



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-13;26)$ ,  $Q(3;26)$  и  $R(16;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим разложение  $a, b, c$  на простые множители: пусть 2 входит в  $a$  в степени  $\alpha_2$ ; в  $b$  в  $\beta_2$ ; а в  $c$  в степени  $\gamma_2$ . Аналогично с семёркой. Получаем:

$$a = 2^{\alpha_2} \cdot 7^{\alpha_7} \cdot p_1^{\alpha_{p_1}} \cdot p_2^{\alpha_{p_2}} \dots$$

$$b = 2^{\beta_2} \cdot 7^{\beta_7} \cdot p_1^{\beta_{p_1}} \cdot p_2^{\beta_{p_2}} \dots$$

$$c = 2^{\gamma_2} \cdot 7^{\gamma_7} \cdot p_1^{\gamma_{p_1}} \cdot p_2^{\gamma_{p_2}} \dots$$

По условию:  $\begin{cases} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 + \beta_2 \geq 15 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 17 \\ \alpha_2 + \gamma_2 \geq 23 \end{cases}; \begin{cases} \alpha_7 + \beta_7 \geq 11 \\ \beta_7 + \gamma_7 \geq 18 \\ \alpha_7 + \gamma_7 \geq 39 \end{cases}$

( $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n \in \mathbb{Z}, \geq 0$ ; т.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ) Пусть  $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot p$ ;  $bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot q$ ;  $ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k$  ( $p, q, k \in \mathbb{N}$ )

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим  $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$ :

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot q \cdot 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot p \cdot 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot k = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot p q k, \text{ тогда } abc = \sqrt{ab c^2}$$

$abc = 7^{39} \cdot 2^{27} \cdot \sqrt{2 p q k}$ . Поскольку  $abc$  - натур.  $\Rightarrow \sqrt{2 p q k}$  - точный квадрат  $\Rightarrow p q k : 2$  (в нечётной степени, т.е. хотя бы 1)

Из (I) системы получим, что  $\alpha_2 + \gamma_2 \geq 39$ ;  $abc : 7^{39} \Rightarrow \sqrt{2 p q k} : 7^5 \Rightarrow$

$\Rightarrow p q k : 7^{10}$ . Чтобы минимизировать  $abc$ , необходимо взять наименьшее  $p q k$ , удовлетв. условию:  $p q k = 2 \cdot 7^{10}$  для  $\forall p q k \ll 2 \cdot 7^{10}$  не выполн. условие здрати.

Построим пример для  $p q k = 2 \cdot 7^{10}$ :  $p = 2 \cdot 7^{10}$ ;  $q = 1$ ;  $k = 1$

Заметим, что по выведенной ранее формуле,  $abc$  зависит только от  $p q k$ , значит выбирая различные числа  $a, b, c, p, q, k$  с одинаковыми значениями  $p q k$  - мы будем получать одн. зн.  $abc$ .

Тогда  $ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot 2 \cdot 7^{10}$ ;  $bc = 2^{17} \cdot 7^{18}$ ;  $ac = 2^{23} \cdot 7^{39}$

Это выполняется при  $a = 2^{11} \cdot 7^{21}$ ;  $b = 2^5$ ;  $c = 2^{12} \cdot 7^{18}$ , следовательно пример существует.

Таким образом минимальное значение  $abc = 2^{11} \cdot 2^5 \cdot 2^{12} \cdot 7^{21} \cdot 7^{18} \cdot 7^{18} = 2^{28} \cdot 7^{39}$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию  $\text{НОД}(a; b) = 1$ . Рассмотрим  $\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ :

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}$$

Целочисленную дробь всегда

можно сократить тогда и только тогда, когда НОД числителя и

знаменателя  $> 1$ . Примем максимальное число на которое её можно  
сократить это и есть НОД. (по опред. НОД)

Таким образом искомое  $m = \text{НОД}(a+b; (a+b)^2-9ab) =$

$= \text{НОД}(a+b; 9ab)$ . (т.к.  $(a+b)^2 : (a+b)$ ). Поскольку  $a$  и  $b$  — взаимнопросты,  
их произведение будет раскладываться на простые  $m$ .  $a$  и  $b$  вместе взятые,  
в то время как сумма  $a+b$  не может делиться ни на одно  
из этих простых, т.к. для каждого простого из разложения  $ab$ :  
он входит в одно из слагаемых и не входит в другое  $\Rightarrow$  сумма на него  
не делится. Мы получим, что  $\text{НОД}(a+b; ab) = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b; 9ab) = \text{НОД}(a+b; 9) \leq 9 \Rightarrow m \leq 9$$

Оценка  
сверху.

Пример:  $a=1; b=8: \frac{1+8}{1-56+64} = \frac{9}{9}$  можно сократить на 9

Ответ: 9

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

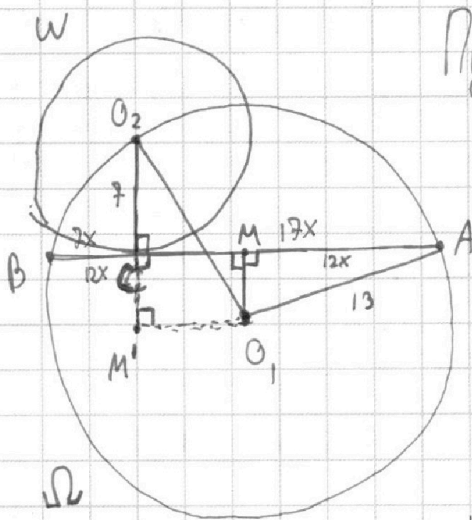
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $AC = 7x$ , тогда  $BC = 7x$

$$AB = AC + CB = 24x$$

$AB$  - хорда  $\Omega$ , поэтому её центр  $O_1$  лежит на перпендикуляре  $AB$ :  $O_1M \perp AB$ ;  $AM = MB = \frac{AB}{2}$

$$AM = \frac{AB}{2} = 12x$$

$O_2$  - центр  $\omega$ :  $O_2C \perp AB$ .

Построим перпендикуляр из  $O_1$  к продолжению  $O_2C$ .  
 $\triangle O_2M'O_1$  - ~~равно~~ прямоугольный  $\triangle$ ;

$O_1MCM'$  - прямоугольник; т.к.  $AB \perp MO_1$ ;  $AB \perp O_2C$ ;  $O_1M' \perp O_2C \Rightarrow O_1M' = MC$ ;

$CM' = O_1M$ .  $MC = MB - BC = 12x - 7x = 5x$ ; Пусть  $O_1M = y$ , тогда по теор.

Пифагора в  $\triangle O_2M'O_1$ :  $(7+y)^2 + (5x)^2 = (O_1O_2)^2$ ;  $O_1O_2 = 13$  ( $O_2$  лежит на  $\Omega$ )

$$\Rightarrow 49 + 14y + y^2 + 25x^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - 25x^2} - 7$$

По теор. Пифа в  $\triangle O_1MA$ :  $(12x)^2 + y^2 = 13^2$

$$144x^2 + 169 - 25x^2 + 49 - 14\sqrt{169 - 25x^2} = 169 \Rightarrow 119x^2 + 49 = 14\sqrt{169 - 25x^2} \quad | \cdot 12$$

$$14161x^4 + 17662x^2 + 9604 = 196 \cdot 169 - 196 \cdot 25x^2$$

$$14161x^4 + 16562x^2 - 23520 = 0$$

$$1t = x^2: 14161t^2 + 16562t - 23520 = 0$$

Решив это квадратное уравнение относительно  $x$  (и умножив <sup>поможит</sup> корень на 24 мы и получим искомое  $AB$ )

Ответ.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2 - 1} - \sqrt{3(x-1)(x+2) + 7} = 1 - 9x$$

$$\text{] } t = x - 1: \sqrt{3t^2 - 1} - \sqrt{3t(t+3) + 7} = -9t - 8 \quad |^2$$

$$3t^2 - 1 + 3t^2 + 9t + 7 - 2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t(t+3) + 7)} = 81t^2 + 144t + 64$$

$$-2\sqrt{(3t^2 - 1)(3t^2 + 9t + 7)} = 75t^2 + 135t + 56$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим условие для пары точек:  $2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14$

Сумма расстояний точек одной пары ~~по оси~~ по  $y$  и <sup>увеличенного</sup> расстояния по  $x$  должна быть равна 14.

Зафиксируем одну из точек; например,  $A(x_1, y_1)$  и посмотрим

какие точки подходят ей. Пусть  $A(0; 0)$ :  $2x + y = 14 \Rightarrow y = -2x + 14$ .

Это прямая с коэф.  $a = -2$ ; и  $b = 14$ . Заметим, что если мы перенесем точку  $A$  в другое место плоск-ти, расстояние до прямой подходящих точек ~~ослабнет~~ тем же. Следовательно все искомые пары точек можно найти, двигая конструкцию из точки и прямой внутри параллелограмма. Заметим, что прямая (назовем её парной) паралл.

сторонам параллелограмма  $PQ$  и  $QR$ ; т.к. уравнения их прямых это  $y = 2x$  и  $y = -2x + 32$ .

Следовательно для любой точки и парной ей прямой ~~внутри~~ <sup>внутри</sup> параллелограмма (и точка лежит внутри и прямая пересекает паралл-грамм)

Следовательно, если парная прямая точки пересекает паралл-грамм, то количество точек на парной прямой будет равно кол-ву точек на стороне  $PQ$ .

(Поясню, что это выполняется только потому что ~~все~~ все точки имеют целые коор-ды.)

Рассмотрим от точки до парной ей прямой равно 7 по оси  $Ox$ ; таким образом парные прямые лежат внутри паралл-грамма только для точек на расстоянии не меньше 7 от правой стороны. Всего таких точек  $(16 - 7 + 1) = 10$ , в каждом случае, сколько

точек на стороне  $PQ$ . На стороне  $PQ$  всего 14 точек. Итого для каждой из  $14 \cdot 10 = 140$  точек можно взять в пару 14 точек  $\Rightarrow 140 \cdot 14 = 1960$  пар

ответ: 1960

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Неравенство выполняется тогда и только тогда, когда один из множителей не отрицателен, а другой не положителен.

Рассмотрим каждый из множителей в уравнении с нулём:

$$x^2+y^2-1=0 \Rightarrow x^2+y^2=1 \rightarrow \text{уравнение окружности с центром } (0;0) \text{ и } R=1$$

$$x^2+(y-12)^2-16 \leq 0 \Rightarrow x^2+(y-12)^2=16 \rightarrow \text{ур. окр. с центром } (0;12) \text{ и } R=4$$

В случае неравенства, выражение окружности  $>0$  для любой точки вне окр. и  $<0$  для любой точки внутри неё.

Таким образом исходное неравенство представляет собой множество точек, лежащих в одной окр. и не лежащих внутри и наоборот. Поскольку окр. не пересекаются, этому неравенству удовл. все точки внутри и на обеих окружностях.

Заметим, что пара параметров  $a$  и  $b$  может задать любую прямую на плоскости:  $y = -ax + 8b$

В совокупности система означает, что выбранная прямая должна пересекать множество точек неравенства в двух точках. Прямая может пересечь окружность либо в одной, либо в ~~двух~~ бесконечном числе точек на промежутке (сечении) (в случае касания) (в случае сечения)

Следовательно, система имеет ровно 2 решения только тогда, когда прямая является общей касательной для двух окружностей. Всего таких касат.ых 4: 2 внутр. и 2 внешн., при этом поскольку оба центра окр.-ей находятся на оси  $Oy$ , внутр. внутренние касательные могут быть получены друг из друга асим.  $Ox$ ; также как и внешн.

Таким образом следующие уравнения кас. -ой эти искомого значения параметров легко находятся.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

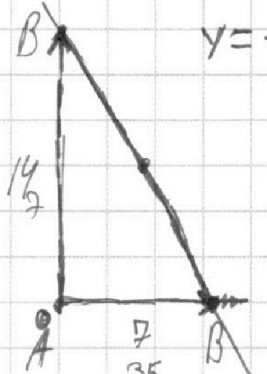
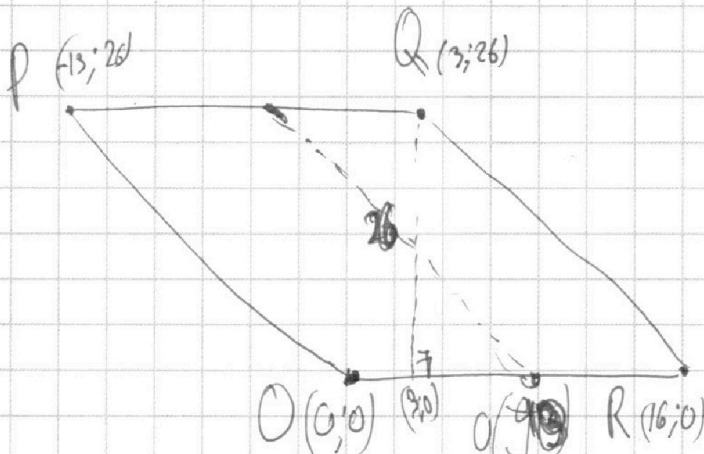
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14 \quad = 2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 14 \Rightarrow y = 14 - 2x + y_1$$

$$2x_2 -$$

$$y = -2x + 2x_1 + y_1 + 14$$



$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ \times 16 \\ 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$a=0$$

$$y=8b$$

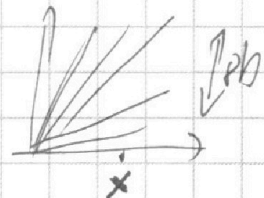
$$b(1; 1)$$

$$19$$

$$ax + y - 8b = 0$$

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-16)^2 - 16) \leq 0$$

$$y = -ax + 8b$$



$$y = -ax + 8b$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 \leq 0; & x^2 + (y-16)^2 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + (y-16)^2 - 16 \leq 0; & x^2 + y^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + (y-16)^2 - 16 \geq x^2 + y^2 - 1$$

$$y^2 - 32y + 256 - 16 \geq y^2 - 1$$

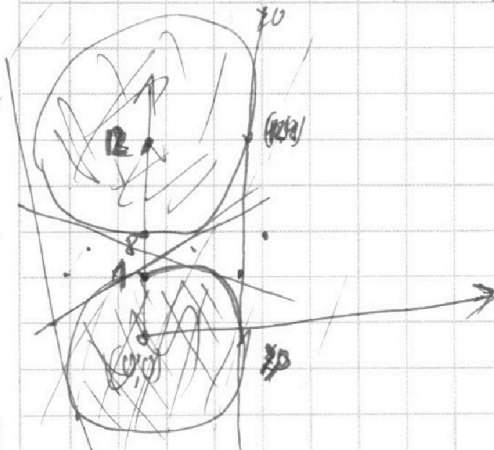
$$32y \leq 241$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0$$

$$x^2 + (y-16)^2 - 16 \geq 0$$

$$196$$

$$241/32$$



$$x^2 + y^2 \leq 1$$

$$x^2 + (y-16)^2 \geq 16$$

$$x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1    2    3    4    5    6    7  
                 



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$11662x^2 + 4900x^2$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 196 \\ \times 25 \\ \hline 980 \\ 1392 \\ \hline 4900 \\ + 11662 \\ \hline 16562 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ 196 \\ \overline{) 5469} \\ \underline{156} \\ 390 \\ \underline{312} \\ 78 \\ \underline{76} \\ 20 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

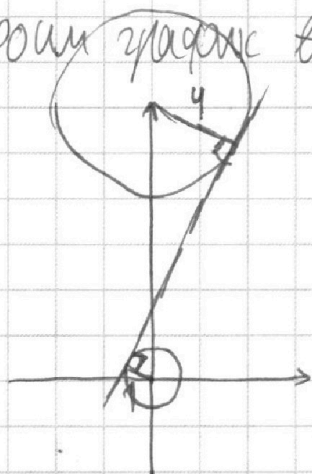


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax+y-8b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ -25 \\ \hline 119 \end{array}$$

Построим график системы неравенств! Это две



$$\begin{array}{r} 18 \\ 119 \\ \times 119 \\ \hline 1071 \\ + 119 \\ \hline 119 \\ \hline 14161 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 119 \\ \times 98 \\ \hline 952 \\ + 1071 \\ \hline 11662 \end{array}$$

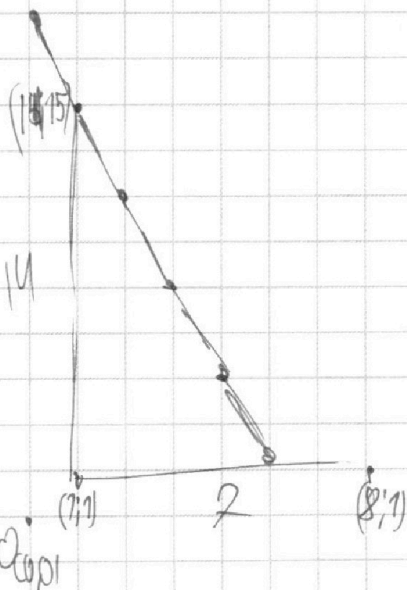
$$(100-2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$$

$$x^2 + y^2 - 1 =$$

$$y = \sqrt{1-x^2} = ax + \frac{1}{2}c =$$

$$1-x^2 = ax + \frac{1}{2}c$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ \times 25 \\ \hline 980 \\ - 292 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}
 ab &: 2^{15} 7^{11} \Rightarrow ab = 2^{15} 7^{11} \cdot k, * \\
 bc &: 2^{17} 7^{18} \Rightarrow bc = 2^{17} 7^{18} \cdot n, * \\
 ac &: 2^{23} 7^{39} \Rightarrow ac = 2^{23} 7^{39} \cdot m
 \end{aligned}$$

$$abc = 2^{22} 7^{55} \cdot knm \Rightarrow abc = 7 \sqrt[24]{2^{55} knm}$$

$knm = 2^{10} \cdot 2^{24} = 2^{34}$

Пусть  $knm = 2$ :  $abc = 7^{34} 2^{28}$  ;  $abc = 7^2 \cdot 2^{16} 7^{11}$  ;  $k=2 \Rightarrow ab = 2^{16} 7^{11}$

$k=2; n*m=1$      $ab = 2^{15} 7^{21}$      $a=2$      $\alpha+\beta=15$   
 $bc = 2^{17} 7^{18}$      $b=2$      $\beta+\gamma=17$   
 $ac = 2^{23} 7^{39}$      $c=2$      $\alpha+\gamma=23$

$\alpha+\beta=15$   
 $\beta+\gamma=17$   
 $\alpha+\gamma=23$

$$\beta = \frac{17+15-23}{2} = 5$$

$\alpha=10$      $\beta=5$   
 $\gamma=12$      $\alpha=11$   
 $\gamma=13$

$\alpha+\beta=21$      $\Rightarrow \beta=0$      $\alpha=21$      $\gamma=18$      $\Rightarrow ab$   
 $\beta+\gamma=18$   
 $\alpha+\gamma=39$

$$\begin{cases} a = 2^{21} 7^{21} \\ b = 2^5 7^{18} \\ c = 2^{12} 7^{12} \end{cases}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 2ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 2ab}$$

$a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$   
 $b = p_1^{\beta_1} \cdot p_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\beta_n}$   
 $gab = g \cdot p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n}$

$D = 1+8=9=3^2$   
 $(x-1)(x+2)$

$* 2 \cdot x$      $3 \cdot x$      $5 \cdot x$      $7 \cdot x$      $8 \cdot x$   
 Но их сумма - нечетное число

$$\frac{9}{1-56+64} = \frac{9}{9}$$

$$D = 36 - 24 = 12 = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{(x^2 + 1)^2 + 0} - \sqrt{(x+1)^2 + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3(x-1)^2 - 1}$$

$$\sqrt{3(x^2 + 1)^2 - 2}$$

$9$   
 $21$   
 $33$   
 $45$   
 $57$   
 $69$   
 $81$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3(x-1)^2+7} - \sqrt{3(x-1)(x+2)+7} = 1-9x$$

$$\sqrt{2 \cdot 5} - \sqrt{2 \cdot 7} = \sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{7})$$

~~$$\sqrt{3(x-1)^2+7} - \sqrt{3(x-1)(x+2)+7} - 2\sqrt{9(x-1)^3(x+2) - 3(x-1)(x+2) + 28(x-1)^2 - 7} = 1-18x+8x^2$$~~

$$t=x-1 \quad 3t^2+1+3t(t+3)+7 - 2\sqrt{9t^3(t+3) - 3t(t+3) + 27t^2 - 7} = \frac{(9t+8)^2}{9(x-1)^2+7=9x^2-9x+8}$$

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$-2\sqrt{9(t^4+3t^3+2t^2-t) - 7} = 75t^2+135t+56$$

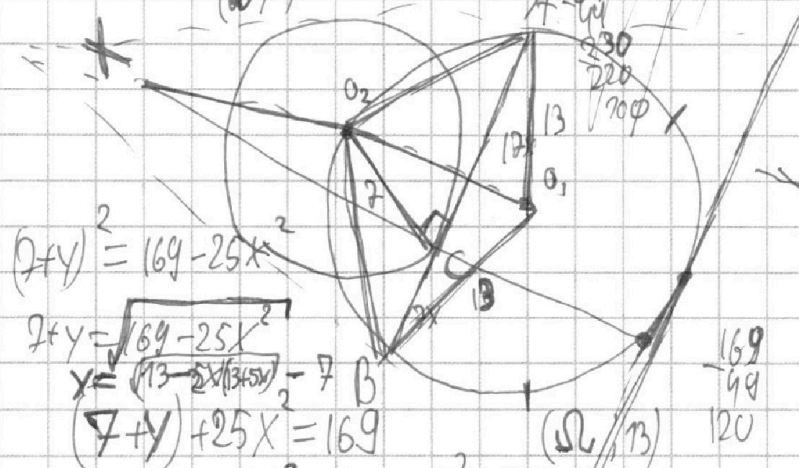
$$24x = 507$$

$$y = \frac{14 \pm \sqrt{676 - 100x^2}}{2}$$

$$\frac{507}{44} \quad \frac{144}{175} \quad 24x$$

$$D = 196 + 480 - 100x^2$$

$$49 + 49x^2 = 49(x^2+1)$$



$$(7+y)^2 = 169 - 25x^2$$

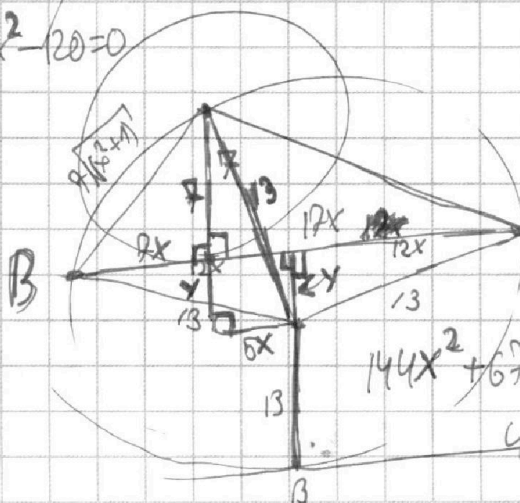
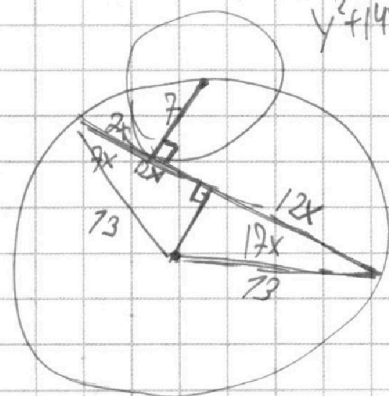
$$7+y = \sqrt{169 - 25x^2}$$

$$x = \frac{(13-2x)(3+5x) - 7}{2} \quad B$$

$$(7+y) + 25x^2 = 169$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 = 20$$

$$y^2 + 14y + 25x^2 - 20 = 0$$



$$144x^2 + 676 - 100x^2 = 169$$

$$44x^2 = 507$$

$294x^2 = 49$

$$\frac{576}{169} = 507$$