



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^8 3^{14} 5^{12}$ ,  $bc$  делится на  $2^{12} 3^{20} 5^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 5 : 2$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8xz} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{yz} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-16;80)$ ,  $Q(2;80)$  и  $R(18;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 100,  $SA = BC = 16$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot k, k \in \mathbb{N}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot n, n \in \mathbb{N}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39} \cdot q, q \in \mathbb{N}$$

м.к.  $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot k \cdot n \cdot q, \text{ т.е. справа}$$

~~$ab = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39} \cdot k, n, q$~~  все степенни  
у 2, 3, 5 должны

быть четными (т.е. среди  $k, n, q$  есть хотя бы одна  
тройка, пусть для минимума она одна и ~~и~~ она у  $n$ ),

при этом  $ac : 5^{39} \Rightarrow (abc)^2 : 5^{78}$ , значит ~~среди~~ у  
произведения  ~~$k \cdot n \cdot q$~~  есть  $5^{10}$  (пусть для минимума  
это равно  $5^{10}$ , а не  $5^{11}, 5^{12}, \dots$  и это  $n = 5^{10}$ ), ну

а больше ничего добавлять не будем (т.е.  $k, n, q \geq 5^{10} \cdot 3$ ,  
и приведем пример когда это так, потому что мы  
получим оценку на  $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ ):

$$b = 2^3 \cdot 3^7, a = 2^5 \cdot 5^{12} \cdot 3^7, c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27} \Rightarrow \text{натурально}$$

убедиться, что  $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$  и делимость

работает тоже  $\Rightarrow$  ответ:  $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \cdot 10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Leftrightarrow 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \pi - 2x;$$

вынес  $\frac{\pi}{2} - x = d \Leftrightarrow \pi - 2x = 2d$ , но  $\text{арг arcsin}(\sin d)$  от

$-\frac{\pi}{2}$  до  $\frac{\pi}{2}$ , но  $-5\pi \leq 10 \arcsin(\sin d) = 2d \leq 5\pi$ , значит

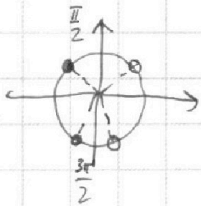
$$-2,5\pi \leq d \leq 2,5\pi$$

2) I. Если  $d \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ :

$$10 \arcsin(\sin d) = 10d, \text{ значит } 10d = 2d \Leftrightarrow d = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

II. Если  $d \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ :

$$10 \arcsin(\sin d) = 10(\pi - d), \text{ значит } 10\pi - 10d = 2d \Leftrightarrow d = \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3}$$

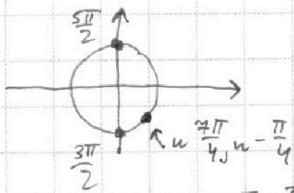


(м.к. аргументы в сумме дают  $\pi$ )

III. Если  $d \in (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ :

$$10 \arcsin(\sin d) = 10(d - 2\pi), \text{ значит } 10d - 20\pi = 2d \Leftrightarrow d = \frac{20\pi}{8} = \frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$$

$$x = -2\pi$$



(м.к. один аргумент преобразовывается кругом назад в нулевой)

IV. Если  $d \in [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$ :

$$10 \arcsin(\sin d) = 10(-\pi - d), \text{ значит } -10\pi - 10d = 2d \Leftrightarrow d = -\frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3}$$



(м.к. аргументы в сумме дают  $-\pi$ )

V. Если  $d \in [-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}]$ :

$$10 \arcsin(\sin d) = 10(d + 2\pi), \text{ значит } 10d + 20\pi = 2d \Leftrightarrow d = -\frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow x = 3\pi$$

аналогично III, только нужно сделать круг вперед

3) Все углы разобраны  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  Ответы:  $\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}; -2\pi; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$ .

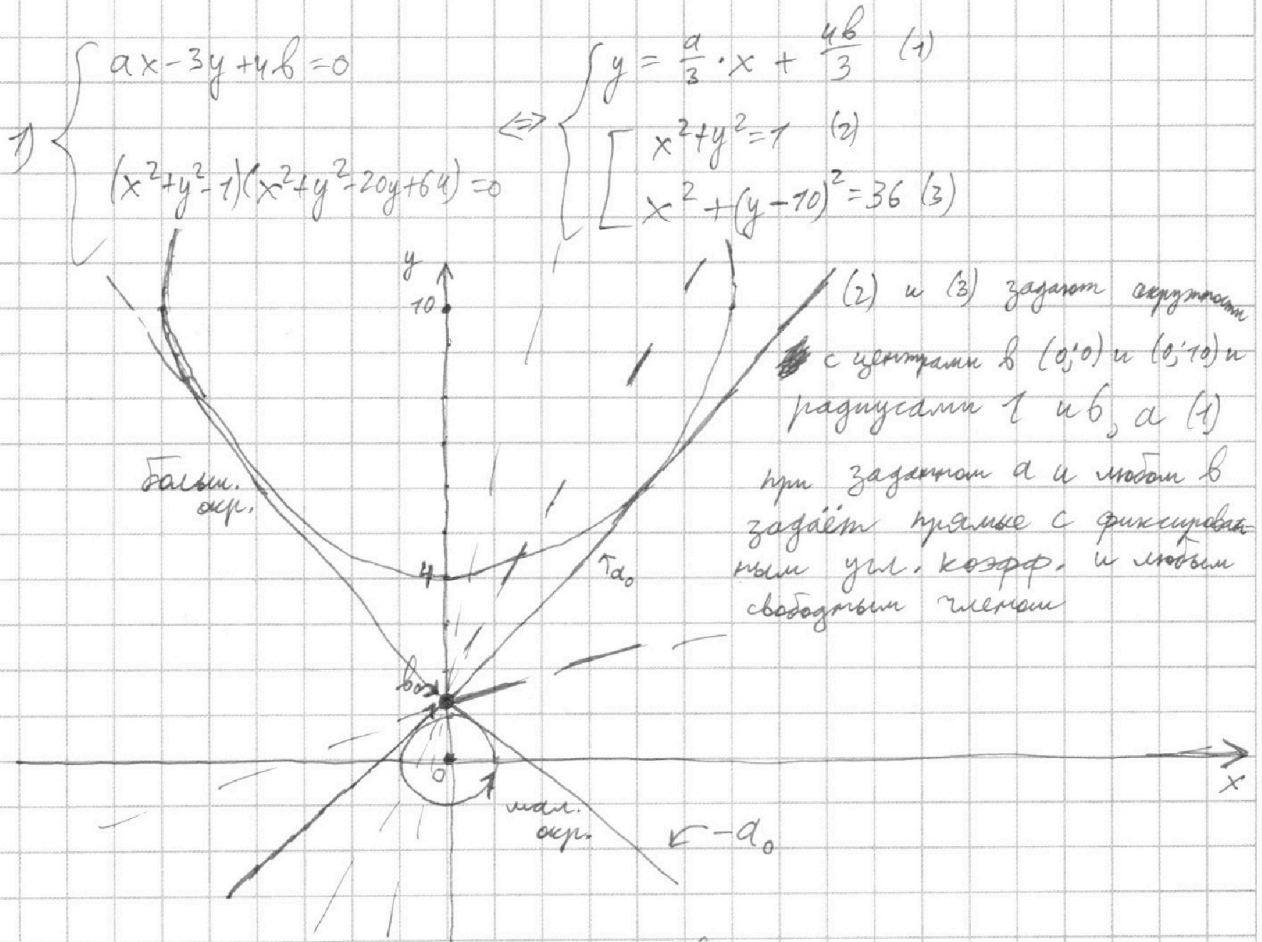
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МОФИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2) Тогда от нас требуется найти все такие угл. коэфф., что найдётся 4 пересечения с окружностью (хотя бы при каком-то свободном члене), т.е. мы должны два раза пересечь обе окружности

3) Рассмотрим  $a > 0$ : если  $a$  такое, как угол наклона общей внешней касательной, ~~то решений  $\leq 2$~~  при касании 2, при больших  $b$  чем  $b$  касания не пересекаем мал. окр., при меньших  $b$  не перес. больш. окр.) ~~пусть это  $d_0$~~ , если  $a < a_0$ , то тоже решений  $\leq 2$  (возьмём такое  $b$ , что и при касании  $(b_0)$ , и тогда при  $b > b_0$  не пересекаем мал. окр., при  $b < b_0$  не пересекаем больш. окр., а при  $b = b_0$  не пересекаем ничего), а если  $a > a_0$  то оставим  $b = b_0 \Rightarrow$  теперь получим 4 решения

4) Тогда осталось это  $a_0$  найти и сказать, что при  $a < 0$  всё аналогично (в силу симметрии картинка относ. ~~к  $x=0$~~ ) и там будут подходить  $a < -a_0$ !

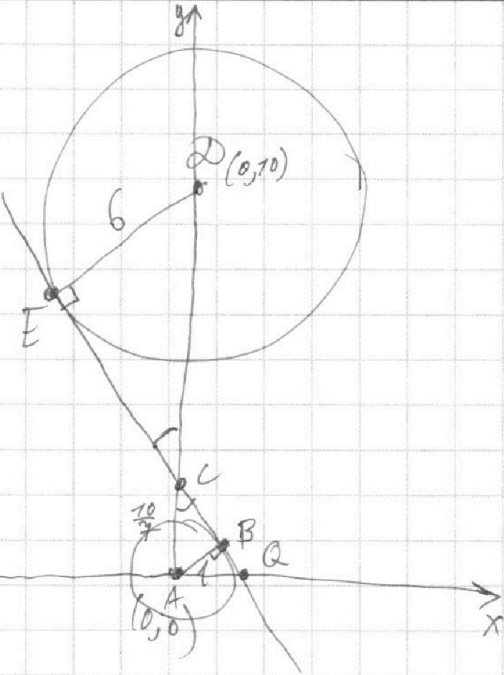
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



проведём радиусы в точку касания  
 $(DE \perp AB) \Rightarrow \angle DEC = \angle ABC = 90^\circ$  и  
 $\angle ACB = \angle DCE$  (как верт.)  $\Rightarrow \triangle DEC \sim \triangle ABC$   
 по двум углам  $\Rightarrow \frac{DC}{CA} = \frac{6}{7}$ , но  $DA = 10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow DC + AC = 10 \Leftrightarrow AC + 6AC = 10 \Leftrightarrow AC = \frac{10}{7}$$

по угловой коэфф. это  $-\frac{AC}{AQ}$ ,

однако т.к.  $\triangle ABC \sim \triangle QAC$  (по двум острым углам) в  $\triangle CAQ$ , где  $\angle CAQ = 90^\circ$ , то  $-\frac{AQ}{AC} = -\frac{AB}{CB}$ , то

$CB$  по т. Пифагора это  $\sqrt{\frac{100}{49} - \frac{49}{49}} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow$  угл. коэфф. это  $-\frac{CB}{AB}$

$$-\frac{CB}{AB} = -\frac{\sqrt{51}}{7}, \text{ т.е. } \frac{a}{3} = -\frac{\sqrt{51}}{7} \Leftrightarrow a = -\frac{3\sqrt{51}}{7}, \text{ но на}$$

самом деле мы сейчас имеем  $-a_0$ , т.к.

непараллельно я рассмотрела случай убывающей пря-

мой  $\Rightarrow$  Ответ:  $a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}) \cup (\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3 \end{cases}$$

III на ОДЗ

$$\log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3 \log_5(2x)} - 3$$

$$\log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{1-3}{3 \log_5 y} - 3 ; \text{ пусть } t = \log_5(2x) \neq 0 \text{ (м.к. } 2x \neq 1) \Rightarrow$$

$$\text{и } u = \log_5(y) \neq 0 \text{ (м.к. } y \neq 1)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ 2x \neq 1 \\ 8x^3 > 0 \\ 8x^3 \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y^3 > 0 \\ y^3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  найдем снова равносильный переход на ОДЗ:

$$\begin{cases} t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t \\ u^5 + 4 = -\frac{1-3}{3} u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t^5 + 9t - 13 = 0 \quad (1) \\ 3u^5 + 9u + 13 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(1) Если  $f(t) = 3t^5 + 9t - 13$ , то  $f'(t) = 15t^4 + 9 > 0 \Rightarrow$  функция возрастает на всей области определения и ~~при~~  $t=1$   $f(t) < 0$ , а при ~~при~~  $t=2$   $f(t) > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  корни уравнения  $f(t) = 0$  между  $t=1$  и  $t=2$  и он единственный, м.к.  $f'(t) > 0$  (значит  $1 < t < 2$ )

(2) Аналогично если  $f(u) = 3u^5 + 9u + 13$ , то  $f'(u) = 15u^4 + 9 > 0$  и в  $u = -1$   $f(u) > 0$ , а в  $u = -2$   $f(u) < 0 \Rightarrow$  корни уравнения  $f(u) = 0$  между  $u = -1$  и  $u = -2$  и аналогично (1) он единственный (значит  $-2 < u < -1$ )

$$2) \Rightarrow 3t^5 + 9t + 3u^5 + 9u = 0 \Leftrightarrow t^5 + u^5 + 3(t+u) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (t+u)(t^4 - ut^3 + u^2t^2 - u^3t + u^4 + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} I \ t+u=0 \\ II \ t^4 - ut^3 + u^2t^2 - u^3t + u^4 + 3 = 0, \end{cases}$$

но II не выполняется, м.к. в левой части каждый слагаемое  $> 0$  (м.к.  $t > 0$ , а  $u < 0$ ), а  $t \neq -u \Leftrightarrow \log_5(2xy) = 0 \Leftrightarrow 2xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{2}$ , а раз это единственное положительное значение  $xy$  и оно только есть, м.к.  $x$  и  $y$  удовлетворяют исходным равенствам, то это и ответ. Ответ:  $\frac{1}{2}$ .

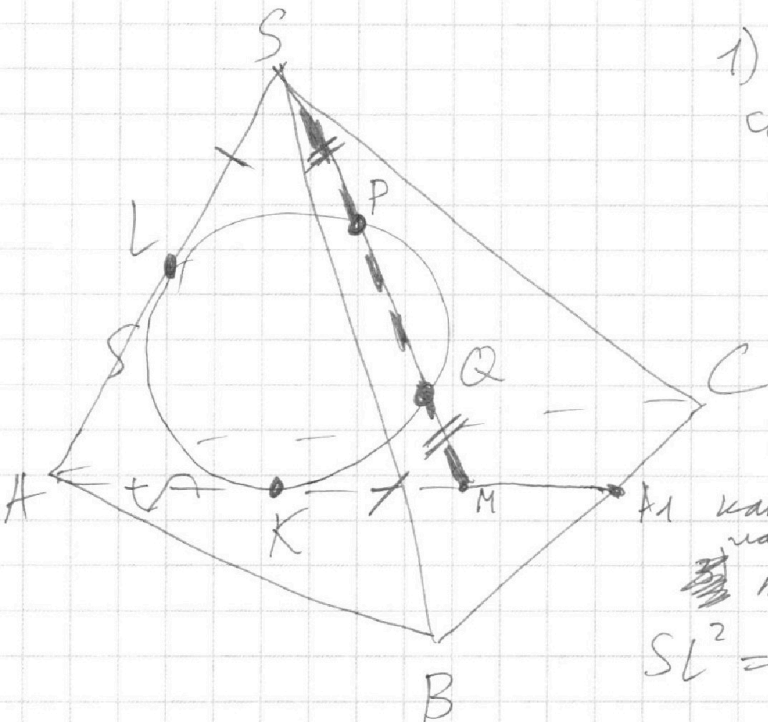
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Рассмотрим сечение  
сферы плоскостью  $AMS$ :  
получим окружность и  
точки  $L, K, P$  и  $Q$ , т.к.  
лучи  $AS, AM, SM \in ASM$

2)  $HL = AK$  как отрезки  
касательных (если сфера конту-  
ла, то в сечении окружность  
тоже касается),

$$SL^2 = SP \cdot SQ \text{ и } MK^2 = MQ \cdot MP,$$

но т.к.  $SL$  касат. и секущей, то  $SP = MQ$ , а  $SQ = MP$ ,  
(по углам)  
т.к. они состоят из равных отрезков  $\Rightarrow SL = MK \Rightarrow$

$\Rightarrow AS = AM = 76$ , но т.к.  $M$  - т. пересеч. медиан, то  $A_1M =$

$$\frac{AM}{2} = 8 \Rightarrow AA_1 = AM + A_1M = 24 \Rightarrow \text{знаем еще, что } BA_1 = A_1C = 8, \text{ т.к. } BC = 8$$

3)  $S_{ABC} = 2 \cdot S_{AA_1C}$  (т.к. медиана делит треугольник на два равновеликих) =

$$= 2 \cdot AA_1 \cdot A_1C \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \angle AA_1C \Rightarrow \sin \angle AA_1C = \frac{S_{ABC}}{AA_1 \cdot A_1C} = \frac{100}{24 \cdot 8} = \frac{50}{96} = \frac{25}{48}$$

4) Это формула для медианы;  $m^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$ , где  $a, b$  соседние стороны,

а  $c$  - сторона, на которую она опущена  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AA_1^2 \cdot BB_1^2 \cdot CC_1^2 = 24^2 \cdot \frac{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}{4} \cdot \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} \text{ (и заметим,}$$

что от перестановки  $BC$  и  $AC$  значение выражения  
не меняется, поэтому без ограничений общности

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

можно ~~считать~~ считать, что  $\angle AA_1C \geq \angle BA_1A$  (в этом случае, меняем буквы C и B местами и тогда число не меняется)  $\Rightarrow AC^2 = AA_1^2 + A_1C^2 - 2AA_1 \cdot A_1C \cdot \cos \angle AA_1C$  и

$$AB^2 = AA_1^2 + BA_1^2 - 2AA_1 \cdot BA_1 \cdot \cos \angle BA_1A \text{ (по т. косинусов)}$$

но с допущением на угол  $\angle AA_1C$  тогда  $\cos \angle AA_1C =$

$$-\sqrt{1 - \frac{25^2}{48^2}} = -\frac{1}{48} \sqrt{23 \cdot 73} \text{ и } \cos \angle AA_1B = \frac{1}{48} \sqrt{23 \cdot 73} \Rightarrow$$

$$BB_1^2 = \frac{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}{4} = \frac{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AC^2}{4} = \left( 24^2 + \frac{3BC^2 - 3AC^2}{4} \right)$$

квант, негранде

$$CC_1^2 = \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} = \frac{2AC^2 + 2AB^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AB^2}{4} = \left( 24^2 + \frac{3BC^2 - 3AB^2}{4} \right)$$

AA<sub>1</sub>

т.е.  $BB_1^2 = \left( 24^2 + 192 - \frac{3}{4}AA_1^2 - \frac{3}{4}A_1C^2 + 6\sqrt{23 \cdot 73} \right)$ , а

$$CC_1^2 = \left( 24^2 + 192 - \frac{3}{4}AA_1^2 - \frac{3}{4}BA_1^2 + 6\sqrt{23 \cdot 73} \right)$$
, т.е.

$$BB_1^2 = (144 + 192 - 48 + 6\sqrt{23 \cdot 73}) = (288 + 6\sqrt{23 \cdot 73})$$
, а  $CC_1^2 =$

$$= (288 - 6\sqrt{23 \cdot 73}) \Rightarrow BB_1^2 \cdot CC_1^2 = 288^2 - 36 \cdot 23 \cdot 73 =$$

$$= 36 \cdot (50^2 - 23 \cdot 73) = 36 \cdot (50^2 - 14^2 - 48^2 - 25^2) =$$

$$= 36 \cdot ((50-48)(50+48) + (25-14)(25+14)) = 36 \cdot (492 + 429) = 36 \cdot 969 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \sqrt{24^2 \cdot 36 \cdot 969} = 24 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \sqrt{69} = 432 \sqrt{69}$$

ответ  $\nearrow$





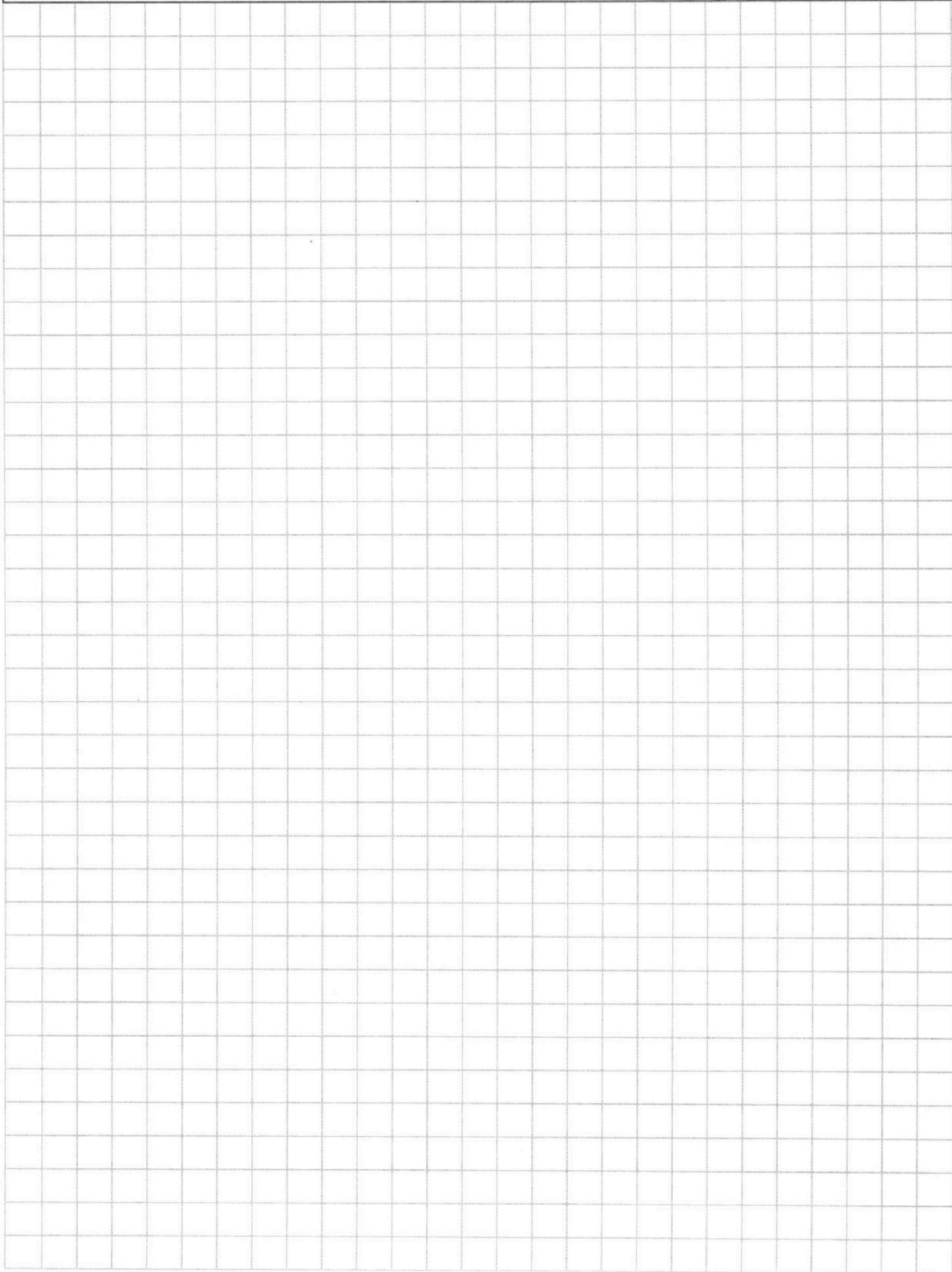
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot k, k \in \mathbb{N}$   
 $bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14} \cdot n, n \in \mathbb{N}$   
 $ac = 2^{14} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39} \cdot q, q \in \mathbb{N}$   
 $(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot knq, k=3, n=7, q=7$

$29, 24, 20$   
 $10 \arcsin(\sin \alpha) = \frac{\pi}{2} L$   
 $L = \arcsin(\cos \alpha)$   
 $3u^5 + 9u + 13 = 0$   
 $t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t$   
 $\sin \alpha = \cos x$   
 $-\pi \leq \alpha \leq \pi$   
 $-2,5\pi \leq \alpha < 2,5\pi$   
 $625 = 5^4$   
 $8x^3 = (2x)^3$

$abc = 2^{17} \cdot 3^{34} \cdot 5^{51}$   
 $a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}$   
 $b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^7$   
 $c = 2^9 \cdot 3^{18} \cdot 5^{27}$

$3t^5 + 9t - 13 = 0$   
 $-\frac{\pi}{2} < \arcsin \alpha < \frac{\pi}{2}$   
 $y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$   
 $\alpha = 3$   
 $b = 3^7$   
 $c = 3^{13}$

$x^2 + y^2 = 1$   
 $x^2 + (y-10)^2 = 36$   
 $\tan \alpha = a$   
 $5\Delta x + \Delta y = 45$   
 $\Delta y = 45 - 5\Delta x$

$u^4 + \frac{4}{u} = \frac{13}{30} + \frac{4}{t} - \frac{4}{3t}$   
 $u^4 + \frac{13}{3u} = \frac{4}{t} - \frac{13}{30}$   
 $u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0$   
 $3u^5 + 9u + 13 = 0$   
 $3t^5 + 9t = 13$   
 $t^5 + u^5 + 3t + 3u = 0$   
 $(t+u)(t^4 - ut^3 + u^2t^2 - u^3t + u^4) + 3(t+u) = 0$   
 $t^3(t-u) + 3(t-u) = 0$   
 $(t^3 + 3)(t-u) = 0$   
 $13t + 13u = t^4 - u^4$   
 $13(t+u) = 3t^4(t-u) + 3u^4(t-u)$

ОДЗ:  
 $2x > 0 \Rightarrow x > 0$   
 $2x \neq 1 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$   
 $8x^3 > 0$   
 $8x^3 \neq 1$   
 $\log_5(2xy) = 0$   
 $2xy = 1$   
 $xy = \frac{1}{2}$

$\frac{7}{5}k \geq 10$   
 $k \geq \frac{50}{7}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

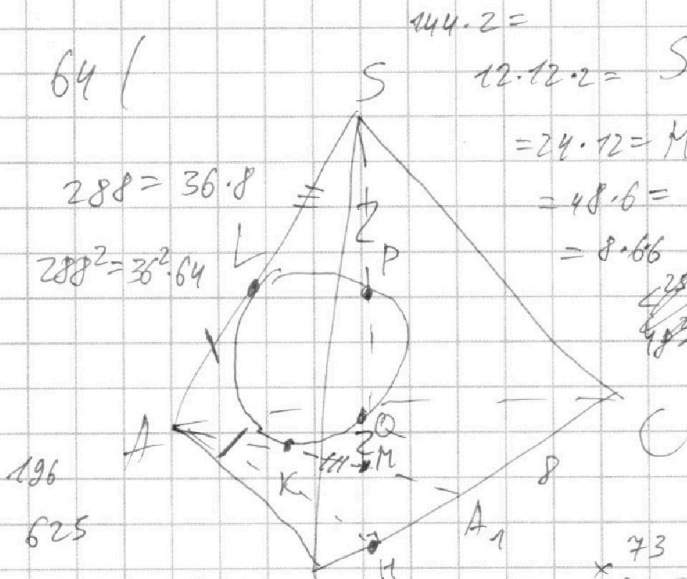
1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



64 /



$288 = 36 \cdot 8$   
 $288^2 = 36^2 \cdot 64$

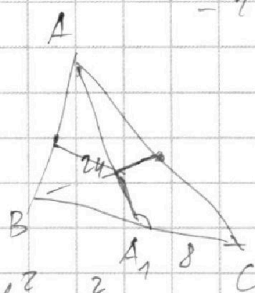
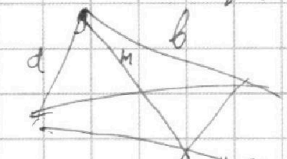
$144 \cdot 2 = 12 \cdot 12 \cdot 2 = SL^2 = SP \cdot SQ$   
 $= 24 \cdot 12 = MK^2 = MQ \cdot MP$   
 $= 48 \cdot 6 = SA = 16$   
 $= 8 \cdot 66$

$AM = 16$   
 $AA_1 = 24$

$\frac{h \cdot BC}{2} = 100$

$h = \frac{100}{8} = 12,5$

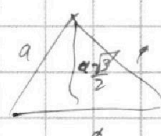
$496$   
 $625$   
 $11 \cdot 39 = 429$   
 $= 404$



$\times 73$   
 $\div 20 =$   
 $= 1460 + 73 \cdot 3 = 1460 + 219 = 1679$

$2 \cdot \frac{24 \cdot 8 \cdot \sin \alpha}{2} = 100$

$\sin \alpha = \frac{100}{24 \cdot 8}$



$148 \cdot 3 = 450 - 6 = 454$   
 $429 + 192 = 427 + 200 = 627 = 9 \cdot 69$

$m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} \cdot \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} \cdot \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{4}$

$\frac{1}{4} \cdot 24^2 = 144$   
 $(2a^2 + 2b^2 - c^2) \cdot (2a^2 + 2c^2 - b^2) =$   
 $= 2a^2(2c^2 - b^2) + 2a^2(2b^2 - c^2) + (2b^2 - c^2)(2c^2 - b^2)$

$\frac{23}{48 - 25} \cdot \frac{73}{48 + 25}$   
 $\frac{73}{48^2}$

$2AB^2 + 2BC^2 - AC^2 =$   
 $= 2 \cdot AB^2 + 3AC^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AC^2 \cdot 3$