МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой BC в точке B, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке F, а катет AC – в точке E. Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3} 0{,}2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-16;80)$, $Q(2;80)$ и $R(18;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \cdot k$, $k \in N$

$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot n$, $n \in N$ т.к. $a, b, c \in N$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{27} \cdot 5^{39} \cdot q$, $q \in N$

$\Downarrow$

$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} \cdot k \cdot n \cdot q$, т.е. справа ~~$abc = 2^{17} \cdot 3^{27} \cdot 5^{34} \cdot \sqrt{knq}$~~ все степени у 2, 3, 5 должны быть чётны (т.е. среди k, n, q есть хотя бы одна тройка, пусть для минимума она одна и она у n), при этом $ac \vdots 5^{39} \Rightarrow (abc)^2 \vdots 5^{78}$, значит у произведения $k \cdot n \cdot q$ есть 5^{10} (пусть для минимума это ровно 5^{10}, а не $5^{11}, 5^{12}, \dots$ и это $n = 5^{10}$), ну а больше ничего добавлять не будем (т.е. $knq \geq 5^{10} \cdot 3$, и приведём пример когда это так, потому что мы получим оценку на $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$):

$b = 2^3 \cdot 3^7$, $a = 2^5 \cdot 5^{12} \cdot 3^7$, $c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{27} \Rightarrow$ нетрудно убедиться, что $abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$ и делимость работает тоже $\Rightarrow$ Ответ: $2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) $10\arcsin(\cos x) = \pi - 2x \Leftrightarrow 10\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2}-x)) = \pi - 2x$;

пусть $\frac{\pi}{2}-x=\alpha \Leftrightarrow \pi-2x=2\alpha$, но раз $\arcsin(\sin\alpha)$ от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$, то $-5\pi \le 10\arcsin(\sin\alpha)=2\alpha \le 5\pi$, значит

$-2{,}5\pi \le \alpha \le 2{,}5\pi$

всё ок

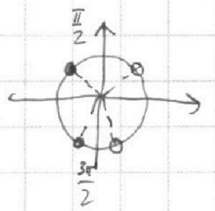
2) I. Если $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$:

$10\arcsin(\sin\alpha) = 10\alpha$, значит $10\alpha = 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$

всё ок

II. Если $\alpha \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$:

$10\arcsin(\sin\alpha) = 10(\pi-\alpha)$, значит $10\pi - 10\alpha = 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3}$



(т.к. аргументы в сумме должны дать π)

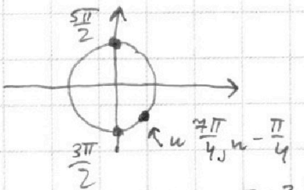
всё ок

III. Если $\alpha \in [\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}]$:

$10\arcsin(\sin\alpha) = 10(\alpha - 2\pi)$, значит $10\alpha - 20\pi = 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{20\pi}{8} = \frac{10\pi}{4} = \frac{5\pi}{2}$

$\Updownarrow$

$x = -2\pi$

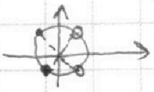


(т.к. один аргумент преобразовывается кругом назад в нужный)

всё ок

IV. Если $\alpha \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}]$:

$10\arcsin(\sin\alpha) = 10(-\pi-\alpha)$, значит $-10\pi - 10\alpha = 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = -\frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3}$



(т.к. аргументы в сумме должны дать $-\pi$)

всё ок

V. Если $\alpha \in [-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}]$:

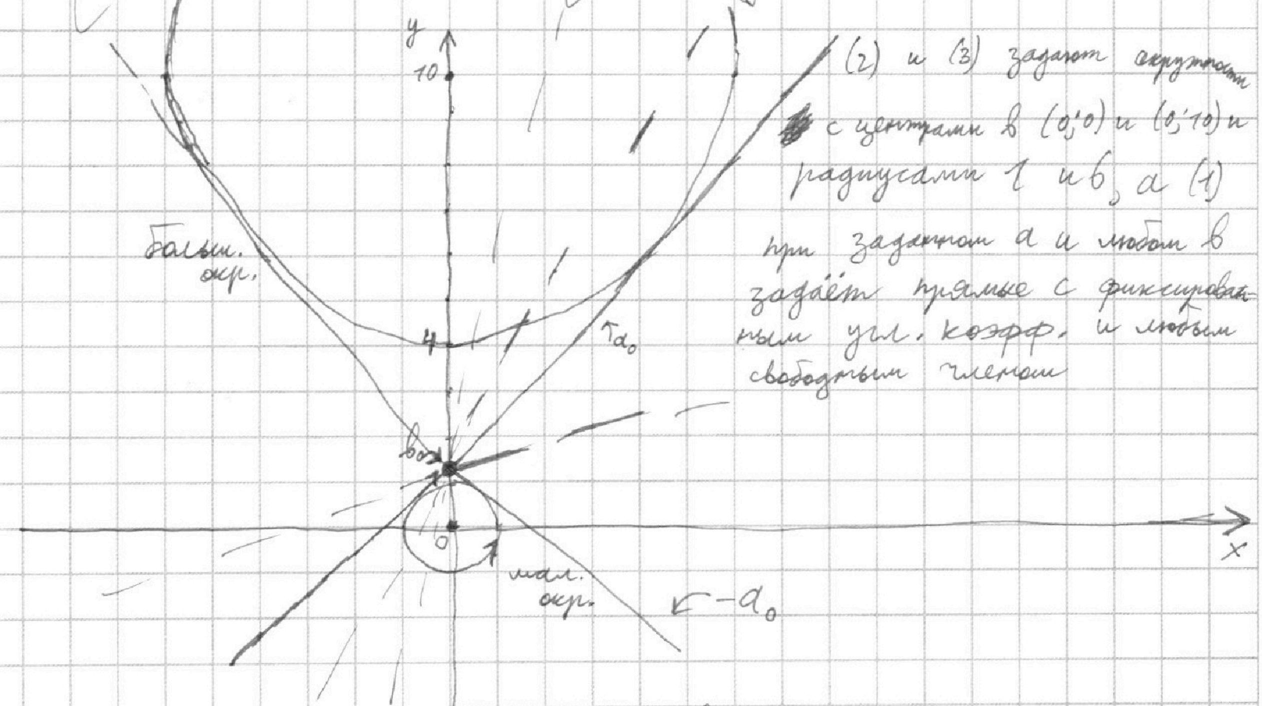
$10\arcsin(\sin\alpha) = 10(\alpha + 2\pi)$, значит $10\alpha + 20\pi = 2\alpha \Leftrightarrow \alpha = -\frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow x = 3\pi$

аналогично III, только нужно сделать круг вперёд

3) Все случаи разобраны $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Ответ: $\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}; -2\pi; \frac{4\pi}{3}; 3\pi$.

1) $\begin{cases} ax-3y+4b=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+y^2-20y+64)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{a}{3}\cdot x+\frac{4b}{3} & (1) \\ \left[\begin{array}{ll} x^2+y^2=1 & (2) \\ x^2+(y-10)^2=36 & (3) \end{array}\right. \end{cases}$



(2) и (3) задают окружности с центрами в (0;0) и (0;10) и радиусами 1 и 6, а (1) при заданном a и любом b задаёт прямые с фиксированным угл. коэфф. и любым свободным членом

2) Тогда от нас требуется найти все такие угл. коэфф., что найдётся 4 пересечения с окружностью (хотя бы при каком-то свободном члене), т.е. мы должны два раза пересечь обе окружности

3) Рассмотрим $a \geq 0$: если a такое, как угол наклона общей внутренней касательной, то решений ≤ 2 (при касании 2, при больших b чем в касании не пересекаем мал. окр, при меньших b не пер. больш. окр.) (пусть это a_0), если $a < a_0$, то тоже решений ≤ 2 (b_0 — звём тоже b, что и при касании (b_0), и тогда при $b > b_0$ не пересекаем мал. окр, при $b < b_0$ не пересекаем больш. окр., а при $b = b_0$ не пересекаем ничего), а если $a > a_0$ то оставим $b = b_0 \Rightarrow$ $\Rightarrow$ теперь получим 4 решения

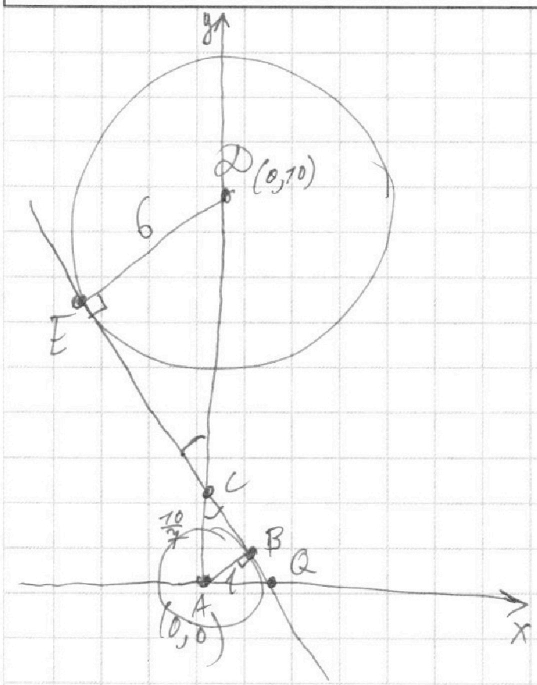
4) Тогда осталось это a_0 найти и сказать, что при $a<0$ всё аналогично (в силу симметрии картинки относ. $x=0$) и там будут подходить $a < -a_0$!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



проведём радиусы в точку касания (DE и AB) $\Rightarrow \angle DEC = \angle ABC = 90^\circ$ и $\angle ACB = \angle DCE$ (как верт.) $\Rightarrow \triangle DEC \sim \triangle ABC$ по двум углам $\Rightarrow \frac{DC}{CA} = \frac{6}{1}$, но $DA = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow DC + AC = 10 \Leftrightarrow AC + 6AC = 10 \Leftrightarrow AC = \frac{10}{7}$,

но угловой коэфф. это $-\frac{AC}{AQ}$, однако т.к. $\triangle ABC \sim \triangle QAC$ (из пропорциональных соотношений в $\triangle CAQ$, где $\angle CAQ = 90^\circ$), то $-\frac{AQ}{AC} = \frac{-AB}{CB}$, но

CB по т. Пифагора это $\sqrt{\frac{100}{49} - \frac{49}{49}} = \frac{\sqrt{51}}{7} \Rightarrow$ угл. коэф. это $-\frac{CB}{AB} = \frac{-\sqrt{51}}{7}$, т.е. $\frac{a}{3} = -\frac{\sqrt{51}}{7} \Leftrightarrow a = -\frac{3\sqrt{51}}{7}$, но на самом деле мы сейчас нашли $-a_0$, т.к. ненароком я рассмотрел случай убывающей прямой $\Rightarrow$ Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{3\sqrt{51}}{7}\right) \cup \left(\frac{3\sqrt{51}}{7}; +\infty\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) $\begin{cases} \log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{8x^3}625 - 3 \\ \log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_{y^3}0{,}2 - 3 \end{cases}$

ОДЗ: $\begin{cases} 2x>0 \\ 2x\neq 1 \\ 8x^3>0 \\ 8x^3\neq 1 \\ y>0 \\ y\neq 1 \\ y^3>0 \\ y^3\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\neq \frac{1}{2} \\ y>0 \\ y\neq 1 \end{cases}$

$\Downarrow$ на ОДЗ

$\begin{cases} \log_5^4(2x) - \frac{3}{\log_5(2x)} = \frac{4}{3\log_5(2x)} - 3 \\ \log_5^4 y + \frac{4}{\log_5 y} = \frac{-1}{3\log_5 y} - 3 \end{cases}$; пусть $t=\log_5(2x)\neq 0$ (т.к. $2x\neq 1$) и $u=\log_5(y)\neq 0$ (т.к. $y\neq 1$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ получим снова равносильный переход на ОДЗ:

$\begin{cases} t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t \\ u^5 + 4 = -\frac{1}{3} - 3u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t^5+9t-13=0 \quad (1) \\ 3u^5+9u+13=0 \quad (2) \end{cases}$

(1) Если $f(t)=3t^5+9t-13$, то $f'(t)=15t^4+9>0 \Rightarrow$ функция возрастает на всей области определения и при $t=1$ $f(t)<0$, а при $t=2$ $f(t)>0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ корень уравнения $f(t)=0$ между $t=1$ и $t=2$ и он единственен, т.к. $f'(t)>0$ (значит $1<t<2$)

(2) Аналогично если $f(u)=3u^5+9u+13$, то $f'(u)=15u^4+9>0$ и в $u=-1$ $f(u)>0$, а в $u=-2$ $f(u)<0$ $\Rightarrow$ корень уравнения $f(u)=0$ между $u=-1$ и $u=-2$ и аналогично (1) он единственен (значит $-2<u<-1$)

2) $\Rightarrow 3t^5+9t+3u^5+9u=0 \Leftrightarrow t^5+u^5+3(t+u)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (t+u)(t^4-ut^3+u^2t^2-u^3t+u^4+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{I } t+u=0 \\ \text{II } t^4-ut^3+u^2t^2-u^3t+u^4+3=0, \end{array}\right.$

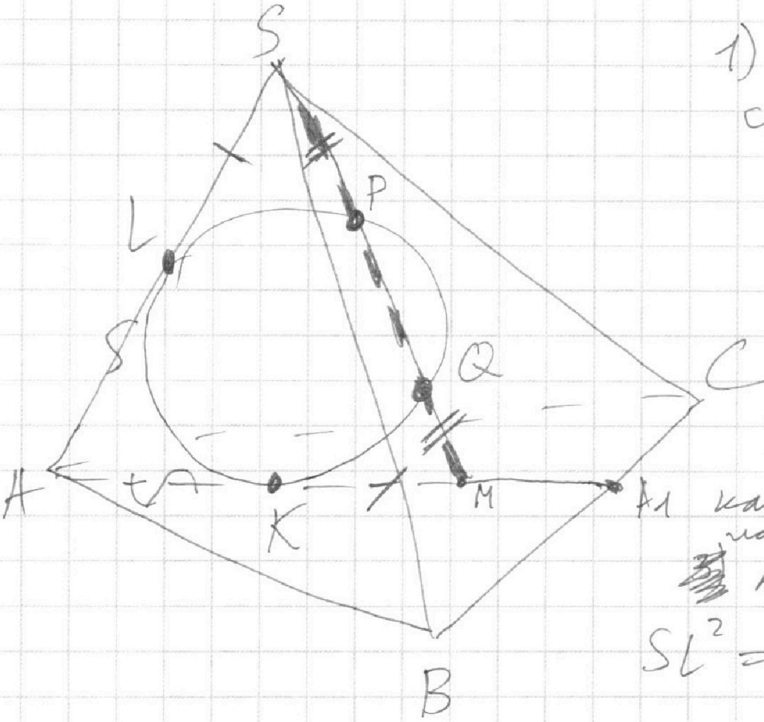
но II неправда, т.к. в левой части каждое слагаемое >0 (т.к. $t>0$, а $u<0$), а I $\Leftrightarrow \log_5(2xy)=0 \overset{\text{на ОДЗ}}{\Leftrightarrow} 2xy=1 \Leftrightarrow xy=\frac{1}{2}$, а раз это единственное полученное значение xy и оно точно есть, т.к. x и y удовлетворяют исходным равенствам, то это и ответ. Ответ: $\frac{1}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1) Рассмотрим сечение сферы плоскостью AMS: получим окружность и точки L, K, P и Q, т.к. они $AS, AM, SM \in ASM$

2) $AL=AK$ как отрезки касательных (если сфера касается, то и в сечении окружность тоже коснется),

$SL^2 = SP\cdot SQ$ и $MK^2 = MQ\cdot MP$,

по т. о касат. и секущей, но $SP=MQ$, а $SQ=MP$ (по усл.), т.к. они состоят из равных отрезков $\Rightarrow SL=MK \Rightarrow$

$\Rightarrow AS=AM=16$, но т.к. M – т. пересеч. медиан, то $A_1M = \frac{AM}{2} = 8 \Rightarrow AA_1 = AM + A_1M = 24 \Rightarrow$ заметим ещё, что $BA_1=A_1C=8$, т.к. $BC=8$

3) $S_{ABC} = 2\cdot S_{AA_1C}$ (т.к. медиана бьёт треугольник на два равновеликих) $=$

$= 2\cdot AA_1\cdot A_1C\cdot \frac{1}{2}\cdot \sin\angle AA_1C \Rightarrow \sin\angle AA_1C = \frac{S_{ABC}}{AA_1\cdot A_1C} = \frac{100}{24\cdot 8} = \frac{50}{96} = \frac{25}{48}$

4) По формуле для медианы: $m^2 = \frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}$, где a, b соседние стороны, а c – сторона, на которую она опущена $\Rightarrow$

$\Rightarrow AA_1^2\cdot BB_1^2\cdot CC_1^2 = 24^2\cdot \frac{2AB^2+2BC^2-AC^2}{4}\cdot\frac{2AC^2+2BC^2-AB^2}{4}$ (и заметим, что от перестановки BC и AC значение выражения не меняется, поэтому без ограничений общности

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

можем принять, что $\angle AA_1C \geq \angle BA_1A$ (в ином случае, меняем буквы C и B местами и тогда ничего не меняется)) $\Rightarrow AC^2 = AA_1^2 + A_1C^2 - 2AA_1 \cdot A_1C \cdot \cos\angle AA_1C$ и

$AB^2 = AA_1^2 + BA_1^2 - 2AA_1 \cdot BA_1 \cdot \cos\angle BA_1A$ (по т. косинусов),

то с допущением на угол получаем $\cos\angle AA_1C$ тогда

$-\sqrt{1 - \frac{25^2}{48^2}} = -\frac{1}{48}\sqrt{23 \cdot 73}$ и $\cos\angle AA_1B = \frac{1}{48}\sqrt{23\cdot 73} \Rightarrow$

$\Rightarrow BB_1^2 = \frac{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}{4} = \frac{2AB^2 + 2AC^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AC^2}{4} = \left(\underbrace{24^2}_{\text{квадрат медианы } AA_1} + \frac{3BC^2 - 3AC^2}{4}\right),$

и $CC_1^2 = \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} = \frac{2AC^2 + 2AB^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AB^2}{4} = \left(24^2 + \frac{3BC^2 - 3AB^2}{4}\right),$

т.е. $BB_1^2 = \left(24^2 + 192 - \frac{3}{4}\cdot AA_1^2 - \frac{3}{4}\cdot A_1C^2 + 6\sqrt{23\cdot 73}\right)$, а

$CC_1^2 = \left(24^2 + 192 - \frac{3}{4}AA_1^2 - \frac{3}{4}BA_1^2 - 6\sqrt{23\cdot 73}\right)$, т.е.

$BB_1^2 = \left(144 + 192 - 48 + 6\sqrt{23\cdot 73}\right) = \left(288 + 6\sqrt{23\cdot 73}\right)$, а $CC_1^2 =$

$= \left(288 - 6\sqrt{23\cdot 73}\right) \Rightarrow BB_1^2 \cdot CC_1^2 = 288^2 - 36 \cdot 23 \cdot 73 =$

$= 36\left(36 \cdot 64 - 23 \cdot 73\right) = 36\left(50^2 - 14^2 - (48^2 - 25^2)\right) =$

$= 36 \cdot \left((50-48)(50+48) + (25-14)(25+14)\right) = 36 \cdot (192 + 429) = 36 \cdot 9 \cdot 69 \Rightarrow$

$\Rightarrow AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = \sqrt{24^2 \cdot 36 \cdot 9 \cdot 69} = 24 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \sqrt{69} = 454\sqrt{69}$

ответ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} k, \; k \in N$

$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{14} n, \; n \in N$

$ac = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \cdot q, \; q \in N$

$(abc)^2 = 2^{34} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68} knq, \; k = 3 \Rightarrow n=1, q=1$

$abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{34}$

$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{17}, \; b = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5$

$c = 2^9$

$t^4 - \frac{3}{t} = \frac{4}{3}t - 3 \; / \cdot t$

$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-10)^2=36 \end{cases}$

$tg\alpha = a$

$5\Delta x + \Delta y = 45$

$\Delta y = 45 - 5\Delta x$

ОДЗ:
$2x>0$ $x>0$
$2x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$
$8x^3>0$
$8x^3 \neq 1$

$2xy = 1$

$xy = \frac{1}{2}$

$\log_5(2xy) = 0$

$\frac{7}{6}k = 10$ $k = \frac{60}{7}$

$\log^4_{2x} 5^3$

$t>0$, $u \neq 0$

$t^5 - 3 = \frac{4}{3} - 3t \; / \cdot 3$

$t^5 + 3t$

$t = 1 \neq 0$, $t = 0 < 0$, $t = -1$

$3t^5 + 9t - 13 = 0$

$-\frac{\pi}{2} < \arcsin\alpha < \frac{\pi}{2}$

$-5\pi < \pi - 2x < 5\pi$

$-6\pi < -2x < 4\pi$

$-3\pi < -x < 2\pi$

$-2\pi < x < 3\pi$

$t = u$ $2x = y$

$10\arcsin(\sin\alpha) = \frac{5}{2}\alpha$

$\alpha = \arcsin(\cos x)$

$\sin\alpha = \cos x$

$-2{,}5\pi \le \alpha \le 2{,}5\pi$

$\sin\alpha = x$

$\alpha = \arcsin x$

$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$

$5\Delta x + \Delta y = 45$

$3u^5 + 9u + 13 = 0$

$625 = 5^4$

$8x^3 = (2x)^3$

$abc = 2^{17} \cdot 5^{34} \sqrt{3^{55} knq}$

$\boxed{n = 5^{70},\; k = 3,\; q = 1}$

$3y = ax + 4b$

$y = \frac{a}{3}x + \frac{4b}{3}$

$a = 3^8$
$b = 3^7$
$c = 3^{13}$

$a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{12}$

$b = 2^3 \cdot 3^7$

$c = 2^9 \cdot 3^{13} \cdot 5^{27}$

$u^4 + \frac{4}{u} = -\frac{4}{3u} + t^4 - \frac{3}{t} - \frac{4}{3t}$

$u^4 + \frac{13}{3u} + 3 = 0$

$u^4 + \frac{13}{3u} = t^4 - \frac{13}{3t}$

$3u^5 + 9u + 13 = 0$

$3t^5 + 9t = 13 = -3u^5 - 9u$

$t^5 + u^5 + 3t + 3u = 0$

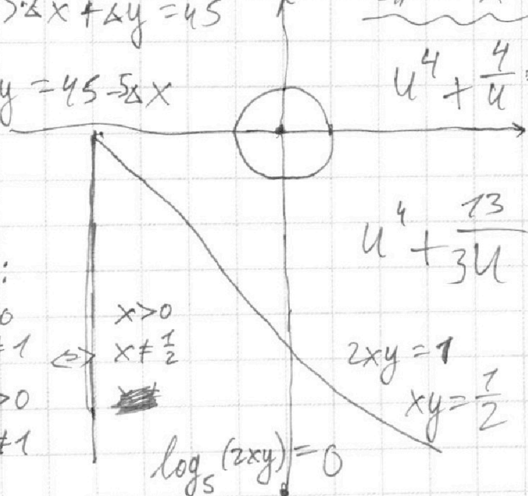
$(t+u)(t^4 - ut^3 + u^2t^2 - u^3t + u^4 + 3) = 0$

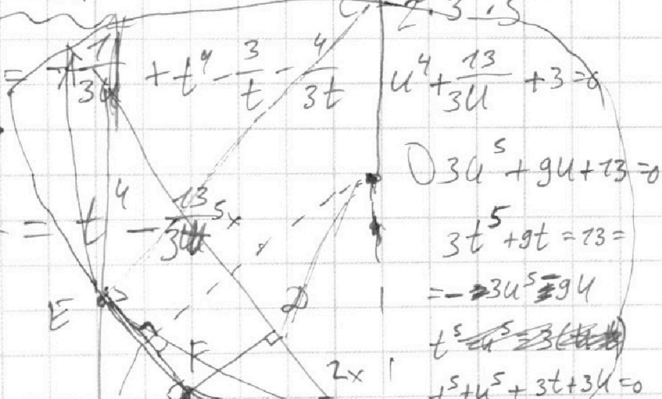
$t^3(t-u) +$

$\frac{13t + 13u}{3tu} = t^4 - u^4$

$(t^2-u^2)(t^2+u^2)$

$13(t+u) = 3tu(t-u)(t+u)(t^2+u^2)$ $(t-u)(t+u)(t^2+u^2)$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$144 \cdot 2 =$

$12 \cdot 12 \cdot 2 = SL^2 = SP \cdot SQ$

$= 24 \cdot 12 = MK^2 = MQ \cdot MP$

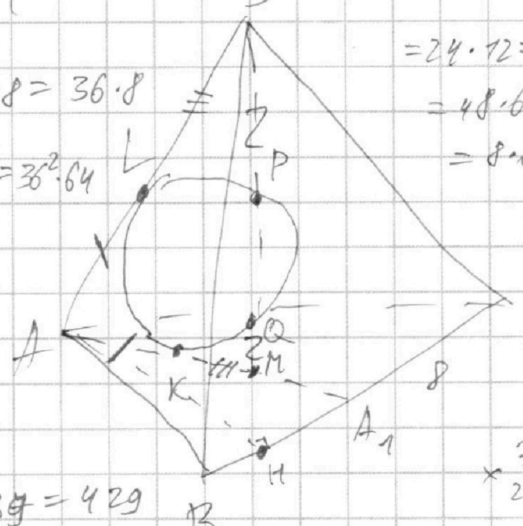
$= 48 \cdot 6 =$

$= 8 \cdot 66$

64

$288 = 36 \cdot 8$

$288^2 = 36^2 \cdot 64$



$SA = 16$

$AM = 16$

$AA_1 = 24$

$\frac{h \cdot BC}{2} = 100$

$h = \frac{100}{8} = 12{,}5$

196

625

$11 \cdot 39 = 429$

$= 407$

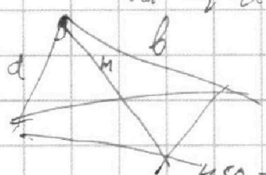
$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$

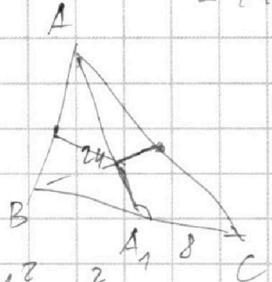
$\times \begin{matrix} 73 \\ 20 \end{matrix} =$

$= 1460 + 73 \cdot 3 = 1460 + 219 = 1679$

$2 \cdot \frac{24 \cdot 8 \cdot \sin\alpha}{2} = 100$

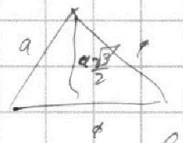
$\sin\alpha = \frac{100}{24 \cdot 8}$





$450 - 6 =$
454

$148 \cdot 3 =$



$m^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$

$429 + 192 = 421 + 200 = 621 = 9 \cdot 69$

$6^4 =$

$\times \begin{matrix} 36 \\ 36 \end{matrix}$
$+ 216$
108

$m_1^2 \cdot m_2^2 \cdot m_3^2 = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} \cdot \cancel{\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}} \cdot \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{4}$

$\frac{1}{4} \cdot 24^2 = 144$

$(2a^2 + 2b^2 - c^2) \cdot (2a^2 + 2c^2 - b^2) =$

$= 4a^4 + 2a^2(2c^2 - b^2) + 2a^2(2b^2 - c^2) + (2b^2 - c^2)(2c^2 - b^2)$

$4b^2c^2 - 2b^4$

$\frac{(48 - 25)(48 + 25)}{48^2}$ ($48 - 25 = 23$, $48 + 25 = 73$)

$2AB^2 + 2BC^2 - AC^2 =$

$= 2 \cdot AB^2 + 2AC^2 - BC^2 + 3BC^2 - 3AC^2$. 3