



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $t$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $t$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-13; 26)$ ,  $Q(3; 26)$  и  $R(16; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1



2



3



4



5



6



7



МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим разложение  $a, b, c$  на простые мн-ки: пусть 2 входит в  $a$  в степени  $\alpha_2$ ; в  $b$  в  $\beta_2$ ; а в  $c$  в степенем  $\gamma_2$ : аналогично с семёркой. Получаем:

$$a = 2^{\alpha_2} \cdot p_i^{\alpha_i} \cdot p_j^{\alpha_j} \dots \quad \text{По условию: } \begin{cases} ab : 2^{15} \\ bc : 2^{17} \\ ac : 2^{23} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 15 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 23 \end{cases}$$

( $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n \in \mathbb{Z}, \geq 0$ ; т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ) Пусть  $ab = 2^{15} \cdot p; bc = 2^{17} \cdot q; ac = 2^{23} \cdot k$  ( $p, q, k \in \mathbb{N}$ )

II: Рассмотрим  $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$ :

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 7^{27} \cdot p^2 \cdot q^2 \cdot k^2 = 2^{55} \cdot 7^{68}$$

$\Rightarrow abc = 7^{27} \cdot \sqrt{pqk}$ . Поскольку  $abc$ -натурал.  $\Rightarrow 2pqk$ -также (сваджат)  $\Rightarrow pqk \leq 2$  (в нечётной степени, т.е. хотя бы 1)

Из II системы получаем, что  $\alpha_2 + \beta_2 \geq 39$ ;  $\Rightarrow abc : 7 \Rightarrow \sqrt{2pqk} : 7^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow pqk : 7^10$ . Чтобы минимизировать  $abc$ , необходимо взять наименьшее  $pqk$ , удовл. условием:  $pqk = 2 \cdot 7^{10}$  для  $\sqrt{pqk} < 2 \cdot 7^{10}$  не выполн. условие задачи.

Построим пример для  $pqk = 2 \cdot 7^{10}$ :  $p = 2 \cdot 7^{10}; q = 1; k = 1$

Запомни, что по выведеног рабе формуле,  $abc$  зависит только от  $pqk$ , значит видима различные числа  $a, b, c, p, q, k$  с одинаковыми значениями  $pqk$  - мы будем получать один итог  $abc$ .

$$\text{Тогда } ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2 \cdot 7^{10}; bc = 2^{17} \cdot 7^{18}; ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$$

Это выполняется при  $a = 2^{11} 7^{21}; b = 2^5; c = 2^{12} 7^{18}$ , следовательно  $abc$  существует.

Таким образом минимальное значение  $abc = 2^{11} 5^{12} 21^{18} = 2^{28} 7^{39}$

Ответ:  $2^{28} 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию  $\text{НОД}(a; b) = 1$ . Рассмотрим  $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ :

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab} \quad \text{Несократимую дробь берут}$$

можно сократить только и только тогда, когда НОД числителя и  
знаменателя  $> 1$ . Принимая максимальное число на которое её можно  
сократить это и есть НОД. (по определению НОДа)

Таким образом имеем  $m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2 - 9ab) =$   
 $= \text{НОД}(a+b; 9ab)$ . (т.к.  $(a+b)^2 : a+b$ ). Поскольку  $a+b$ -被誉为 простым,  
их произведение будет раскладываться на простые мн.  $a$  и  $b$  вместе взятые,  
то среди них сумма  $a+b$  не может делиться на одно из этих простых, т.к. для каждого простого из разложимости  $ab$ :  
он входит в одно из слагаемых и не входит в другое  $\Rightarrow$  сумма на него  
не делится. Мы получим, что  $\text{НОД}(a+b; ab) = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 9ab) = \text{НОД}(a+b; 9) \leq 9 \Rightarrow m \leq 9. \quad \text{Оценка  
аверху.}$$

Пример:  $a=1; b=8$ ;  $\frac{1+8}{1-56+64} = \frac{9}{9}$  можно сократить на 9

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

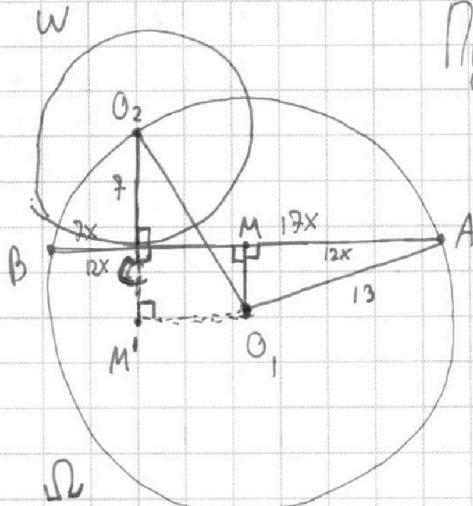
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

ЛМФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AC = 7x$ , тогда  $BC = 7x$

$$AB = AC + CB = 24x$$

$AB$ -корда  $\Omega$ , поэтому сё центр  $O_1$ ,  
лежит на сер.перп.к  $AB$ :  $O_1M \perp AB$ ,  $AM = MB = \frac{13}{2}x$

$$AM = \frac{AB}{2} = 12x$$

$O_2$ -центр  $W$ :  $O_2C \perp AB$ .

Построим перпендикуляр из  $O_1$  к прямой  $O_2C$ .  
:  $O_2M' \parallel O_1$  - ~~последний~~ прямоугольный тл.;

$O_1MCM'$  - прямоугольник; т.к.  $AB \perp O_1C$ ;  $AB \perp O_2C$ ;  $O_1M' \perp O_2C \Rightarrow O_1M' = MC$ ;

$CM = O_1M$ .  $MC = MB - BC = 12x - 7x = 5x$ ; Пусть  $O_1M = y$ , тогда по теор.

Пифагора в  $\triangle O_2M'O_1$ :  $(7+y)^2 + (5x)^2 = (O_1O_2)^2$ ;  $O_1O_2 = 13$  ( $O_2$  лежит на  $\Omega$ )

$$\Rightarrow 49 + 14y + y^2 + 25x^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - 25x^2} - 7$$

По геогр. Пусть в  $\triangle O_1MA$ :  $(12x)^2 + y^2 = 13^2$

$$144x^2 + 169 - 25x^2 + 49 - 14\sqrt{169 - 25x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 + 49 = 14\sqrt{169 - 25x^2} \quad |^2 / 12$$

$$14161x^4 + 17662x^2 + 9604 = 196 \cdot 169 - 196 \cdot 25x^2$$

$$14161x^4 + 16562x^2 - 23520 = 0$$

$$t = x^2: 14161t^2 + 16562t - 23520 = 0$$

Решив это ~~некоторое~~ <sup>одночленное</sup> уравнение относительно  $x$   
(и умножив корень на 24 мы и получим искомое  $AB$ )

Ответ.



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2 - 1} - \sqrt{3(x-1)(x+2) + 7} = 1 - 9x$$

$$] t = x-1 : \sqrt{3t^2 - 1} - \sqrt{3t(t+3) + 7} = -9t - 8 \quad |^2$$

$$3t^2 - 1 + 3t^2 + 9t + 7 - 2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t(t+3) + 7)} = 81t^2 + 144t + 64$$

$$-2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t^2 + 9t + 7)} = 75t^2 + 135t + 56$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим условие для пары точек:  $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$

Сумма расстояний точек одной пары ~~всех~~<sup>чтобы это</sup> по  $y$  и расстояния по  $x$  должна быть равна 14.

Зададимся вопросом о том, из точек; например,  $A(x_1, y_1)$  и  $B(x_2, y_2)$  каких точек подходят ей. Рассмотрим  $A(0, 0)$ :  $2x + y = 14 \Rightarrow y = -2x + 14$ .

Это прямая с коэф.  $a = -2$ , и  $b = 14$ . Заметим, что если мы переведем эту прямую в другое место, расстояние до прямой подсчитанных точек останется тем же. Следовательно все искомые пары точек можно найти, двигая конгруэнцию из точки и прямой внутри параллелограмма. Заметим, что прямая (назовем ее паралл.) пересекает

сторонами параллелограмма  $PO$  и  $QR$ ; т.к. уравнения их прямых это  $y = -2x$  и  $y = -2x + 32$ .

Следовательно для любой точки и парной ей прямой внутри параллелограмма (и точки лежат внутри и прямая пересекает паралл.)

Следовательно, если парная прямая точки пересекает паралл. прямы, то количество точек на парной прямой будет равно кол-ву точек на стороне  $\square$ .  
(Понятно, что это выполняется только потому что ~~все~~<sup>паралл.</sup> все точки имеют чётные коор-ды.)

Рассмотрим от точки до парной ей прямой парно  $\neq$  по оси  $Ox$ ; такие образуют парные прямые лежащие внутри паралл. прямыми только для точек на расстоянии не меньше  $\neq$  от прямой стороны. Всего таких точек  $(16 - 7 + 1) = 10$ , в кончут столько же, сколько пар

точек на стороне  $\square$ . На стороне  $\square$  всего 14 точек. Итого для каждого из  $14 \cdot 10 = 140$  точек можно взять в пару 14 точек  $\Rightarrow 140 \cdot 14 = 1960$  ~~точек~~ пар

Ответ: 1960

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или ни отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда один из множителей не отрицателен, а другой не положителен.

Рассмотрим каждый из множителей в уравнении с нулем:

$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \rightarrow \text{Уравнение окружности с центром } (0,0) \text{ и } R=1$$

$$x^2 + (y-12)^2 - 16 \leq 0 \Rightarrow x^2 + (y-12)^2 = 16 \rightarrow \text{Ур. окр. с центром } (0; 12) \text{ и } R=4$$

В случае неравенства, выражение окружности  $> 0$  для любой точки вне окр. и  $< 0$  для любой точки внутри неё.

Таким образом исходное неравенство представляет собой множество точек, лежащих в одной окр. и не лежащих в другой и наоборот. Поскольку окр. не пересекают, этому неравенству удовл. все точки внутри и на обеих окружностях.

Заметим, что пара параметров  $a$  и  $b$  может задать любую прямую на плоскости:  $y = -ax + 8b$

В общем случае система означает, что выбранная прямая должна пересекать множество точек неравенства в двух точках. Прямая может пересекать окружность либо в одной, либо в ~~все~~ бесконечном кол-ве точек (в зависимости от того, сколько прямой пересекает окружность).

Следовательно, система имеет ровно 2 решения только тогда, когда прямая является осью симметрии для двух окружностей. Все эти случаи касаются:

- 2 внутр. и 2 внешн., при этом поскольку обе окр.ей находятся на оси  $Oy$ ,
- одна внутр. Внешние касательные могут быть получены зеркально от  $Oy$ ; также
- внешн. и внешн.

Таким образом с помощью уравнения рас. ср. вин. исключив  
запись параметров легко подсчитать.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \Rightarrow 2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14 \Rightarrow y = 14 - 2x + y_1$$

$2x_2 -$

$$y = -2x + 2x_1 + y_1 + 14$$

P (13; 26)

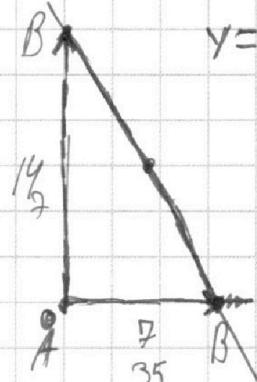
Q (3; 26)

O (0,0)

R (16,0)

a=0

$$y = 8b$$



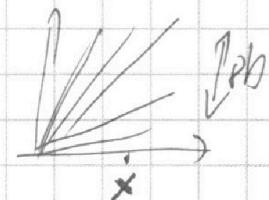
$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ \times 96 \\ + 96 \\ \hline 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$ax + by = 0$$

$$\left\{ x^2 + y^2 - 1 \leq 0 ; (x^2 + y^2 - 1)^2 - 16 \leq 0 \right.$$

$$y = -ax + b$$

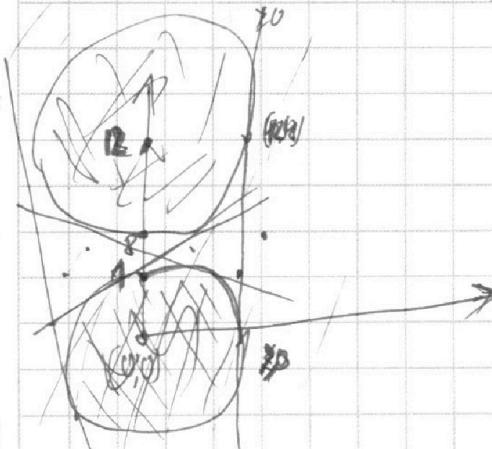


$$\begin{cases} y = -ax + b \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 - 1 \leq 0 ; x^2 + (y-16)^2 - 16 \geq 0 \\ x^2 + (y-16)^2 - 16 \leq 0 ; x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + (y-16)^2 - 16 &\geq x^2 + y^2 - 1 \\ y^2 - 32y + 256 - 16 &\geq y^2 - 1 \\ 32y &\leq 241 \end{aligned}$$

196

241/2



$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leq 1 \\ x^2 + (y-16)^2 &\geq 16 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \quad x^2 + y^2 \leq 1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$11662x^2 + 9900x^2$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 96 \\ \hline 25 \\ 980 \\ 1392 \\ \hline 4900 \\ + 11662 \\ \hline 16562 \end{array}$$
  
$$\begin{array}{r} 85 \\ \times 96 \\ \hline 480 \\ 7264 \\ + 1176 \\ \hline 1960 \\ - 33124 \\ \hline 9604 \\ \hline 23520 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                       |                            |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

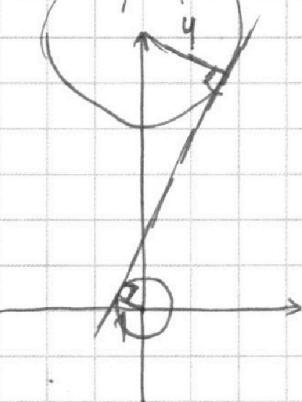
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -144 \\ -25 \\ \hline 119 \end{array}$$

Построим график синусоиды! Это где



$$\begin{array}{r} 18 \\ 119 \\ 119 \\ 1971 \\ + 119 \\ \hline 1071 \\ + 119 \\ \hline 11662 \end{array}$$

$$(100-2)^2 = 10000 - 400 + 4$$

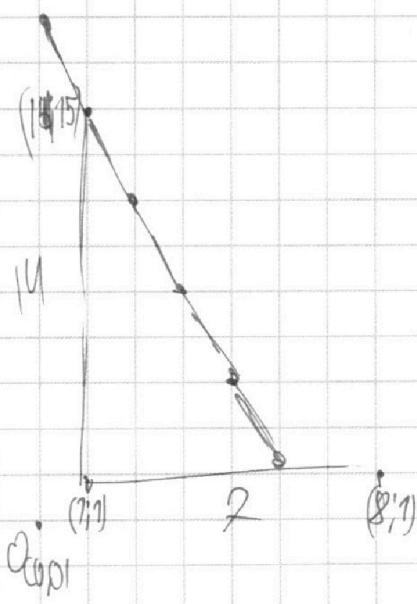
9604

$$x^2 + y^2 - 1 =$$

$$y = \sqrt{-x^2} = \alpha x + C =$$

$$1-x^2 = \alpha x + 2\alpha C + C^2$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ 196 \\ 25 \\ \hline 980 \\ -292 \\ \hline \end{array}$$



O<sup>0;0</sup>



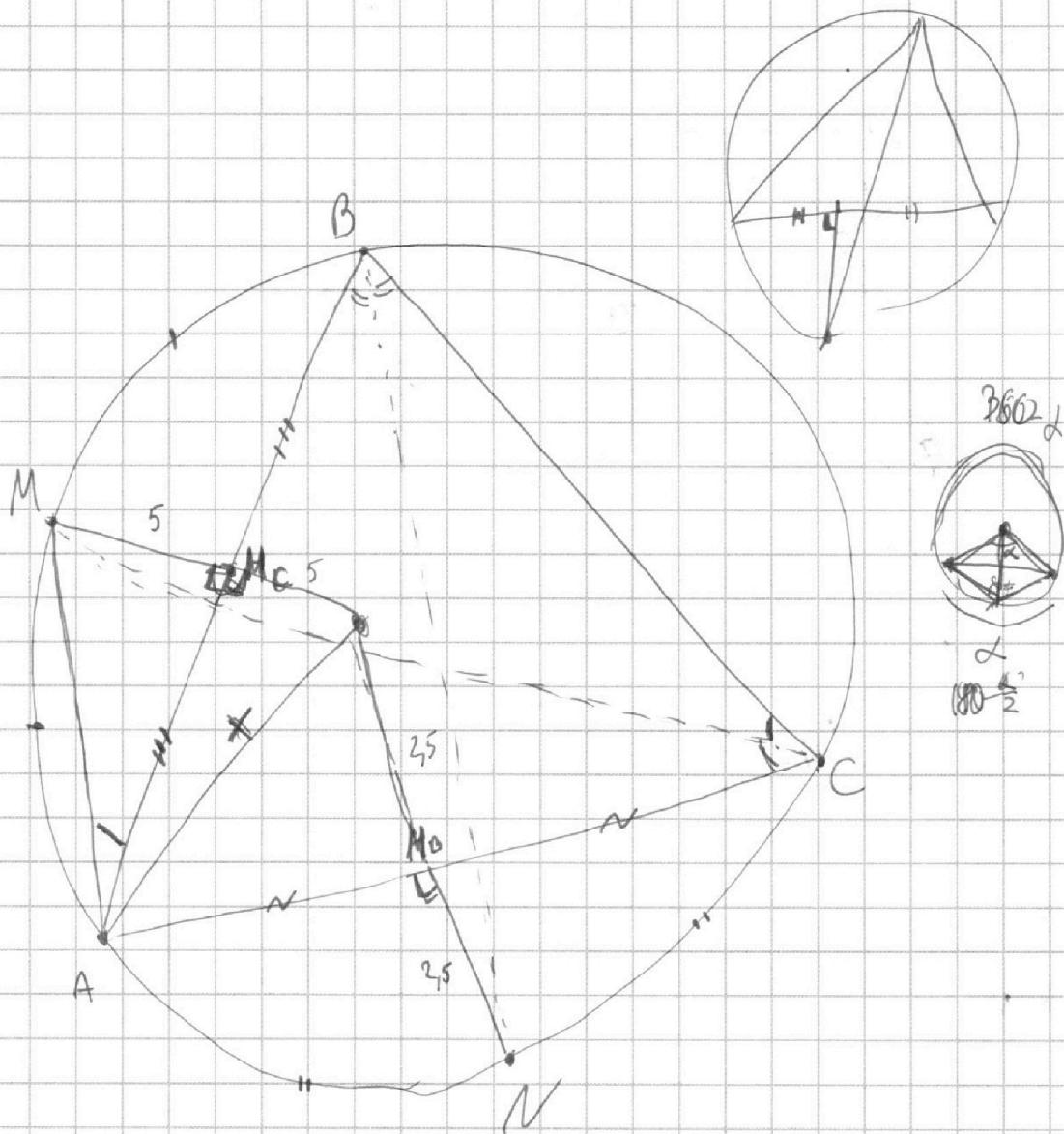
На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab : 2^{15} 7^{11} &\Rightarrow ab = 2^{15} 7^{11} \cdot k, * \\ bc : 2^{17} 7^{18} &\Rightarrow bc = 2^{17} 7^{18} \cdot n, * \\ ac : 2^{23} 7^{39} &\Rightarrow ac = 2^{23} 7^{39} \cdot m \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} abc = 2^{55} 7^{68} \\ abc = 2 \cdot 7 \cdot knm \Rightarrow abc = 7 \sqrt[34]{2^{55} knm} \\ knm = 2^{\frac{10}{2}} \end{array} \right.$$

$$\text{При } knm=2: abc - \text{минимально}, abc = 7^{\frac{34}{2}} 2^{28}$$

$$\begin{aligned} k=2, n, m=1 & \quad ab = 2^{15} 7^{21} \\ bc = 2^{17} 7^{18} & \\ ac = 2^{23} 7^{39} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a=2 \\ b=2 \\ c=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha+\beta=16 \\ \beta+\gamma=17 \\ \alpha+\gamma=23 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta=\frac{17+16-23}{2}=5 \\ \alpha=11 \\ \gamma=12 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \beta=5 \\ \alpha=11 \\ \gamma=12 \\ \alpha=11 \\ \gamma=13 \end{array}$$

$$\begin{aligned} ab &= 2^{15} 7^{21} \\ bc &= 2^{17} 7^{18} \\ ac &= 2^{23} 7^{39} \end{aligned}$$

$$abc = 2^{28} 7^{39}$$

$$\begin{cases} a=2^{11} 7^{21} \\ b=2^5 7^{18} \\ c=2^{12} 7^{39} \end{cases}$$

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - gab}$$

$$UOA(a+b; (a+b)^2 - gab) =$$

$$\begin{aligned} a=p_1^{d_1} p_2^{d_2} \cdots p_n^{d_n} & \quad d_n: x+x+2 \\ D=1+8=9=3^2 & \\ p=p_1^{p_1} p_2^{p_2} \cdots p_m^{p_m} & \quad (x-1)(x+2) \end{aligned}$$

$$= UOA(a+b; gab) \rightarrow \max. = m$$

$$UOA(a, b) = n = UOA(a, b)$$

$$gab = g p_1^{p_1} p_2^{p_2} \cdots p_m^{p_m}$$

\* 2-ых быв.пр. чисел: наибольшее из числ. a, b;  
их сумма - наименьшая сумм

$$\frac{9}{16-} \quad 9$$

$$3 \frac{5}{8} \rightarrow 15 \quad a+b=9 \quad \frac{9}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{1}{8}$$

$$\frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9} \quad \frac{9}{72}$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$$

$$D=36-24=12=2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{(x^2+1)^2+C} - \sqrt{(x+m)^2+H} = 1-9x$$

$$D=9-12 \neq$$

$$\sqrt{8}X$$

$$\sqrt{3}X$$

$$\sqrt{3(x-1)^2-1}$$

$$3x^3 + 3x^2 + 1 - 9x^2$$

$$9+72$$

$$\sqrt{3(x-1)(x+1)} =$$

$$\sqrt{3(x^2+bx+1)-2}$$

$$\sqrt{3(x^2+x)}$$

9  
21  
33  
45  
57  
69  
81

12  
13  
14

15  
16

17  
18

19  
20

21  
22

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3(x-1)^2 + 7} - \sqrt{3(x-1)(x+2) + 7} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{2 \cdot 5} - \sqrt{2 \cdot 7} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$\cancel{\sqrt{3(x-1)^2 + 7}} - \cancel{\sqrt{3(x-1)(x+2) + 7}} = 1 - 18x + 8x^2$$

$$t = x-1 \quad 3t^2 + 1 + 3t(t+3) + 7 - 2\sqrt{9t^3(t+3) - 3t(t+3) + 27t^2 - 7} = (9t+8)^2 \\ 6t^2 + 9t + 8 \quad 9t^4 + 27t^3 - 3t^2 - 9t + 21t^2 - 7 \\ = 81t^2 + 144t + 64 \\ g(x-1) + 8 = 9x^2 + 8 = 9x^2$$

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$24x = \frac{507}{2}$$

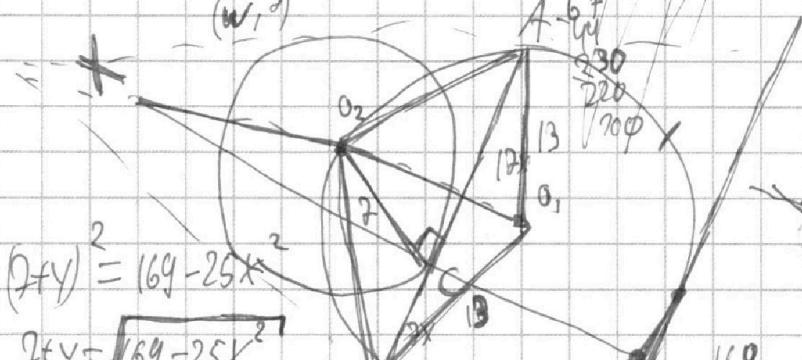
$$\sqrt{3} \vee y = \frac{-14\sqrt{676-100x^2}}{2}$$

$$\frac{507}{44} \frac{144}{115} 24x$$

$$D = 196 + 480 - 100x^2 + \frac{56}{144} \frac{14}{196}$$

$$x = \frac{507}{44} \cdot 24$$

$$49 + 49x^2 = \frac{49(x^2+1)}{8(x^2+1)}$$



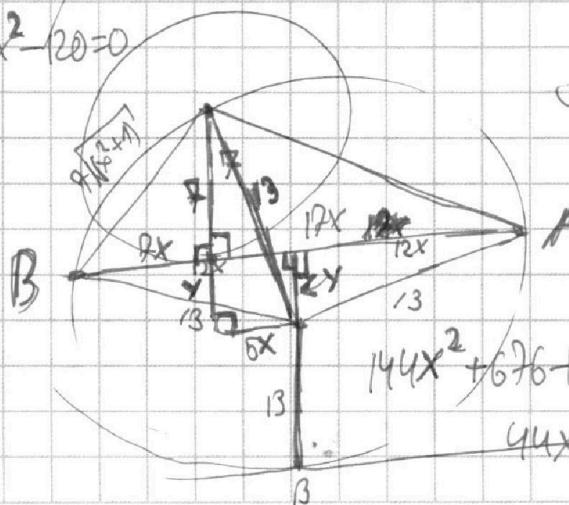
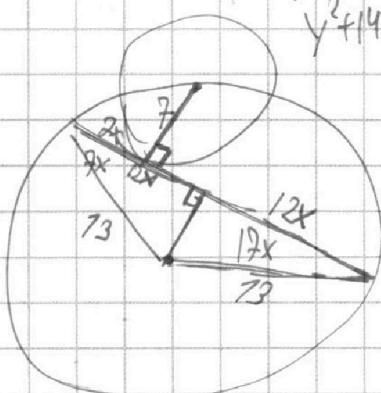
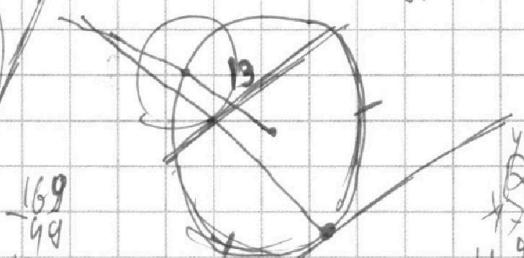
$$(x+y)^2 = 169 - 25x^2$$

$$x = \sqrt{13 - 2x(13+5x)} - 7$$

$$(x+y)^2 + 25x^2 = 169$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 = 120$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 - 120 = 0$$



$$144x^2 + 676 - 100x^2 = 169$$

$$44x^2 = 507$$

$$\sqrt{289x^2 + 49}$$

$$\frac{289}{626} \frac{49}{602}$$