



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Пусть } a = k_1 \cdot 2^{x_1} \cdot 7^{y_1}, \quad b = k_2 \cdot 2^{x_2} \cdot 7^{y_2}, \quad c = k_3 \cdot 2^{x_3} \cdot 7^{y_3},$$

$k_1, k_2, k_3 \not\equiv 2$ и $\not\equiv 7$. Тогда:

$$abc = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3} \geq 2^{x_1+x_2+x_3} \cdot 7^{y_1+y_2+y_3}$$

Теперь надо минимизировать $x_1+x_2+x_3$ и $y_1+y_2+y_3$. Из условия:

$$\begin{cases} x_1+x_2 \geq 14 \\ x_2+x_3 \geq 17 \\ x_3+x_1 \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1+y_2 \geq 10 \\ y_2+y_3 \geq 17 \\ y_3+y_1 \geq 37 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(x_1+x_2+x_3) \geq 14+17+20 = 51$$

$$\Rightarrow y_1+y_2+y_3 \geq y_3+y_1 \geq 37$$

$$x_1+x_2+x_3 \geq 25,5$$

Для $y_1=15, y_2=0,$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N} \Rightarrow x_1+x_2+x_3 \geq 26.$$

$$y_3=22:$$

Для $x_1=9, x_2=6, x_3=11:$

$$15+0 \geq 10$$

$$9+6 \geq 14$$

$$0+22 \geq 17$$

$$6+11 \geq 17$$

$$22+15 \geq 37$$

$$9+11 \geq 20$$

При этом сумма = 37

т.е. минимальна

При этом сумма = 26, т.е. минимальна.

$$\text{Ответ: } 2^{20} \cdot 7^{37}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d - kc) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, -8ab), \text{ т.к. } a^2 - 6ab + b^2 = (a+b)^2 - 8ab$$

$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d) \Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, 8ab) = m$$

Если $m = m' \cdot d_a$, где $a = d_a$ и $d_a \neq 1$, то $a+b : m' d_a \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : d_a \Rightarrow b : d_a \Rightarrow \text{НОД}(a, b) \geq d_a > 1. \text{ Противоречие.}$$

Аналогично, $m \neq m' \cdot d_b \Rightarrow (m, a) = 1$ и $(m, b) = 1$.

$$\Rightarrow m = (1; 2; 4; 8) \Rightarrow m \leq 8. \text{ Пример для } m = 8:$$

$$\frac{3+5}{3^2 - 6 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 - 90 + 25} = \frac{8}{-56} = \frac{1 \cdot 8}{-7 \cdot 8} = \frac{1}{-7}$$

Ответ: 8.

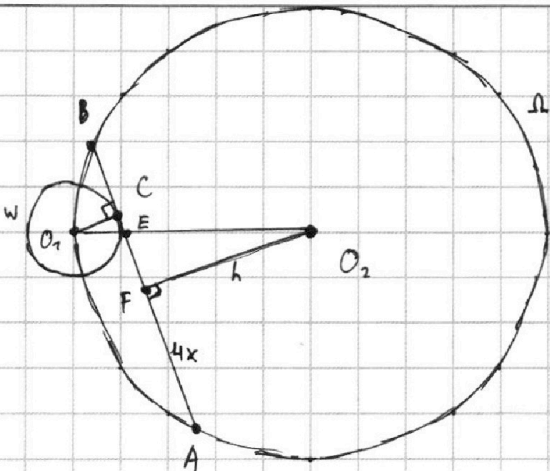
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр $\Omega - O_1$, центр $\Omega - O_2$; O_1O_2 пересекает AB в точке E . O_2F — перпендикуляр из точки O_2 на AB ; $O_2F = h$.

$BO_2 = AO_2 = 5 \Rightarrow \triangle BO_2A - \text{р./б.} \Rightarrow \Rightarrow BF = AF$.

Пусть $AB = 8x$, тогда $BC = x$, $CF = 3x$, $AF = 4x$.

$CF \perp O_1C$ и $CF \perp O_2F$, \Rightarrow по т. Пифагора $O_1O_2^2 = CF^2 + (O_1C + FO_2)^2$

$$5^2 = (3x)^2 + (h+1)^2$$

~~$$25 = 9x^2 + h^2 + 2h + 1$$~~

В $\triangle O_2FA$ по т. Пифагора $O_2F^2 + FA^2 = O_2A^2 \Rightarrow h^2 + (4x)^2 = 5^2$

~~$$h^2 + 16x^2 = 25$$~~

~~$$9h^2 + 16h^2 + 32h - 384 = 225$$~~

~~$$25h^2 + 32h - 609 = 0$$~~

~~$$h = \frac{1024 \pm \sqrt{60900}}{50} = 8,7924$$~~

$$\begin{cases} (3x)^2 + (h+1)^2 = 25 \\ (4x)^2 + h^2 = 25 \end{cases}$$

$$9x^2 + h^2 + 2h + 1 = 16x^2 + h^2$$

$$2h + 1 = 7x^2$$

$$h = \frac{7x^2 - 1}{2}$$

$$(4x)^2 + \left(\frac{7x^2 - 1}{2}\right)^2 = 25 \quad | \cdot 4$$

$$64x^2 + 49x^4 - 14x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(49x^2 + 99)(x^2 - 1) = 0$$

$$x_1 = -1 \quad \textcircled{\times} \quad x_2 = 1 \quad \textcircled{+}$$

$$AB = 8x = 8 \cdot 1 = 8$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} > 0$, т.к. $2x^2 + 2x + 1 > 0$.

Умножим обе части ^и уравнения на эту сумму:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}^2 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$-7x + 2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) \quad \text{Пусть } \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = a, \\ 2x^2 + 2x + 1 = b. \end{cases}$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

1. $2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 3,5$

2. $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

$$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$$

$$(a - b)^2 - 2(a + b) + 1 = 0$$

$$(-7x + 2)^2 - 2(4x^2 - 3x + 4) + 1 = 0$$

$$4x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

ОДЗ: $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)(2x - 3) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1,5 \\ x \leq 1 \end{cases}$

$$x_3 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} \stackrel{?}{<} 1$$

$$x_2 = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < x_3 < 1.$$

$$22 + 4\sqrt{61} \stackrel{?}{<} 82$$

$$4\sqrt{61} \stackrel{?}{<} 60$$

$$\sqrt{61} \stackrel{?}{<} 15$$

$$61 < 225 \quad (+)$$

Ответ: $\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82}$; $\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82}$; $\frac{7}{2}$.

~~976 : 2 = 488~~
~~488 : 2 = 244~~
~~244 : 2 = 122~~
~~122 : 2 = 61~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

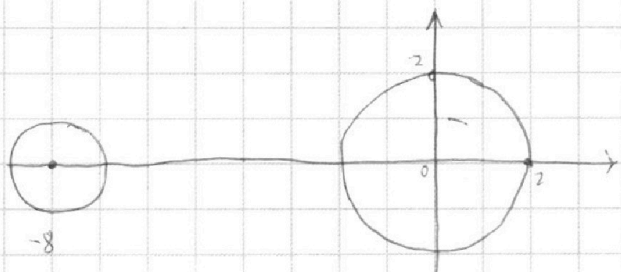
1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Построим графики множителей 2 уравнения:



Один из них ≥ 0 , другой

≤ 0 , \Rightarrow один ~~внутри~~ будет

защиткован внутри окр.,

другой — снаружи. Чтобы было только 2 корня,

график $y = ax + 10b$ должен быть общей касательной

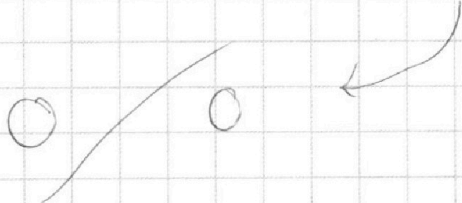
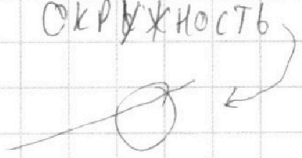
к окружностям, т.к. корни — это ~~объединение~~

пересечения 3-х графиков. Если касательная ^{прямая} пересечет

окружность, то будет бесконечно много корней,

Если не пересечет, то корней

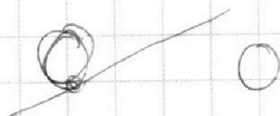
не будет.*



Осталось только посчитать ур-ния 4-х общих касательных, и записать 4 значения a . Увы, мне

не хватило времени.

*



только 1 корень

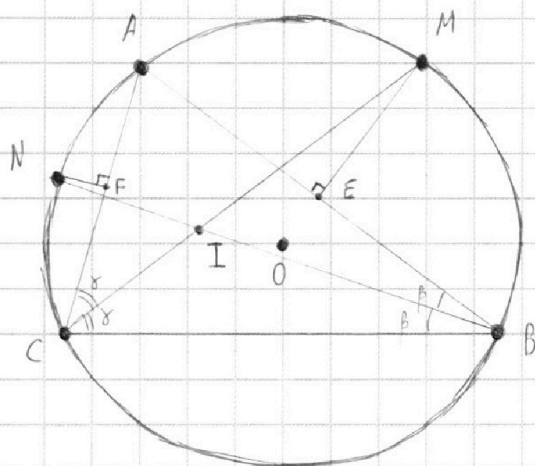
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

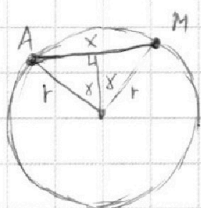


M и N — середины дуг, \Rightarrow
 CM — биссектриса $\angle ACB$ и
 BN — биссектриса $\angle ABC$.
 По усл., $ME = 4,5$ и $NF = 2$.

Пусть $AM = x$. Тогда из $\triangle AME$ $\sin \angle MAE = \frac{4,5}{x}$.

$\angle MAE = \frac{1}{2} \angle MB = \angle MCB = \gamma \Rightarrow \sin \gamma = \frac{4,5}{x}$.

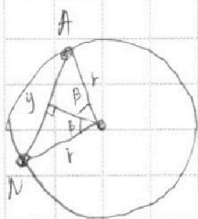
$\angle ACM = \frac{1}{2} \angle AM$, $\Rightarrow \angle AOM = 2 \angle ACM = 2\gamma$.



~~sin gamma~~ Из рисунка, $\sin \gamma = \frac{0,5x}{r} = \frac{x}{2r}$.

$$\frac{4,5}{x} = \frac{x}{2r} \Rightarrow x = 3\sqrt{r} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{1,5}{\sqrt{r}}$$

Для угла β : Пусть $AN = y$. Из $\triangle ANF$ $\sin \beta = \frac{2}{y}$.



Из рисунка, $\sin \beta = \frac{0,5y}{r} = \frac{y}{2r}$

$$\frac{2}{y} = \frac{y}{2r} \Rightarrow y = 2\sqrt{r} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

Осталось заметить равенство \triangle треугольников

$\triangle NAM$ и $\triangle NIM$: 1) $\angle ANM = \angle BNM$, т.к. $\angle AM = \angle MB$;

2) NM — общая; 3) $\angle AMN = \angle CMN$, т.к. $\angle AN = \angle NC$

Также они симметричны отн. NM , $\Rightarrow AI \perp NM$.

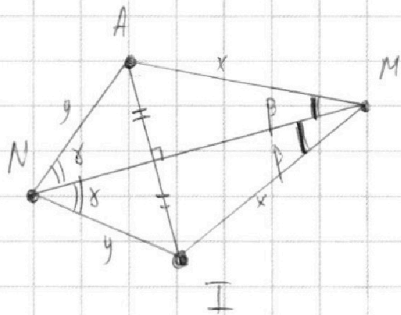
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AI = 2 \cdot x \cdot \sin \beta = 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 6.$$

Ответ: ~~Т.к. I =~~

Т.к. I — пересечение биссектрис, то

это центр вписанной окружности, а AI

и есть искомое расстояние.

Ответ: 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. второе уравнение — неравенство, то, подставив
в него $y = ax + 10b$, мы получим область значений x ,
т.е. их будет > 2 . Такого не случится, если неравен-
ство будет иметь вид $A^2 \leq 0$. Получается:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1 = x^2 + (ax+10b)^2 - 4$$

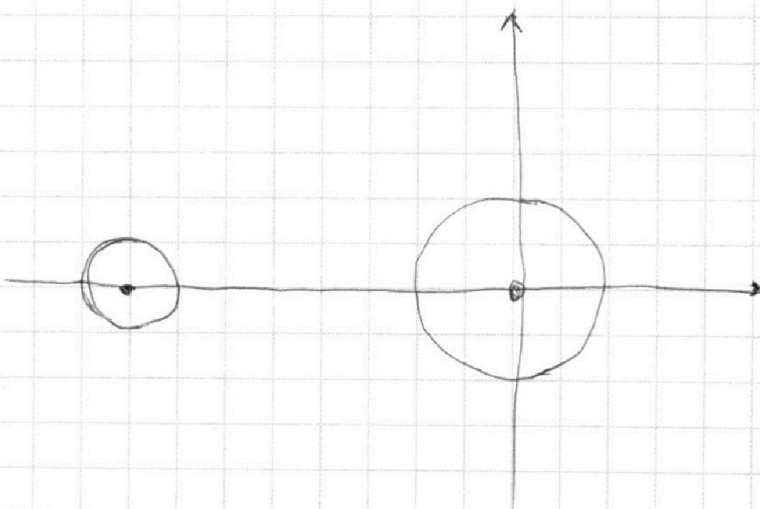
$$D_1 = 16(5ab+4)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) =$$

$$= 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(100a^2b^2 + 252b^2 + 63a^2 + 100b^2) =$$

$$= 640ab + 256 - 252 - 252a^2 - 400b^2 = -4(63a^2 - 1 + 100b^2)$$

$$D_2 = 400a^2b^2 - 16(a^2+1)(25b^2-1) = 400a^2b^2 - (400a^2b^2 + 25b^2 - 4a^2 - 16) =$$

$$= -4(-256a^2 + 400b^2 - 256) = 16(16a^2 + 16 - 25b^2)$$



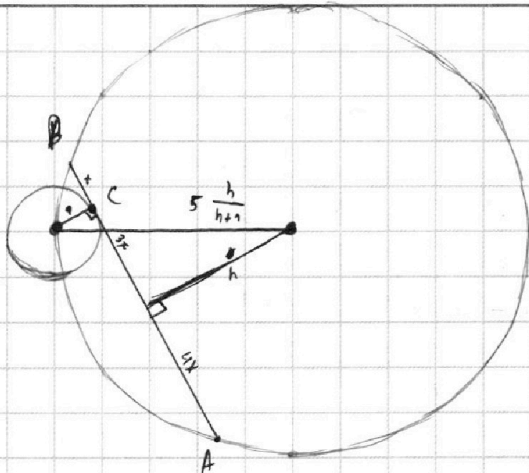
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha} =$$

$$= r \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 8x$$

~~2x + 5h~~

$$k + hk = 5$$

$$k = \frac{5}{h+1}$$

$\times \frac{24}{16}$
$\frac{144}{24}$
384

$(h+1)^2$

$$9x^2 + h^2 = 25 \frac{h^2}{h^2 + 2h + 1}$$

$$4x = \frac{4}{3} \sqrt{\left(5 \frac{h}{h+1}\right)^2 - h^2}$$

~~$$9x^2 h^2 + 18x^2 h + 9x^2 - 24h^2 = 0$$~~

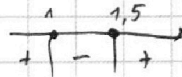
~~$$h^2 + \frac{16}{9} \left(\left(5 \frac{h}{h+1}\right)^2 - h^2 \right) = 25 \quad | \cdot (h+1)^2$$~~

~~$$9h^2(h^2 + 2h + 1) + 16(25h^2 - h^2(h^2 + 2h + 1)) = 225(h^2 + 2h + 1)$$~~

~~$$-7h^4 - 74h^3 - 7 + 175h^2$$~~

$$2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 0$$



$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots} - 1) = 0$$

1. $x = 3,5$

$$x_2 = \frac{-2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

2. $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$

~~$$\sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 3}{4}} - \sqrt{2x^2 + 1} = \frac{1}{2}$$~~

$$4x^2 - 3x + 4 - 1 = -2 \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots}$$

$$(4x^2 - 3x + 3) = -2 \sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$a + b = -2 \sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a - b)^2 = 0 \quad a = b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$2x + 4y = 12$$

$$4y = 12 - 2x$$

0	12
1	10
2	8
3	6
4	4
2	2
0	0

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16} \\ \underline{61} \end{array}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$$

$$(a-b)^2 - 2(a+b) + 1 = 0$$

$$(2-4x)^2 - 2(4x^2 - 3x + 4) + 1 = 0$$

$$(49x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 7x + 4) - 8x^2 + 6x - 8 + 1 = 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41$$

$$\begin{array}{r} \times 22 \\ \underline{22} \\ 44 \\ \underline{44} \\ 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 41 \\ \underline{41} \\ 82 \\ \underline{41} \\ 492 \\ \underline{484} \\ 976 \end{array}$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 0$$

~~$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} > 1,5$$~~

~~$$22 + 4\sqrt{61} > 123$$~~

~~$$4\sqrt{61} > 101$$~~

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$22 + 4\sqrt{61} < 82$$

$$4\sqrt{61} < 60$$

$$\sqrt{61} < 15 \oplus$$

202

$$z^5 = z^4 + z^2 \sqrt{4x}$$

$$z^5 = z^2(1+z^2) + z^2(3x) + z^2$$

$$0 = (1-2x)66 + (1-2x) \cdot 2x6h$$

$$0 = 66 - 2x66 + 2x6h - x6h$$

$$0 = 66 - x65 + x6h$$

$$\begin{array}{r} 61924 \overline{) 2} \\ \underline{2} \\ 30962 \\ \underline{2} \\ 15481 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61924 \overline{) 24} \\ \underline{4} \\ 61924 \\ \underline{24} \\ 4824 \\ \underline{4824} \\ 0 \end{array}$$

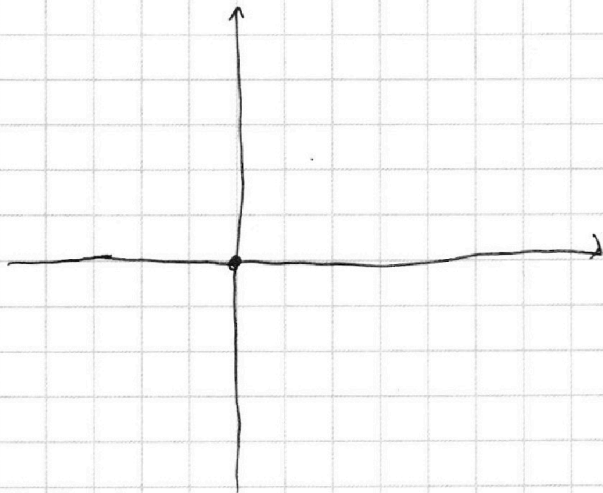
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

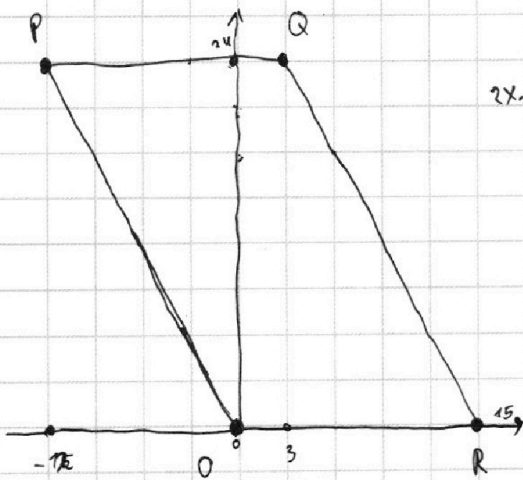
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = ax + 10b$$

$$2 \Delta x + \Delta y = 12$$



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = y_1 + 12 + 2(x_2 - x_1)$$

$$x_2 \geq x_1$$

$\Delta x = 0$	18
$\Delta x = 1$	12
$\Delta x = 2$	8
$\Delta x = 3$	8
$\Delta x = 4$	

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

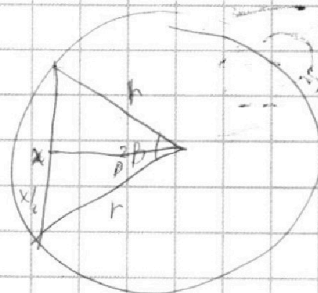
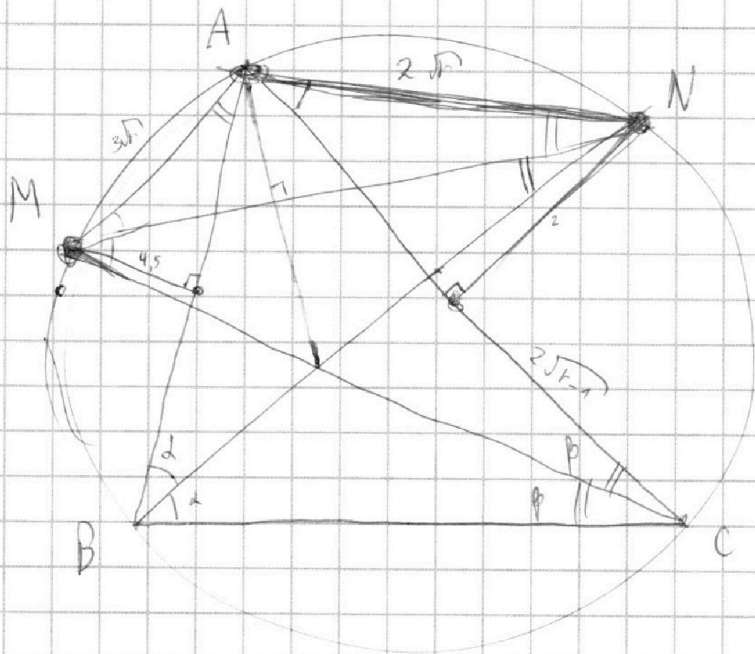
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a+b$ $8ab$ $(a;b) = 1$



$\Leftrightarrow \sin \beta = \frac{4.5}{x}$

$x = \frac{4.5}{\sin \beta}$

$\sin \beta = \frac{x}{2r}$

$\frac{x}{2r} = \frac{4.5}{x}$

$x^2 = 9r$

$\sin \alpha = \frac{2}{y}$

$x = 3\sqrt{r}$

$\sin \alpha = \frac{4}{2r}$

$\frac{2}{y} = \frac{4}{2r}$

$y^2 = 4r$

$y = 2\sqrt{r}$

$3\sqrt{r} \cdot \sin \alpha = 3$

⑥

$\sin \beta = \frac{4.5}{\frac{4.5}{\sqrt{r}}} = \frac{1.5}{\sqrt{r}}$

$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{r}}$

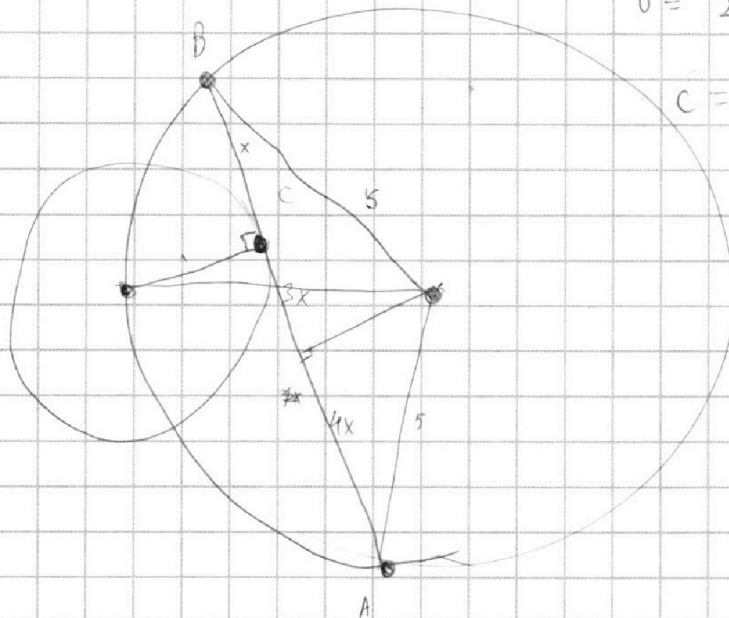
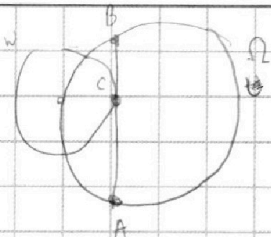
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^9 \cdot 7^{15}$$

$$b = 2^6 \cdot 7^0$$

$$c = 2^{11} \cdot 7^{22}$$

$$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$bc = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$a = 2^{x_1} \cdot 7^{y_1} \cdot k_1$$

$$b = 2^{x_2} \cdot 7^{y_2} \cdot k_2$$

$$c = 2^{x_3} \cdot 7^{y_3} \cdot k_3$$

$$k_1 \cdot k_2 \cdot 2^{x_1+x_2} \cdot 7^{y_1+y_2} = 2^{14} \cdot 7^{10}$$

$$k_2 \cdot k_3 \cdot 2^{x_2+x_3} \cdot 7^{y_2+y_3} = 2^{17} \cdot 7^{17}$$

$$k_1 \cdot k_3 \cdot 2^{x_1+x_3} \cdot 7^{y_1+y_3} = 2^{20} \cdot 7^{37}$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$26 - x_1 \geq 17$$

$$26 - x_2 \geq 20$$

$$x_1 \leq 9$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 \geq 14$$

$$x_2 + x_3 \geq 17$$

$$x_1 + x_3 \geq 20$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 26$$

$$y_1 + y_2 \geq 10$$

$$y_2 + y_3 \geq 17$$

$$y_1 + y_3 \geq 37$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 37$$

$$9 + 6 \geq 14$$

$$6 + 11 \geq 17$$

$$9 + 11 \geq 20$$

$$4x^2 - 3x + 4 = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$-45x^2 + 25x = 2\sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$y_1 + y_2 \geq 10$$

$$32 - y_1 \geq 17$$

$$32 - y_2 \geq 37$$

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ y = ax + 10b \end{cases}$$

$$(x+8)^2 + y^2 - 1 \cdot (x^2 + y^2 - 4) \leq 0$$

$$\frac{(x+8)^2 + y^2 - 1}{x^2 + y^2 - 4} = \frac{(x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1)}{(x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1)} \leq 0$$

$$\frac{(x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1)}{(x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 - 1)} \leq 0$$

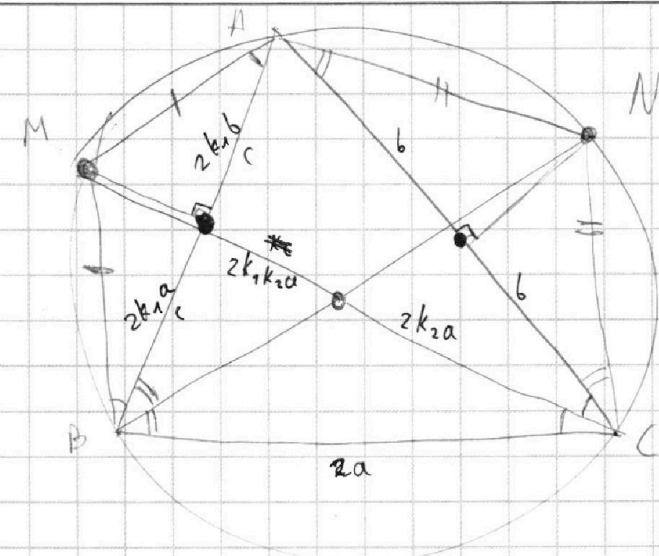
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

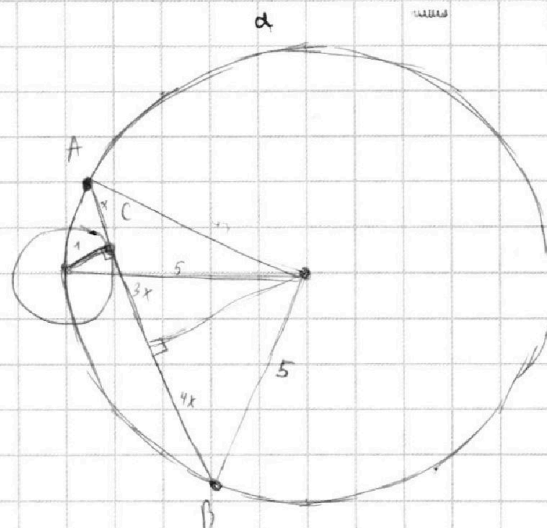
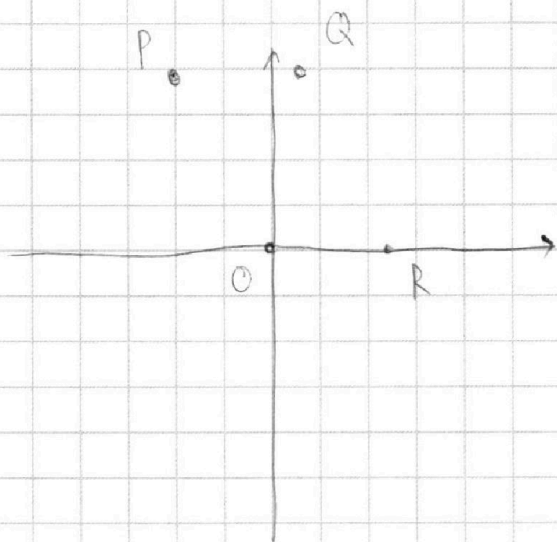
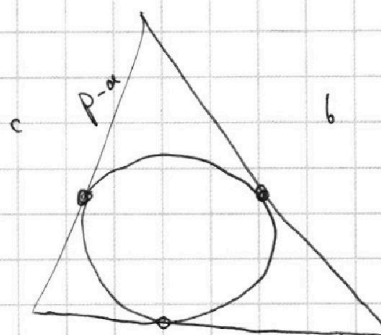


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ME = 4,5$$

$$NF = 2$$



$$A(x_1; y_1)$$

$$2(x_2 - x_1) + |y_2 - y_1| = 12$$

$$B(x_2; y_2)$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$

$$y_2 = 12 + 2x_1 - 2x_2 + y_1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$- \frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\text{НОД}(x, y) = \text{НОД}(x, y+kx)$$

$$\frac{x+b}{x \cdot b}$$

$$a+b$$

$$8ab$$

$$+34 - 90 = 56$$