_1$, центр $\Omega - O_2$; O_1O_2 пересекает AB в точке E . O_2F — перпендикуляр из точки O_2 на AB ; $O_2F = h$.

$BO_2 = AO_2 = 5 \Rightarrow \triangle BO_2A - \text{р.б.} \Rightarrow BF = AF$.

Пусть $AB = 8x$, тогда $BC = x$, $CF = 3x$, $AF = 4x$.

$CF \perp O_1C$ и $CF \perp O_2F$, $\Rightarrow$ по т. Пифагора $O_1O_2^2 = CF^2 + (O_1C + FO_2)^2$

$$5^2 = (3x)^2 + (h+1)^2$$

~~$$25 = 9x^2 + h^2 + 2h + 1$$~~

В $\triangle O_2FA$ по т. Пифагора $O_2F^2 + FA^2 = O_2A^2 \Rightarrow h^2 + (4x)^2 = 5^2$

~~$$h^2 + 16x^2 = 25$$~~

~~$$9x^2 + 16h^2 + 32h = 225$$~~

~~$$25h^2 + 32h - 609 = 0$$~~

~~$$h = 1024 + 60900 = 61924$$~~

$$\begin{cases} (3x)^2 + (h+1)^2 = 25 \\ (4x)^2 + h^2 = 25 \end{cases}$$

$$9x^2 + h^2 + 2h + 1 = 16x^2 + h^2$$

$$2h + 1 = 7x^2$$

$$h = \frac{7x^2 - 1}{2}$$

$$(4x)^2 + \left(\frac{7x^2 - 1}{2}\right)^2 = 25 \quad | \cdot 4$$

$$64x^2 + 49x^4 - 14x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(49x^2 + 99)(x^2 - 1) = 0$$

$$x_1 = -1 \quad \textcircled{\times} \quad x_2 = 1 \quad \textcircled{+}$$

$$AB = 8x = 8 \cdot 1 = 8$$

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} > 0$, т.к. $2x^2 + 2x + 1 > 0$.

Умножим обе части уравнения на эту сумму:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}^2 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$-7x + 2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) \quad \text{Пусто } \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = a, \\ 2x^2 + 2x + 1 = b. \end{cases}$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$1. \quad 2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 3,5$$

$$2. \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

$$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$$

$$(a - b)^2 - 2(a + b) + 1 = 0$$

$$(-7x + 2)^2 - 2(4x^2 - 3x + 4) + 1 = 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$0.3: \quad 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)(2x - 3) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1,5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$x_3 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} \stackrel{?}{\leq} 1$$

$$x_2 = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < x_3 < 1.$$

$$22 + 4\sqrt{61} \stackrel{?}{\leq} 82$$

$$4\sqrt{61} \stackrel{?}{\leq} 60$$

$$\sqrt{61} \stackrel{?}{\leq} 15$$

$$61 < 225 \quad (+)$$

$$0 \text{ Ответ: } \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82}; \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82}; \frac{7}{2}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

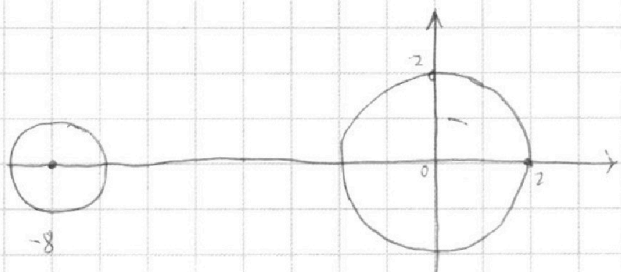
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Построим графики множителей 2 уравнений:



Один из них ≥ 0 , другой

≤ 0 , $\Rightarrow$ один ~~внутри~~ будет

защиткован внутри окр.,

другой — снаружи. Чтобы было только 2 корня,

график $y = ax + 10b$ должен быть общей касательной

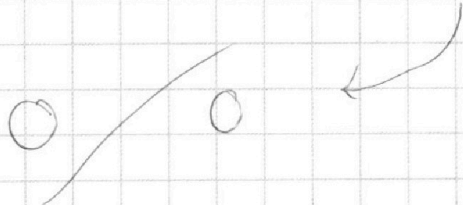
к окружностям, т.к. корни — это ~~объединение~~

пересечение 3-х графиков. Если ~~касательная~~ ^{прямая} пересечёт

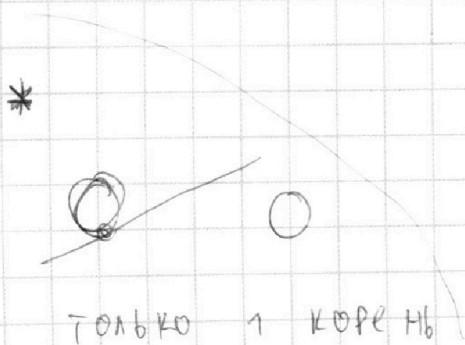
окружность, то будет бесконечно много корней,

Если не пересечёт, то корней

не будет.*



Осталось только посчитать ур-ния 4-х общих
касательных, и записать 4 значения a . Увы, мне
не хватило времени.



только 1 корень

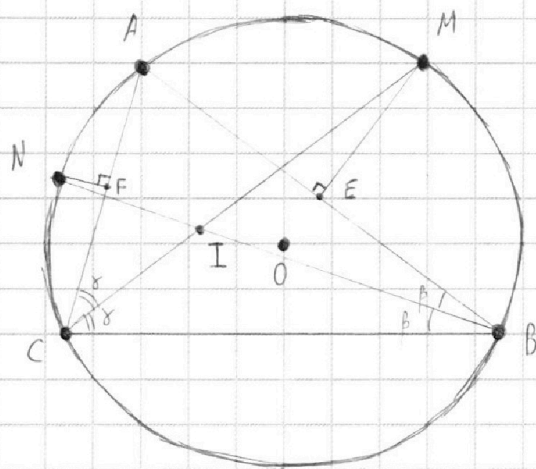
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



M и N — середины дуг, $\Rightarrow$

CM — биссектриса $\angle ACB$ и

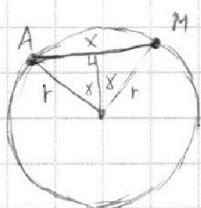
BN — биссектриса $\angle ABC$.

По усл., $ME = 4,5$ и $NF = 2$.

Пусть $AM = x$. Тогда из $\triangle AME$ $\sin \angle MAE = \frac{4,5}{x}$.

$\angle MAE = \frac{1}{2} \angle MB = \angle MCB = \gamma \Rightarrow \sin \gamma = \frac{4,5}{x}$.

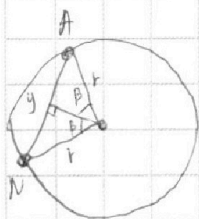
$\angle ACM = \frac{1}{2} \angle AM$, $\Rightarrow \angle AOM = 2 \angle ACM = 2\gamma$.



~~sin gamma~~ Из рисунка, $\sin \gamma = \frac{0,5x}{r} = \frac{x}{2r}$.

$$\frac{4,5}{x} = \frac{x}{2r} \Rightarrow x = 3\sqrt{r} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{1,5}{\sqrt{r}}.$$

Для угла β : Пусть $AN = y$. Из $\triangle ANF$ $\sin \beta = \frac{2}{y}$.



Из рисунка, $\sin \beta = \frac{0,5y}{r} = \frac{y}{2r}$.

$$\frac{2}{y} = \frac{y}{2r} \Rightarrow y = 2\sqrt{r} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{r}}.$$

Осталось заметить равенство треугольников

NAM и NIM : 1) $\angle ANM = \angle BNM$, т.к. $\angle AM = \angle MB$;

2) NM — общая; 3) $\angle AMN = \angle CMN$, т.к. $\angle AN = \angle NC$.

Также они симметричны отн. NM , $\Rightarrow AI \perp NM$.



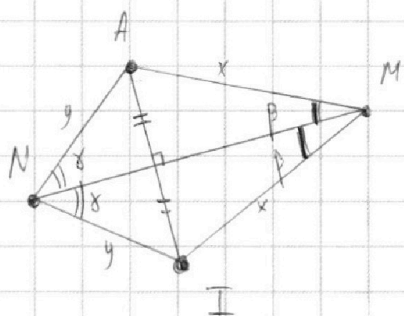
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AI = 2 \cdot x \cdot \sin \beta = 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 6.$$

~~Ответ: Т.к. I =~~

Т.к. I — пересечение биссектрис, то

это центр вписанной окружности, а AI

и есть искомое расстояние.

Ответ: 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	6 ☐	7 ☒
--	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	--

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. второе уравнение — неравенство, то, подставив
в него $y = ax + 10b$, мы получим область значений x ,
т.е. их будет > 2 . Такого не случится, если неравен-
ство будет иметь вид $A^2 \leq 0$. Получается:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1 = x^2 + (ax+10b)^2 - 4$$

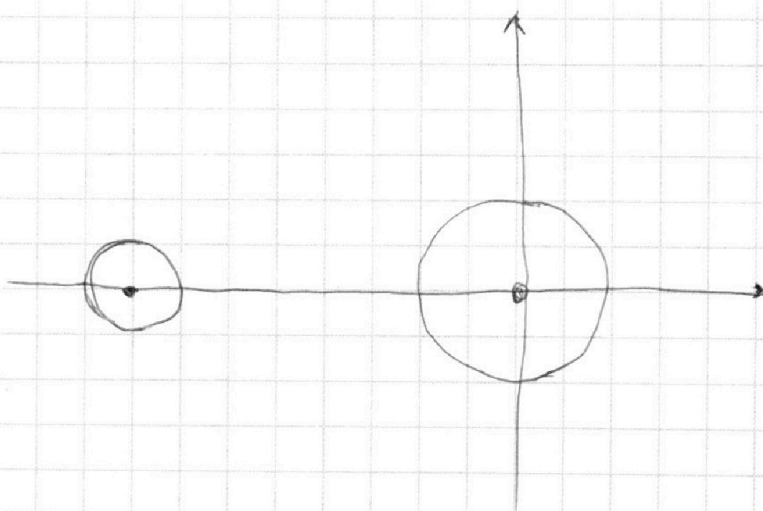
$$D_1 = 16(5ab+4)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) =$$

$$= 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(100a^2b^2 + 252b^2 + 63a^2 + 100b^2) =$$

$$= 640ab + 256 - 252 - 252a^2 - 400b^2 = -4(63a^2 - 1 + 100b^2)$$

$$D_2 = 400a^2b^2 - 16(a^2+1)(25b^2-1) = 400a^2b^2 - (400a^2b^2 + 256b^2 - 16a^2 - 16) =$$

$$= -4(-256a^2 + 400b^2 - 256) = 16(16a^2 + 16 - 25b^2)$$



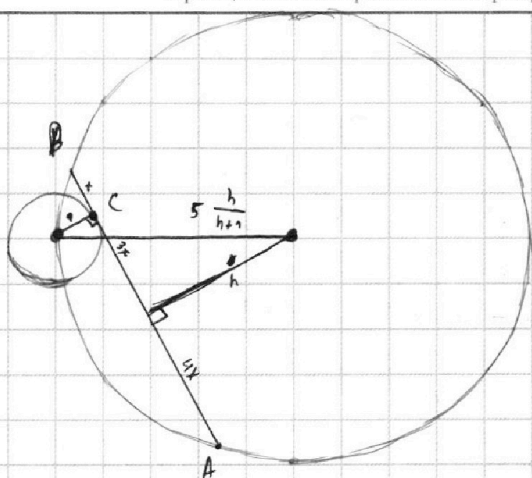
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha} =$$

$$= r \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 8x$$

$$k + \frac{h}{k} = 5$$

$$k = \frac{5}{h+1}$$

$$(h+1)^2$$

$$9x^2 + h^2 = 25 \frac{h^2}{h^2 + 2h + 1}$$

$$4x = \frac{4}{3} \sqrt{\left(5 \frac{h}{h+1}\right)^2 - h^2}$$

$$9x^2 h^2 + 18x^2 h + 9x^2 - 24h^2 = 0$$

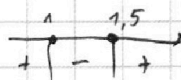
$$h^2 + \frac{16}{9} \left(\left(5 \frac{h}{h+1}\right)^2 - h^2 \right) = 25 \quad | \cdot (h+1)^2$$

$$9h^2(h^2 + 2h + 1) + 16(25h^2 - h^2(h^2 + 2h + 1)) = 225(h^2 + 2h + 1)$$

$$-4h^4 - 74h^2 - 7 + 175h^2$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 0$$



$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots} - 1) = 0$$

$$1. \quad x = 3,5$$

$$x_2 = \frac{-2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

$$2. \quad \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$x_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 1 = -2 \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots}$$

$$(4x^2 - 3x + 3) = -2 \sqrt{2x^2 - 5x + 3} \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$a + b = -2 \sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a - b)^2 = 0 \quad a = b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x + y = 12$$

$$y = 12 - 2x$$

$$0 \quad 12$$

$$1 \quad 10$$

$$2 \quad 8$$

$$3 \quad 6$$

$$4 \quad 4$$

$$5 \quad 2$$

$$6 \quad 0$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16} \\ 61 \end{array}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$$

$$(a-b)^2 - 2(a+b) + 1 = 0$$

$$(2-4x)^2 - 2(4x^2-3x+4) + 1 = 0$$

$$(49x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 7x + 4) - 8x^2 + 6x - 8 + 1 = 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ \times 12 \\ \hline 82 \\ 41 \\ \hline 492 \\ + 484 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 0$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} > 1,5$$

$$22 + 4\sqrt{61} > 123$$

$$4\sqrt{61} > 101$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$22 + 4\sqrt{61} < 82$$

$$4\sqrt{61} < 60$$

$$\sqrt{61} < 15 \quad \text{⊕}$$



$${}_2S = {}_24 + {}_2(4x)$$

$${}_2S = {}_2(1+4) + {}_2(3x) + {}_25$$

$$0 = (1-2x)/66 + (1-2x)/2 \times 64$$

$$0 = 66 - 2 \times 66 + 2 \times 64 - 2 \times 64$$

$$0 = 66 - 2 \times 66 + 2 \times 64$$

$$\begin{array}{r} 18451 \\ 2 \overline{) 30962} \\ 2 \overline{) 61924} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \cdot 84 \\ 4324 \\ \hline 9176 \\ 47279 \\ \hline 47279 \\ \hline 47279 \\ \hline 61924 \end{array}$$

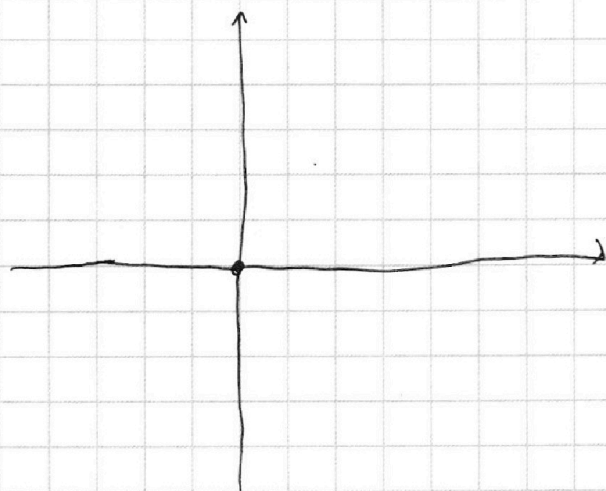
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

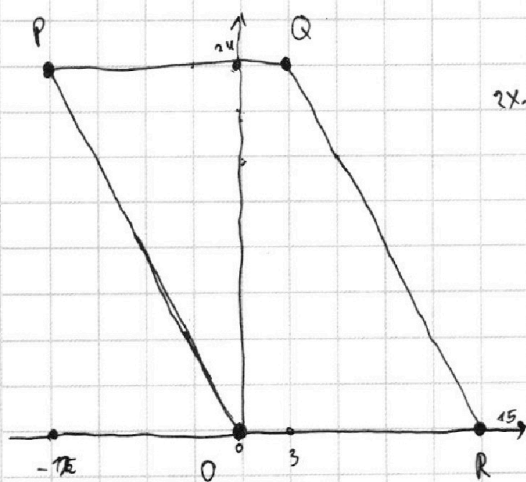
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = ax + 106$$

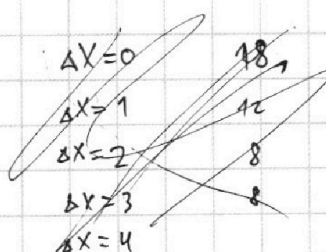
$$2 \Delta x + \Delta y = 12$$



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = y_1 + 12 + 2(x_2 - x_1)$$

$$x_2 \geq x_1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

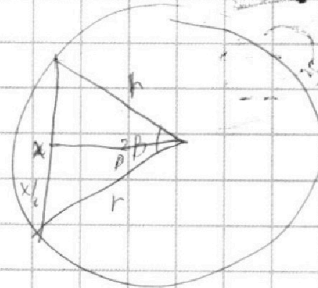
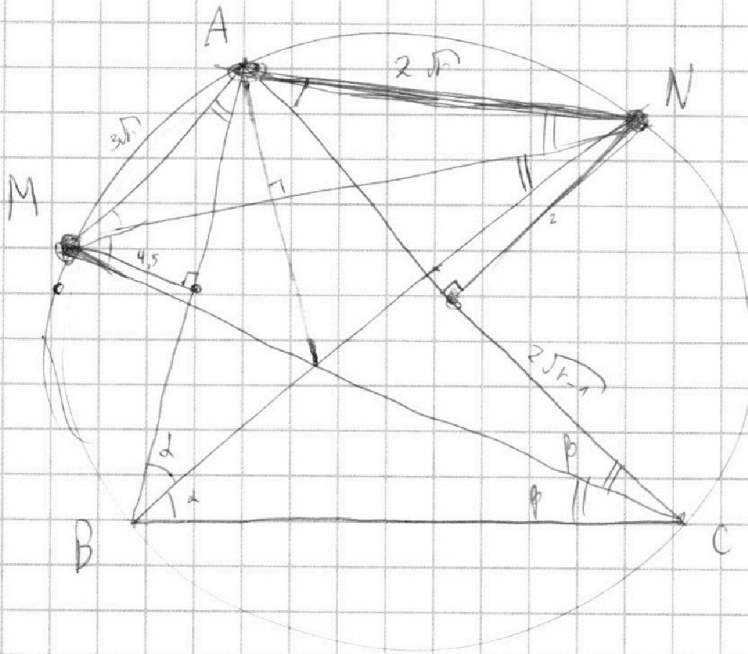
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a+b$

$8ab$

$(a;b) = 1$



$$\sin \beta = \frac{4.5}{x}$$

$$x = \frac{4.5}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{x}{2r}$$

$$\frac{x}{2r} = \frac{4.5}{x}$$

$$x^2 = 9r$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{y}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{2r}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{4}{2r}$$

$$y^2 = 4r$$

$$x = 3\sqrt{r}$$

$$y = 2\sqrt{r}$$

$$3\sqrt{r} \cdot \sin \alpha = 3$$

⑥

$$\sin \beta = \frac{4.5}{3\sqrt{r}} = \frac{1.5}{\sqrt{r}}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

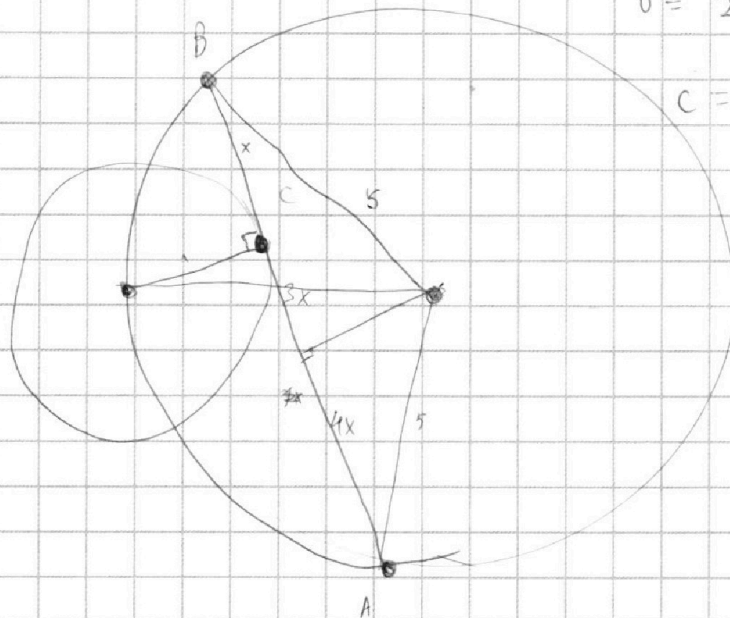
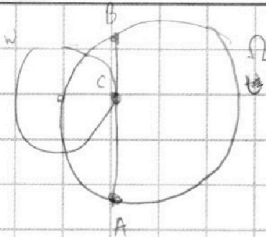
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^9 \cdot 7^{15}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^0$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 7^{14}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a = 2^{x_1} \cdot 7^{y_1} \cdot k_1$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot k_2$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k_3$$

$$k_1 \cdot k_2 \cdot 2^{x_1+x_2} \cdot 7^{y_1+y_2} = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{x_2+x_3} \cdot 7^{y_2+y_3} = 2^{13} \cdot 7^{14}$$

$$k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{x_1+x_3} \cdot 7^{y_1+y_3} = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$26 - x_1 \geq 17$$

$$26 - x_2 \geq 20$$

$$x_1 \leq 9$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$x_2 + x_3 \geq 17$$

$$x_1 + x_3 \geq 20$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 26$$

$$y_1 + y_2 \geq 10$$

$$y_2 + y_3 \geq 14$$

$$y_1 + y_3 \geq 37$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 37$$

$$9 + 6 \geq 14$$

$$6 + 11 \geq 17$$

$$9 + 11 \geq 20$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$-45x^2 + 25x = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$15$$

$$0$$

$$22$$

$$y_1 + y_2 \geq 10$$

$$32 - y_1 \geq 17$$

$$32 - y_2 \geq 37$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ y = ax + 10b \end{cases}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) = (x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1)(x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2)$$

$$(x^2 + 1)x^2 + 4(5ab + 4)x + 100b^2 + 63(1 + a^2)x^2 + 20abx + 4(25b^2 - 1) \leq 0$$

PE

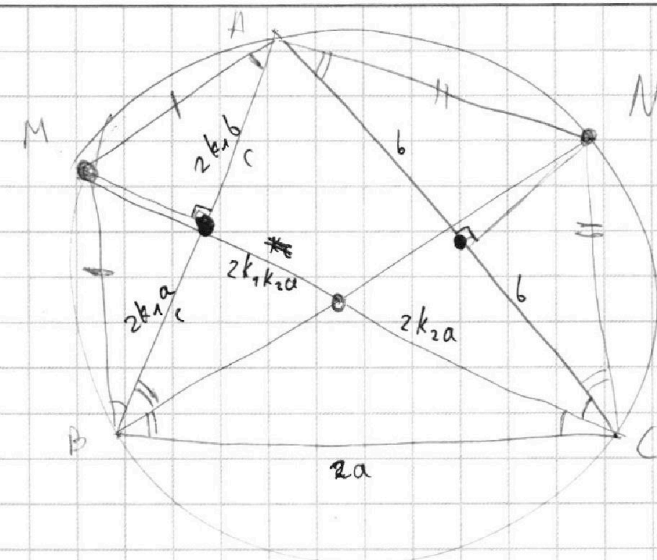
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

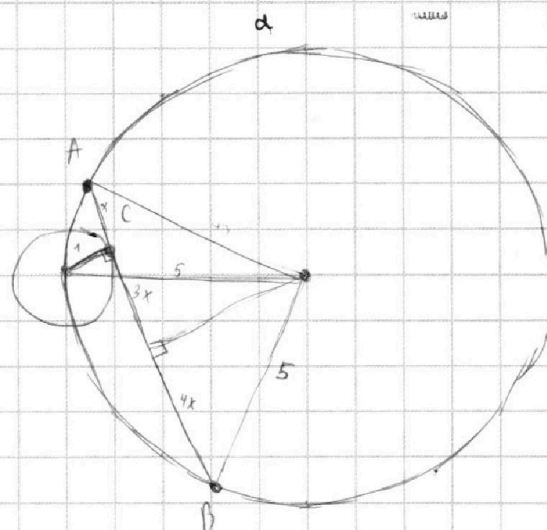
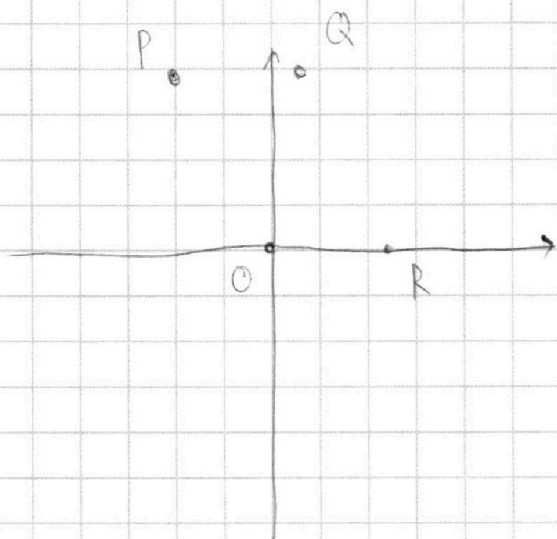
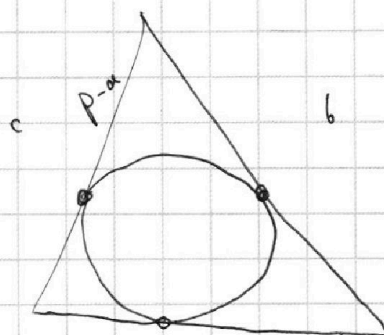
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ME = 4,5$$

$$NF = 2$$



$$A(x_1; y_1)$$

$$2(x_2 - x_1) + |y_2 - y_1| = 12$$

$$B(x_2; y_2)$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$

$$y_2 = 12 + 2x_1 - 2x_2 + y_1$$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} - \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\text{НОД}(x, y) = \text{НОД}(x, y \pm x)$$

$$\frac{x+b}{8ab}$$

$$a+b$$

$$8ab$$

$$+34-90 = 56$$