



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } a = k_1 \cdot 2^{x_1} \cdot 7^{y_1}, \quad b = k_2 \cdot 2^{x_2} \cdot 7^{y_2}, \quad c = k_3 \cdot 2^{x_3} \cdot 7^{y_3},$$

$k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{Z}$  и  $\neq 0$ . Тогда:

$$abc = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{x_1 + x_2 + x_3} \cdot 7^{y_1 + y_2 + y_3} \geq 2^{x_1 + x_2 + x_3} \cdot 7^{y_1 + y_2 + y_3}$$

Теперь надо минимизировать  $x_1 + x_2 + x_3$  и  $y_1 + y_2 + y_3$ . Их условия:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 14 \\ x_2 + x_3 \geq 17 \end{cases}$$

$$x_3 + x_1 \geq 20$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \geq 10 \\ y_2 + y_3 \geq 17 \end{cases}$$

$$y_3 + y_1 \geq 37$$

$$\Rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3) \geq 14 + 17 + 20 = 51$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq y_3 + y_1 \geq 37$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 25,5$$

$$\text{Для } y_1 = 15, y_2 = 0,$$

$$x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{N} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 26.$$

$$y_3 = 22 :$$

$$\text{При } x_1 = 9, x_2 = 6, x_3 = 11:$$

$$15 + 0 \geq 10$$

$$9 + 6 \geq 15$$

$$0 + 22 \geq 17$$

$$6 + 11 \geq 17$$

$$22 + 15 \geq 37$$

$$9 + 11 \geq 20$$

При этом сумма = 37  
т.е. минимальна

При этом сумма = 26, т.е. минимальна.

Ответ:  $2^{20} \cdot 7^{37}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{НОД}(c, d) = \text{НОД}(c, d - kc) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{НОД}(a+b, a^2 - 6ab + b^2) = \text{НОД}(a+b, -8ab), \text{ т.к. } a^2 - 6ab + b^2 = \\ = (a+b)^2 - 8ab$$

$$\text{НОД}(c, -d) = \text{НОД}(c, d) \Rightarrow \text{НОД}(a+b, -8ab) = \text{НОД}(a+b, 8ab) = m$$

Если  $m = m' \cdot d_a$ , где  $d_a = d_a$  и  $d_a \neq 1$ , то  $a+b : m' d_a \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b : d_a \Rightarrow b : d_a \Rightarrow \text{НОД}(a, b) \geq d_a > 1. \text{ Противоречие.}$$

Аналогично,  $m \neq m' \cdot d_b$ .  $\Rightarrow (m, a) = 1$  и  $(m, b) = 1$ .

$$\Rightarrow m = (1; 2; 4; 8) \Rightarrow m \leq 8. \text{ Пример } d \mid 9, m = 8:$$

$$\frac{3+5}{3^2 - 6 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2} = \frac{8}{9 - 90 + 25} = \frac{8}{-56} = \frac{1 \cdot 8}{-7 \cdot 8} = \frac{1}{-7}.$$

Ответ: 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

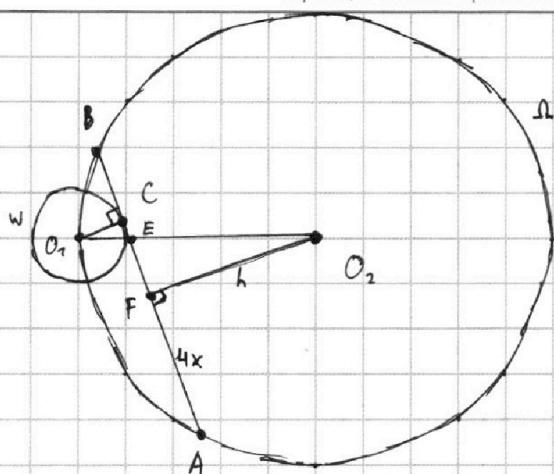
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть центр  $W = O_1$ , центр  $\Omega = O_2$ ;  $O_1O_2$  пересекает  $AB$  в точке  $E$ .  $O_2F \perp AB$ ;  $O_2F = h$ .  
 $BO_2 = AO_2 = 5 \Rightarrow \triangle BO_2A - p. / d. \Rightarrow$   
 $\Rightarrow BF = AF$ .

Пусть  $AB = 8x$ , тогда  $BC = x$ ,  $CF = 3x$ ,  $AF = 4x$ .

$$CF \perp O_1C \text{ и } CF \perp O_2F, \Rightarrow \text{по т. Пифагора } O_1O_2^2 = CF^2 + (O_1C + FO_2)^2$$

$$5^2 = (3x)^2 + (h+1)^2$$

~~$$25 = 9x^2 + h^2 + 2h + 1$$~~

$$\text{По т. Пифагора } O_2F^2 + FA^2 = O_2A^2 \Rightarrow h^2 + (4x)^2 = 5^2$$

~~$$h^2 + 16x^2 = 25$$~~

~~$$h^2 + 16x^2 + 32x = 25$$~~

$$\begin{cases} (3x)^2 + (h+1)^2 = 25 \\ (4x)^2 + h^2 = 25 \end{cases}$$

~~$$25x^2 + 32x + 1 = 25$$~~

$$9x^2 + h^2 + 2h + 1 = 16x^2 + h^2$$

~~$$10x^2 + 2h + 1 = 0$$~~

$$2h + 1 = 7x^2$$

$$h = \frac{7x^2 - 1}{2}$$

$$(4x)^2 + \left(\frac{7x^2 - 1}{2}\right)^2 = 25 \quad | \cdot 4$$

$$AB = 8x = 8 \cdot 1 = 8.$$

$$64x^2 + 49x^4 - 14x^2 + 1 = 100$$

$$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$$

$$(49x^2 + 99)(x^2 - 1) = 0$$

Ответ: 8.

$$x_1 = -1 \quad \textcircled{X} \quad x_2 = 1 \quad \textcircled{+}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

Заметим, что  $\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} > 0$ , т.к.  $2x^2 + 2x + 1 > 0$ .

Домножим обе части уравнения на эту сумму:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}^2 - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}^2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1})$$

$$-7x + 2 = (2 - 7x)(\sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1}) \quad \text{Пусть } 2x^2 - 5x + 3 = a, \\ 2x^2 + 2x + 1 = b.$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$1. \quad 2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 3,5$$

$$2. \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 1$$

$$a + b - 1 = -2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a - 2b = 4ab$$

$$(a - b)^2 - 2(a + b) + 1 = 0$$

$$(-7x + 2)^2 - 2(4x^2 - 3x + 4) + 1 = 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 484 + 492 = 976 = (4\sqrt{61})^2$$

$$x = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82}$$

$$\begin{array}{r} 976 \mid 2 \\ 488 \mid 2 \\ 244 \mid 2 \\ 122 \mid 2 \\ 61 \end{array}$$

$$Од3: \quad 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(2x-3) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1,5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$x_3 = \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$x_2 = \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < x_3 < 1.$$

$$22 + 4\sqrt{61} ? < 82$$

$$ОТВЕТ: \quad \frac{22 - 4\sqrt{61}}{82}; \quad \frac{22 + 4\sqrt{61}}{82}; \quad \frac{7}{2}.$$

$$4\sqrt{61} ? < 60$$

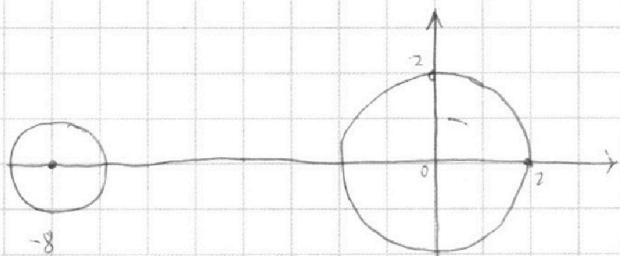
$$\sqrt{61} ? < 15$$

$$61 < 225 \quad \oplus$$

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Построим графики множителей уравнения:



Один из них  $\geq 0$ , другой

$\leq 0$ ,  $\Rightarrow$  один график будет

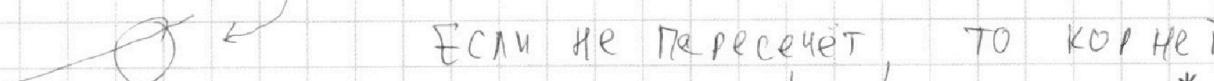
заштрихован внутри окружности,

другой — снаружи. Чтобы было только 2 корня,

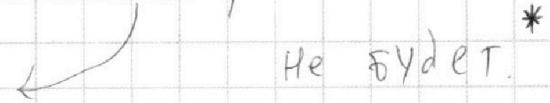
график  $y = ax + 10b$  должен быть общей касательной к окружностям, т.к. корни — это ~~изолиния~~

пересечение 3-х графиков. Если ~~касательная~~ пересечёт прямая

окружность, то будет бесконечно много корней,



Если не пересечёт, то корней не будет.

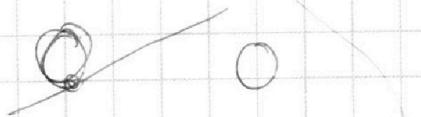


\* Не будет.

Осталось только посчитать ур-ния 4-х общих касательных, и заполнить ч значения а. Увы, мне

не хватило времени.

\*



только 1 корень

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

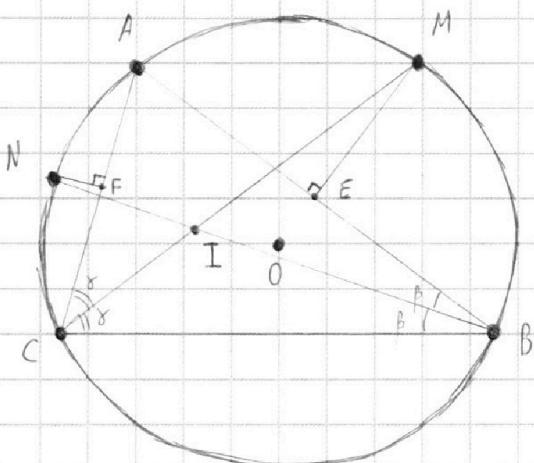
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

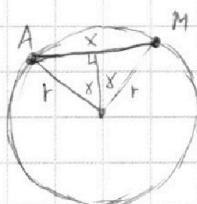


$M \text{ и } N - \text{ середины дуг }, \Rightarrow$   
 $CM - \text{ биссектриса } \angle ACB \text{ и}$   
 $BN - \text{ биссектриса } \angle ABC.$   
По усл.,  $ME = 4,5$  и  $NF = 2.$

Пусть  $AM = x$ . Тогда из  $\triangle AEM$   $\sin \angle MAE = \frac{4,5}{x}$ .

$\angle MAE = \frac{1}{2} \angle MAB = \angle MCB = 8 \Rightarrow \sin 8 = \frac{4,5}{x}$ .

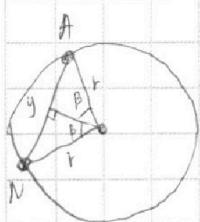
$\angle ACM = \frac{1}{2} \angle AAM, \Rightarrow \angle AOM = 2 \angle ACM = 2x$ .



~~из рисунка~~,  $\sin 8 = \frac{0,5x}{r} = \frac{x}{2r}$ .

$$\frac{4,5}{x} = \frac{x}{2r} \Rightarrow x = 3\sqrt{r} \Rightarrow \sin 8 = \frac{1,5}{\sqrt{r}}$$

Для угла  $\beta$ : Пусть  $AN = y$ . Из  $\triangle ANF$   $\sin \beta = \frac{2}{y}$ .



Из рисунка,  $\sin \beta = \frac{0,5y}{r} = \frac{y}{2r}$

$$\frac{2}{y} = \frac{y}{2r} \Rightarrow y = 2\sqrt{r} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

осталось заметить равенство треугольников

$NAM \cong NIM$ : 1)  $\angle ANM = \angle BNM$ , т.к.  $\angle AAM = \angle MAB$ ;

2)  $NM - \text{ общая}; 3) \angle AMN = \angle CMN$ , т.к.  $\angle AN = \angle NC$

Также они симметричны относительно  $NM$ ,  $\Rightarrow AI \perp NM$ .

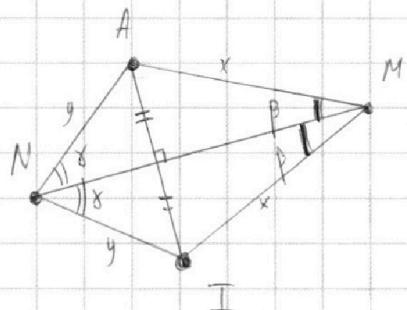
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AI = 2 \cdot x \cdot \sin p = 2 \cdot 3\sqrt{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}} = 6.$$

~~Ответ:~~ ~~T.K.I -~~

T.k. I — пересечение биссектрис, то

это ЦЕНТР ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ, а AI  
и есть ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ.

~~Ответ:~~ 6.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

**МФТИ**

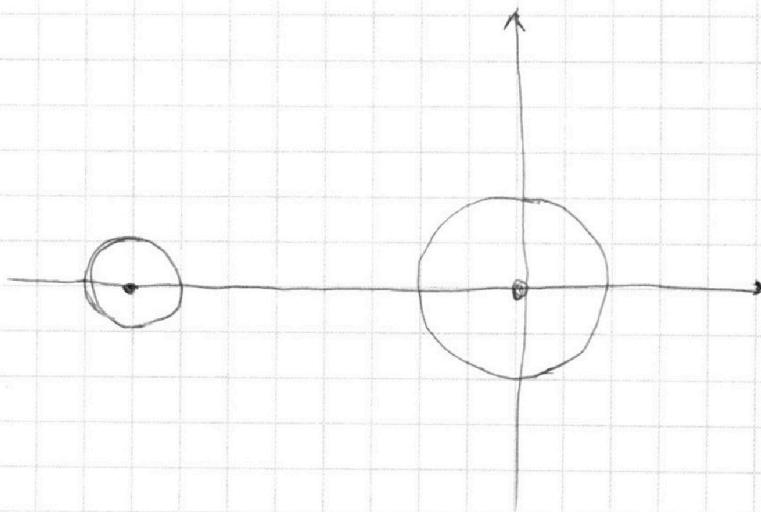
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. ВТОРОЕ УРАВНЕНИЕ – НЕРАВЕНСТВО, ТО, ПОСТАВИВ  
В НЕГО  $y = ax + 10b$ , МЫ ПОЛУЧИМ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ  $x$ ,  
т.е. ИХ БУДЕТ  $> 2$ . Такого не случится, если неравен-  
ство будет иметь вид  $A^2 < 0$ . Получается:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 - 1 = x^2 + (ax+10b)^2 - 4$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 16(5ab+4)^2 - 4(a^2+1)(100b^2+63) = \\ &= 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 4(100a^2b^2 + \cancel{256} + 63a^2 + 100b^2) = \\ &= 640ab + 256 - 252 - 252a^2 - 400b^2 = -4(63a^2 - 1 + 100b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= 400a^2b^2 - 16(a^2+1)(25b^2-1) = 400a^2b^2 - (400a^2b^2 + \cancel{256} - 400b^2 + 16a^2 - 16) \\ &= \cancel{400a^2b^2} - 4(-256a^2 + 400b^2 - 256) = 16(16a^2 + 16 - 25b^2) \end{aligned}$$



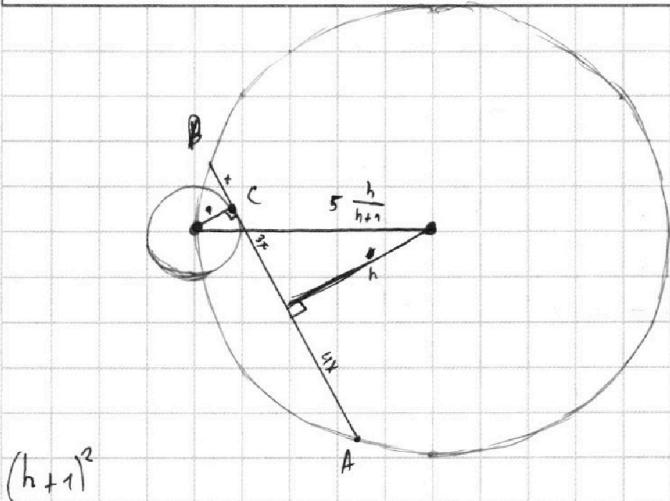
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos \alpha} = \\ = r \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 8x$$

$$2xh = 5h \\ x = \frac{5}{h+1} \\ k + hk = 5 \\ k = \frac{5}{h+1} \\ \frac{24}{16} \\ \frac{74}{24} \\ \frac{4}{3} \\ \frac{384}{24}$$

$$(h+1)^2 = h^2 + 25$$

$$4x = \frac{4}{3} \sqrt{\left(\frac{5}{h+1}\right)^2 - h^2}$$

$$9x^2 + h^2 = 25$$

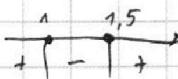
$$\frac{h^2 + 25}{h^2 + 2h + 1} = \frac{h^2}{h^2 + 2h + 1}$$

$$9h^2(h^2 + 2h + 1) + 16(25h^2 - h^2(h^2 + 2h + 1)) = 925(h^2 + 2h + 1)$$

$$-7h^4 - 74h^3 - 7 + 175h^2$$

$$x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = (2x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$2x^2 + 2x + 1 > 0$$



$$2x^2 - 5x + 3 - 2x^2 - 2x - 1 = (2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})$$

$$(2 - 7x)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots} - 1) = 0$$

$$1. x = 3/5$$

$$x_2 = \frac{-2}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

$$2. \sqrt{2x^2 - 5x + 3} + \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 1$$

$$2\sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 1$$

$$4x^2 - 3x + 4 - 1 = -2 \sqrt{\dots} \cdot \sqrt{\dots}$$

$$(4x^2 - 3x + 3) = 2 \sqrt{(2x^2 - 5x + 3)(2x^2 + 2x + 1)}$$

$$a+b = -2 \sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$(a-b)^2 = 0 \quad a = b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1      2      3      4      5      6      7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2\Delta x + \Delta y = 12$$

$$\Delta x - \Delta y = 12 - 2\Delta x$$

$$0 \quad 12$$

$$1 \quad 10$$

$$2 \quad 8$$

$$3 \quad 6$$

$$4$$

$$2$$

$$0$$

$$976 \overline{)16}$$

$$\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = 1$$

$$\alpha + \beta - 1 = -2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 1 + 2\alpha\beta - 2\alpha - 2\beta = 4\alpha\beta$$

$$(\alpha - \beta)^2 - 2(\alpha\beta) + 1 = 0$$

$$(2 - 7x)^2 - 2(4x^2 - 3x + 1) + 1 = 0$$

$$(49x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 7x + 4) - 8x^2 + 6x - 8 + 1 = 0$$

$$41x^2 - 22x - 3 = 0$$

$$D = 22^2 + 4 \cdot 3 \cdot 41$$

$$\begin{array}{r} x^{22} \\ \underline{- 22} \\ 44 \\ \underline{- 44} \\ 82 \\ \underline{- 41} \\ 41 \\ \underline{- 41} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{22 - 4\sqrt{61}}{82} < 0$$

$$\cancel{\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} > 1,5}$$

$$\cancel{22 + 4\sqrt{61} > 123}$$

$$\cancel{4\sqrt{61} > 101}$$

$$\frac{22 + 4\sqrt{61}}{82} < 1$$

$$22 + 4\sqrt{61} < 82$$

$$4\sqrt{61} < 60$$

$$\sqrt{61} < 15 \quad \text{②}$$

х3

$$z = y_1 + y_2 (\lambda h)$$

$$z = (1+y_1) + (3x_1 + z_0)h$$

$$0 = (1-z_0)x_0h + (1-z_0)x_1h$$

$$0 = x_0h - x_1h + z_0h$$

$$0 = x_0h - 0.5h + z_0h$$

$$\begin{array}{r} 15481 \\ 30962 \\ \hline 619242 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15481 \\ 30962 \\ \hline 619242 \end{array}$$



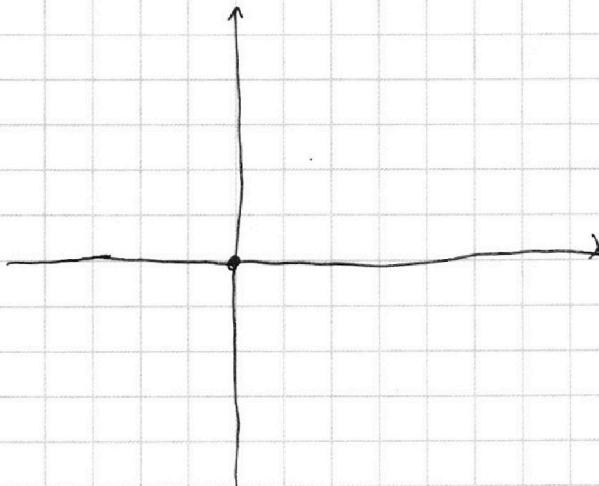
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

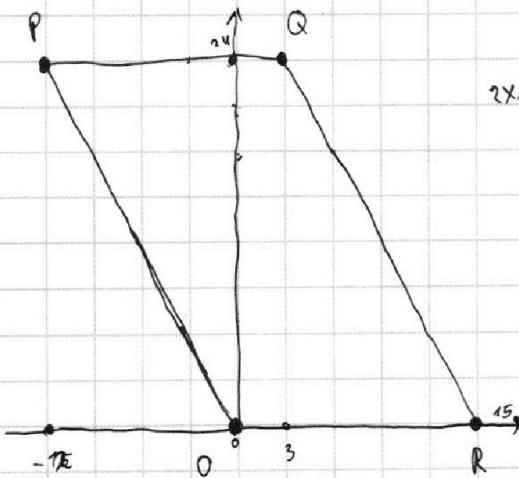
**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$y = ax + b$$

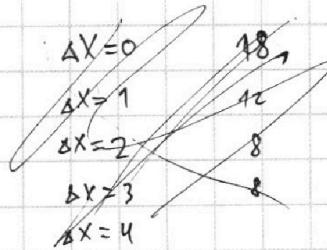
$$2 \Delta x + \Delta y = 12$$



$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$y_2 = y_1 + 12 + 2(x_2 - x_1)$$

$$x_2 \geq x_1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

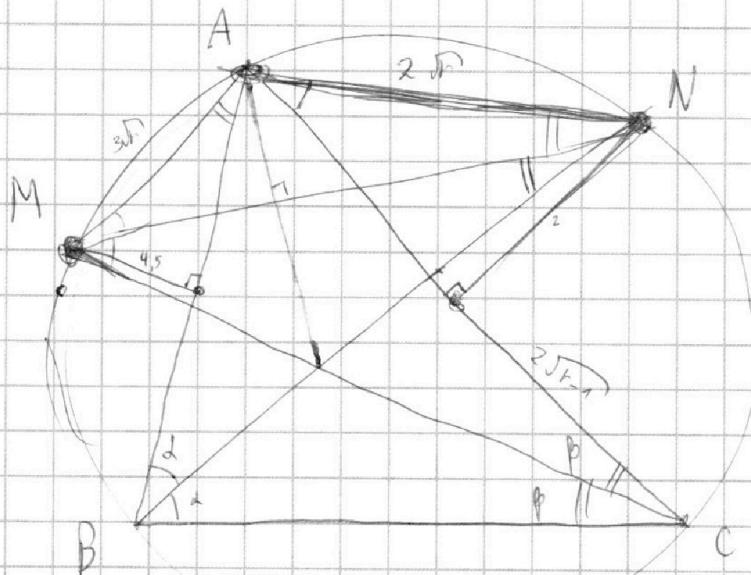
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b \quad 8ab \quad (a+b) = 1 \quad \text{решение}$$



$$\sin \beta = \frac{4.5}{x}$$

~~$$x = \frac{4.5}{\sin \beta}$$~~

$$\sin \beta = \frac{x}{2r}$$

$$\frac{x}{2r} = \frac{4.5}{x}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{y}$$

$$x^2 = 9r$$

$$x = 3\sqrt{r}$$

$$\sin \delta = \frac{4}{2r}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{4}{2r}$$

$$y^2 = 4r$$

$$y = 2\sqrt{r}$$

$$3\sqrt{r} \cdot \sin \alpha = 3$$

⑥

$$\sin \beta = \frac{4.5}{\cancel{3}\sqrt{r}} = \frac{1.5}{\sqrt{r}}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

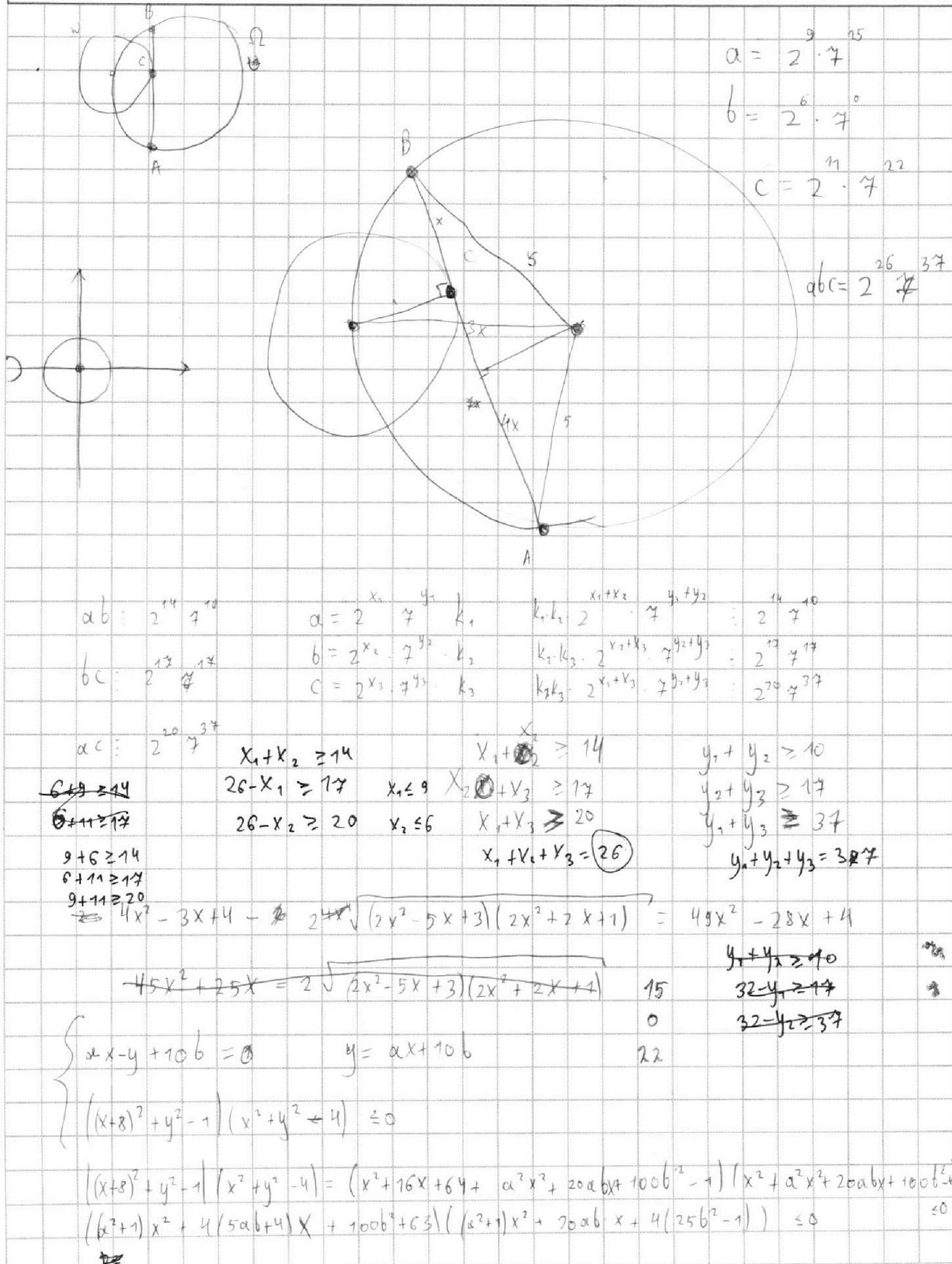
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



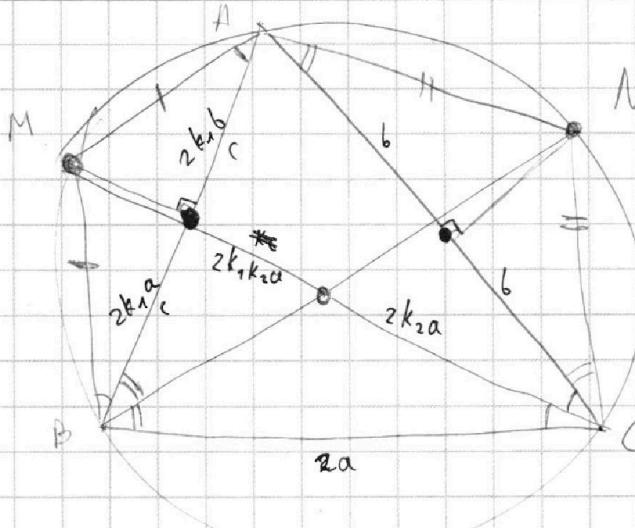
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

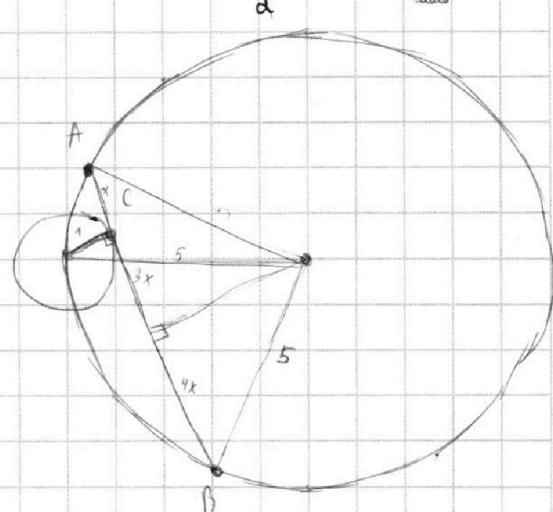
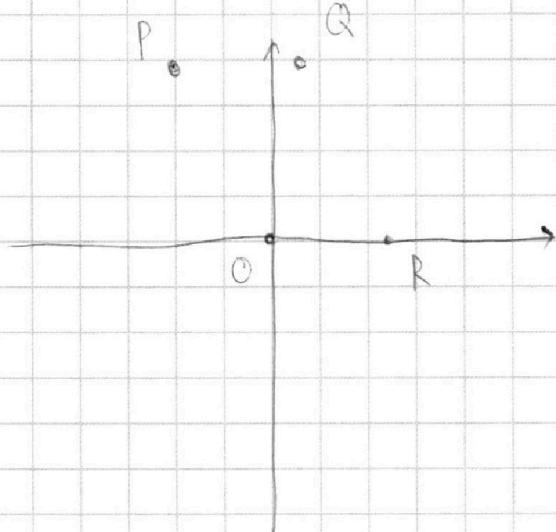
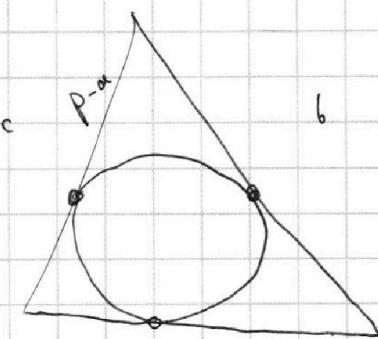
**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ME = 4,5$$

$$NF = 2$$



$$A(x_1; y_1)$$

$$2(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 12$$

$$B(x_2; y_2)$$

$$2x_2 + y_2 = 12 + 2x_1 + y_1$$

$$y_2 = 12 + 2x_1 - 2x_2 + y_1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\text{НОД}(x, y) = \text{НОД}(x, y/x)$$

$$\frac{a+b}{8ab}$$

$$+34 - 90 = 56$$